

Ekonomia

Klasyczne i nieklasyczne metody analizy nierówności dochodowych

Alina Jędrzejczak



Klasyczne i nieklasyczne metody analizy nierówności dochodowych



WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Ekonomia

Klasyczne i nieklasyczne metody analizy nierówności dochodowych

Alina Jędrzejczak

Alina Jędrzejczak (ORCID: 0000-0002-5478-9284) – Uniwersytet Łódzki
Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Metod Statystycznych
90-255 Łódź, ul. POW 3/5

RECENZENCI

Katarzyna Anna Ostasiewicz, Paweł Ulman

REDAKTOR INICJUJĄCY

Katarzyna Włodarczyk

REDAKCJA

Anna Surendra, Sebastian Surendra

SKŁAD I ŁAMANIE

AGENT PR

KOREKTA TECHNICZNA

Leonora Gralka

PROJEKT OKŁADKI

efectoro.pl

agencja komunikacji marketingowej

Zdjęcie wykorzystane na okładce: © Depositphotos.com/Micij

© Copyright by Alina Jędrzejczak, Łódź 2023

© Copyright for this edition by Uniwersytet Łódzki, Łódź 2023

<https://doi.org/10.18778/8331-308-5>

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

Wydanie I. W.10953.22.0.K

Ark. wyd. 13,0; ark. druk. 12,5

ISBN 978-83-8331-308-5

e-ISBN 978-83-8331-309-2

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

90-237 Łódź, ul. Matejki 34A

www.wydawnictwo.uni.lodz.pl

e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl

tel. 42 635 55 77

Spis treści

Wstęp	7
Rozdział 1	
Wprowadzenie	9
1.1. Nierówności dochodowe jako problem społeczny	9
1.2. Nierówności dochodowe w zarysie historycznym	13
1.3. Podstawowe źródła danych o dochodach	20
1.4. Prezentacja pracy	24
Rozdział 2	
Metody badania nierównomierności rozkładów dochodów	27
2.1. Uwagi wstępne	27
2.2. Podstawowe miary nierównomierności rozkładów dochodów	29
2.3. Klasyczne i nieklasyczne miary nierównomierności oparte na kwantylach	42
2.4. Nieklasyczne ujęcie współczynników Giniego, Bonferroniego i Zengi	47
2.5. Miary nierównomierności rozkładu dochodów a koncepcja dobrobytu	51
2.6. Zastosowanie wybranych miar nierównomierności do analizy zmian rozkładów dochodów w Polsce w grupach społeczno-ekonomicznych	62
2.7. Uwagi końcowe	73
Rozdział 3	
Metody badania nierównomierności pomiędzy rozkładami	77
3.1. Uwagi wstępne	77
3.2. Współczynniki oparte na miarach dywergencji lub zgodności rozkładów	81
3.2.1. Miary oparte na porównaniach gęstości	81
3.2.2. Miary oparte na porównaniu dystrybuant	81
3.2.3. Nieklasyczne miary nierównomierności pomiędzy rozkładami oparte na transwariacji Giniego	83
3.2.4. Nieklasyczne miary nierównomierności między rozkładami oparte na kwantylach	87
3.3. Zastosowanie miar dystansu ekonomicznego do badania sytuacji dochodowej grup społeczno-ekonomicznych w Polsce	88

6 Spis treści

3.4. Porównywanie rozkładów dochodów za pomocą metod graficznych	91
3.4.1. Funkcje gęstości i krzywe koncentracji	91
3.4.2. Podejście nieklasyczne – metoda rozkładu względnego	93
3.4.3. Metody dekompozycji luki dochodowej	97
3.5. Zastosowanie graficznych metod porównywania rozkładów	102
3.5.1. Analiza rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce i we Włoszech według makroregionów	102
3.5.2. Analiza zmian rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 2015–2018	114
3.5.3. Analiza wpływu czynników społeczno-ekonomicznych na kształtowanie się luki dochodowej między kobietami a mężczyznami w Polsce	122
3.6. Uwagi końcowe	127
Rozdział 4	
Metody dekompozycji nierówności dochodowych	129
4.1. Uwagi wstępne	129
4.2. Podejście klasyczne – dekompozycja współczynnika Giniego	133
4.2.1. Dekompozycje współczynnika Giniego według podpopulacji	133
4.2.2. Nieklasyczna dekompozycja współczynnika Giniego według podpopulacji	135
4.2.3. Dekompozycja współczynnika Giniego według źródeł dochodu	141
4.3. Podejście nieklasyczne – dekompozycja indeksu Zengi	144
4.3.1. Podstawowe pojęcia i definicje	144
4.3.2. Dekompozycja indeksu Zengi według podpopulacji	145
4.3.3. Dekompozycja indeksu Zengi według źródeł dochodu	147
4.4. Zastosowanie wybranych metod dekompozycji do analizy rozkładu dochodów w Polsce i we Włoszech	149
4.4.1. Cel i przedmiot badania	149
4.4.2. Charakterystyka rozkładów dochodów w Polsce i we Włoszech	152
4.4.3. Dekompozycja nierówności według podpopulacji w Polsce i we Włoszech	156
4.4.4. Dekompozycja nierówności według źródeł dochodu w Polsce i we Włoszech	167
4.5. Uwagi końcowe	174
Zakończenie	177
Literatura	183
Spis rysunków	195
Spis tabel	199

Wstęp

Badania nad rozkładami dochodów i ich nierównomiernością rozpoczęte na początku XX w. przez C. Giniego, M.O. Lorenza i V. Pareto doprowadziły do rozwoju wielu metod statystycznych i ekonometrycznych, nakierowanych na ilościową analizę tych zjawisk. Mimo długiej historii i wielu propozycji przedstawionych przez naukowców na całym świecie wciąż istnieje potrzeba rozwoju tego obszaru badań, co wiąże się z narastającymi nierównościami ekonomicznymi, które obserwujemy w ostatnim czasie. Długotrwałe procesy ekonomiczne prowadzące do koncentracji kapitału, a więc także dochodów i bogactwa, zostały spotęgowane w ostatnim czasie przez okres pandemii COVID-19 oraz toczące się konflikty zbrojne. Wszystko to powoduje zapotrzebowanie na metody badania nierówności dochodowych, które umożliwiłyby podejmowanie racjonalnych decyzji mających na celu przeciwdziałanie skutkom tych procesów, a więc takim zjawiskom, jak ubóstwo i wykluczenia społeczne dotyczące znacznych grup ludności. Metody te stanowią więc wiodący przedmiot zainteresowań nie tylko statystyki społeczno-ekonomicznej, ale także ekonomii dobrobytu, ekonomii rozwoju, polityki społecznej, socjologii i nauk politycznych.

Narastanie problemów społecznych związanych z nierównościami dochodowymi, które przekładają się na rozwarstwienie obserwowane także w innych wymiarach, jak również proklamowana przez UE polityka zrównoważonego rozwoju, powodują rosnące zapotrzebowanie na analizy nierówności dochodowych dla różnych grup społecznych, na coraz niższym poziomie agregacji. Dotychczasowe, klasyczne podejście do badania tych zagadnień, oparte na syntetycznych miarach nierówności, a przede wszystkim na indeksie Giniego, wydaje się wysoce niewystarczające do pełnej oceny zjawiska i wykrycia jego przyczyn, a także do oceny zmian w czasie.

W niniejszej monografii przedstawiamy propozycje zastosowania metod analizy nierówności uwzględniających cały rozkład dochodów. Ważnym elementem tego podejścia są prezentacje graficzne, umożliwiające ocenę zmian oraz porównywanie różnych grup społecznych dla wszystkich kwantyli rozkładu. Prezentowane metody analizy empirycznych rozkładów dochodów mają charakter

zarówno klasyczny, jak i nieklasyczny. Podziału tego dokonano w dość naturalny sposób, przyjmując subiektywnie, że klasyczne metody to te, które zdążyły już na stałe wejść do kanonu literatury przedmiotu, a jednocześnie znalazły powszechne zastosowanie. Podjęto próbę ujęcia tych metod w uzupełniające się kategorie – metody badania nierówności wewnątrz rozkładów, pomiędzy rozkładami, a także przedstawiono łączące oba podejścia metody dekompozycji oparte na punktowych miarach koncentracji.

W tym miejscu składam serdeczne podziękowania za wnikliwe uwagi i sugestie recenzentom: dr hab. Katarzynie Ostasiewicz, prof. UE we Wrocławiu, oraz dr. hab. Pawłowi Ulmanowi, prof. UE w Krakowie.

Rozdział 1

Wprowadzenie

1.1. Nierówności dochodowe jako problem społeczny

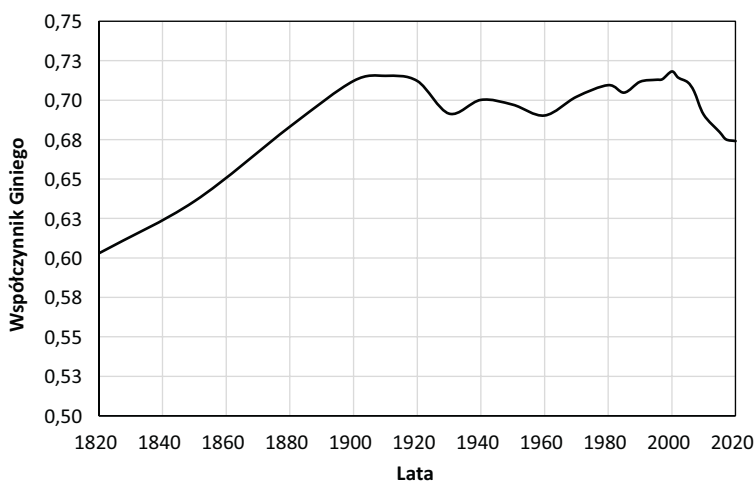
Redukcja różnic między regionami Europy oraz zmniejszenie różnic dochodowych obserwowanych w poszczególnych krajach były głównymi celami w ramach tzw. polityki zrównoważonego rozwoju, której założenia znalazły się już w Traktatach Rzymskich (1957). Postępujący proces integracji europejskiej tworzył wciąż nowe instrumenty i inicjatywy (tzw. mechanizmy solidarności), wyrażające dążenie do niwelowania ekonomicznej i społecznej nierównowagi między krajami i regionami. Dążenie do „spójności gospodarczej, społecznej i terytorialnej” poprzez ściślejszą harmonizację regionalną i krajową zostało ogłoszone w Traktacie Lizbońskim z 2007 r., ale pogłębianiu integracji europejskiej nie zawsze towarzyszyła konwergencja poziomu życia między krajami, regionami i grupami społecznymi. Okazało się, że różnice między biednymi i bogatymi w wielu krajach istotnie się nie zmniejszały, a spowolnienie gospodarcze obserwowane w latach 2007–2009 spowodowało odwrócenie pozytywnych tendencji, nawet w krajach relatywnie najbardziej rozwiniętych.

W ciągu ostatnich kilku dekad nierówności dochodowe mierzone indeksem Giniego rosły nie tylko w Europie (por. *Growing Unequal*, OECD 2008; *Divided We Stand. Why Inequality Keeps Rising*, OECD 2011; *In It Together: Why Less Inequality Benefits All*, OECD 2015), a w 2014 r. w większości krajów OECD odnotowano najwyższy poziom nierówności od 30 lat.

Interesujących informacji na temat kierunków zmian w światowym rozkładzie dochodów dostarcza niedawno opublikowany raport na temat nierówności *World Inequality Report* (por. Chancel i in., 2022). Opiera się on na najnowszych artykułach badawczych napisanych przez wielu ekonomistów i statystyków, z bardzo popularnym w ostatnim czasie ekonomistą francuskim Thomasem Pikettyem na czele. Oprócz analizy aktualnych danych na temat nierównomierności rozkładu dochodów i bogactwa w różnych przekrojach w opracowaniu znajdziemy ciekawe

retrospektywy historyczne, które pokazują obraz zmian światowych nierówności na przestrzeni ostatnich 200 lat.

Autorzy raportu zauważają, że między 1820 a 1910 r. globalne nierówności nieprzerwanie rosły, a następnie ustabilizowały się na wysokim poziomie. Mimo rosnącego bogactwa i zwiększającej się presji społecznej obserwowane nierówności wewnątrz krajów i między nimi były w 2000 r. równie duże jak w roku 1910. Na rys. 1.1 przedstawiono zmiany światowej nierówności dochodów mierzonej współczynnikiem Giniego. Widzimy, że po ostatnim szczytce, jaki miał miejsce w 2000 r., nastąpił pewien spadek, związany z kryzysem finansowym z 2008 r.

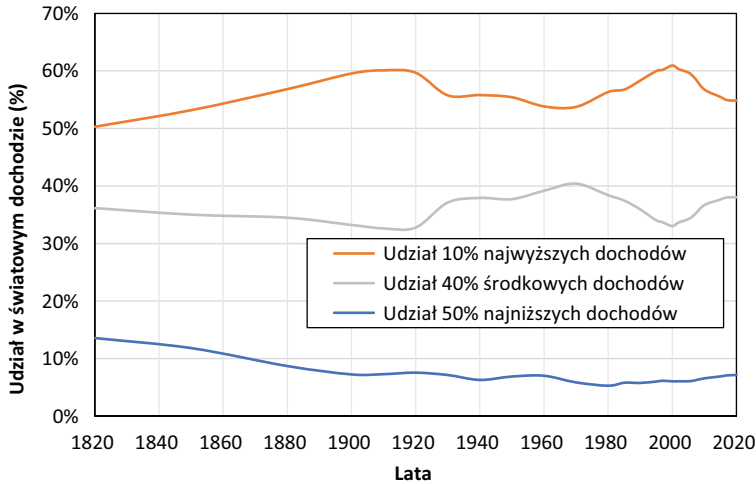


Rys. 1.1. Światowe nierówności dochodowe mierzone współczynnikiem Giniego

Źródło: opracowanie własne na podstawie *World Inequality Report* (Chancel i in., 2022) oraz Chancel, Piketty (2021).

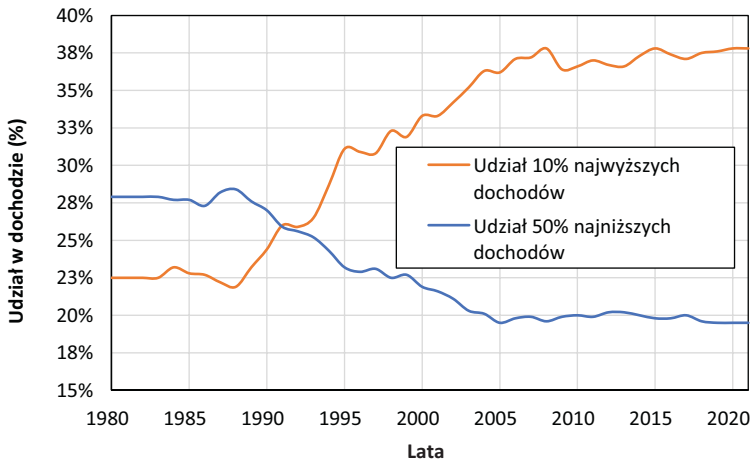
Chancel i Piketty (2021) wykazali także, że mimo pewnego spadku nierówności między krajami obserwowanego przez ostatnie dwie dekady dysproporcja między średnimi dochodami najbogatszych 10% i najbiedniejszych 50% osób obserwowana w badanych krajach prawie się podwoiła i obecnie dochody grupy najbogatszej stanowią prawie 15-krotność łącznych dochodów grupy poniżej mediany.

Analizując wykres przedstawiający zmiany udziałów 10% populacji o najwyższych dochodach w dochodzie globalnym, zestawiony z odpowiednim udziałem 50% dochodów najbiedniejszych i 40% dochodów środkowych (rys. 1.2), można zauważyć, że generujący znaczne nierówności udział 10% najbogatszych spadł z 60% w 1910 r. do 54% w 1970 r., po czym ponownie wzrósł do 61% w 2000 r. i znów spadł do 55% w roku 2020. Z drugiej strony, w badanym okresie wyraźnie spadł udział dochodów 50% najbiedniejszych członków społeczeństwa i wynosi on obecnie ok. 7%. Interesującą analizę światowego rozkładu dochodów znajdujemy w pracy Kota i Ostasiewicz (2019).



Rys. 1.2. Światowe nierówności dochodowe dla dochodów per capita w latach 1820–2020 (udziały 10% najwyższych, 50% najniższych i 40% średnich dochodów w dochodzie całkowitym)

Źródło: opracowanie własne na podstawie *World Inequality Report* (Chancel i in., 2022) oraz Chancel, Piketty (2021).



Rys. 1.3. Nierówności dochodowe w Polsce w latach 1980–2021 (udziały 10% najwyższych i 50% najniższych dochodów w dochodzie całkowitym)

Źródło: opracowanie własne na podstawie *World Inequality Report* (Chancel i in., 2022) oraz Chancel, Piketty (2021).

W ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat rozkład dochodów w Polsce także podlegał dużym zmianom, podążając za trendami światowymi, zachowując jednak pewną specyfikę związaną ze zmianami społeczno-ekonomicznymi, jakie zaszły w ramach bloku postkomunistycznego po 1989 r. Na rys. 1.3 przedstawiono

nierówności dochodowe w Polsce w latach 1980–2021, czyli począwszy od schyłkowego okresu gospodarki centralnie planowanej, poprzez początki transformacji ustrojowej, która rozpoczęła się w 1989 r., aż po czasy współczesne. Dochód był mierzony jako dochód na osobę przed opodatkowaniem, ale po uwzględnieniu transferów społecznych.

Na rys. 1.3 możemy zaobserwować stopniowe rozwarstwianie się rozkładu dochodów w Polsce. Jest to widoczne w zmianach udziałów w łącznym dochodzie dwóch grup jednostek: 10% najbogatszych gospodarstw domowych oraz 50% gospodarstw najbiedniejszych. Rysunek potwierdza ogólnie znany fakt, że po 1990 r. nastąpił spektakularny wzrost nierówności dochodowych w Polsce, ale oprócz tego pokazuje również skalę tych zmian i ich wpływ na dwie szczególnie istotne dla nierówności grupy. W 1990 r. najbiedniejsza grupa 50% gospodarstw domowych posiadała 28% całkowitego dochodu, podczas gdy dziś udział tej grupy to tylko 20%. Z kolei udział dochodów 10% najbogatszych osób (ostatniej grupy decylowej) wzrósł z 20% do 38% w 2021 r. Wzrost udziału grupy najbogatszej jest podobny do analogicznego zjawiska w innych krajach byłego bloku wschodniego, które doświadczyły w mniejszym (Czechy) lub większym (Rosja) stopniu nasilenia nierówności w wyniku polityki liberalizacji i prywatyzacji, która przede wszystkim faworyzowała zamożne grupy społeczne. Można zauważyć, że „nożyce” obrazujące rozdźwięk pomiędzy udziałami obu grup rozwierały się aż do 2008 r., a po tym okresie, na skutek spowolnienia gospodarczego związanego z kryzysem finansowym, nastąpiła pewna stabilizacja zjawiska na wysokim poziomie.

Podsumowując, można stwierdzić, że wysokie nierówności dochodowe mierzone współczynnikiem Giniego, jak i zaobserwowana w raportach luka dochodowa między bogatszymi i biedniejszymi grupami społecznymi oraz między obszarami, prawdopodobnie jeszcze się powiększą na skutek pandemii COVID-19 i wojny na Ukrainie. Długotrwały wzrost nierówności dochodowych, a także rosnący dystans najbiedniejszych 50% osób do reszty społeczeństwa mogą budzić nie tylko obawy społeczne i polityczne, ale także ekonomiczne, gdyż wysokie rozwarstwienie może istotnie obniżyć wzrost globalnego PKB (por. Basu, Stiglitz, 2016). W kontekście globalnej gospodarki, rozwoju społeczeństwa informacyjnego i zawiązanej z tym rosnącej świadomości społecznej nawet w krajach najuboższych problem nierówności, w tym przede wszystkim nierówności dochodowej, nie tylko na poziomie krajów, regionów czy grup społecznych, ale również między nimi, wydaje się obecnie ważniejszy niż kiedykolwiek.

1.2. Nierówności dochodowe w zarysie historycznym

Zagadnienia rozkładu dochodów i bogactwa oraz związane z nimi pojęcie nierówności ekonomicznej mają stosunkowo długą historię. Oba te zagadnienia przeplatają się ze sobą w rozważaniach filozofów i ekonomistów, choć przez długi czas zainteresowanie tymi problemami było raczej niewielkie. Pierwsze wzmianki na ten temat znajdujemy już w starożytności w pismach Platona i Arystotelesa. Są one nieliczne, gdyż poniżający charakter pracy w systemie niewolniczym sprzyjał raczej pomijaniu jej w badaniach naukowych. Częściej zajmowano się zagadnieniami sprawiedliwości społecznej z punktu widzenia etyki, choć należy zaznaczyć, że pojęcia równości, sprawiedliwości i bogactwa były rozumiane inaczej niż dzisiaj. Platon w swojej pracy *Państwo i prawo* odwoływał się do idei państwa hierarchicznego, w którym sprawiedliwość nie miała nic wspólnego z równością, a ideałem dla stanów wyższych było wyrzeczenie się bogactwa.

W średniowieczu zainteresowanie problemami ekonomicznymi, w tym problemem podziału dochodu, było nadal małe, gdyż praca, choć przeważnie nie była już pracą niewolniczą, nadal nie stanowiła przedmiotu gry rynkowej. Chłopi, przywiązani do ziemi, nie otrzymywali wynagrodzenia za pracę i inne świadczenia na rzecz feudałów. Pewien wzrost zainteresowania problemami ekonomicznymi, a co za tym idzie – także problemami rozkładu dochodów i bogactwa, nastąpił dopiero w XIII w., o czym świadczą pisma Tomasza z Akwinu (1224–1273). Można w nich znaleźć poglądy popierające ideę równości, a także niechętny stosunek do bogactwa jako źródła różnic społecznych.

W drugiej połowie XV w. rozwinął się merkantylizm, który doprowadził do zerwania z podstawami moralnymi i naukowymi Arystotelesa i Tomasza z Akwinu – rosło bowiem znaczenie społeczne dążących do bogactwa kupców. Wynikiem krytyki starego systemu były m.in. prace J.-J. Rousseau, poświęcone w dużej mierze ideom równości ekonomicznej i sprawiedliwości. Poglądy te zostały zawarte w dziele *O umowie społecznej*.

W ostatnim trzydziestoleciu XVIII w., wraz z nastaniem rewolucji przemysłowej, zaczęła kształtować się klasa robotnicza, a z nią bardzo istotne stały się czynniki określające płace. Na ten okres przypada działalność Adama Smitha (1723–1790), której efektem była praca *Badania nad naturą i bogactwem narodów*. Dla Smitha płaca była kosztem wychowania robotnika do chwili podjęcia pracy oraz utrzymania go przez okres jej trwania. Przedstawiona przez Smitha teoria płacy, oparta na kosztach utrzymania robotnika przy życiu, została później przekształcona przez Davida Ricardo (1772–1823) w „żelazne prawo płac”, które mówiło, że płace są ceną płaconą przez pracodawców umożliwiającą ogółowi robotników utrzymanie, jednocześnie niepowodującą ani zwiększenia, ani zmniejszenia ich liczby. Ricardo w pracy *On the Principles of Theoretical Economy and Taxation* (1817) twierdził ponadto, że płace powinny być całkowicie pozostawione wolnej konkurencji, a państwo nie powinno

ich kontrolować. Tak więc w XIX w. wraz z rozwojem ekonomii klasycznej nastąpił okres, w którym płace kształtowane były na zasadzie minimum egzystencji, a często, w wyniku napływu robotników do miast, nawet poniżej tego minimum. Dopiero przełom XIX i XX w., kiedy zaczęły pojawiać się coraz częściej recesje, spowodował presję na interwencję państwa w gospodarkę, w tym także na zasady podziału wytworzonego bogactwa. Chodziło m.in. o zmniejszenie nierówności dochodowych, czego domagali się ekonomiści i filozofowie o orientacji socjalistycznej. Właśnie w takich warunkach powstała przełomowa dla teorii rozkładów dochodów praca Vilfreda Pareto (1848–1923) pt. *Kurs ekonomii politycznej* (1897), a jej głównym celem była obrona klasycznego systemu ekonomicznego. Praca ta zawierała pierwszą sformalizowaną teorię rozkładu dochodów i nierówności dochodowych. Do czasów Pareto zainteresowanie badaczy rozkładami dochodów i bogactwa oraz wynikającymi z nich nierównościami nie było poparte merytoryczną specyfikacją modeli, szacunkami parametrów oraz analizą społeczno-ekonomiczną. Badacze równowagi ogólnej koncentrowali się głównie na tzw. funkcjonalnym podziale dochodów, rozważając rozkład dochodu między pracę i kapitał, nie zaś na rozkładzie dochodów ludności czy gospodarstw domowych (ang. *personal income distribution*).

Ekonomista i statystyk Vilfredo Pareto, obserwując rozkłady dochodów ludności w różnych krajach (opierając się na statystykach podatkowych), zauważył prawidłowość, że 20% najbogatszych osób skupiało aż 80% bogactwa, jednak uznał, że nierówności te są zjawiskiem całkowicie naturalnym i zapewniają stabilność gospodarki i makroekonomiczne korzyści. Podział ten, choć bardzo nierównomierny, odzwierciedlał jego zdaniem naturalny rozkład zdolności i talentów w systemie społecznym. Na skutek działania praw rynkowych system taki osiągał stan zwany optimum Pareto (lub optimum w sensie Pareto), w którym niemożliwa była poprawa dobrobytu żadnej jednostki bez pogorszenia sytuacji innych. Na podstawie obserwacji empirycznych sformułował Pareto pierwszy rozkład teoretyczny, który do dziś uważany jest za idealny model rozkładu dochodów najbogatszej części populacji. Mimo powstawania nowych nurtów odpowiadających na nowe wyzwania związane z funkcjonowaniem systemu kapitalistycznego jeszcze w latach 30. XX w. ekonomiści sądzili, że można posługiwać się tzw. optymalnością Pareto do oceny gospodarki bez wypowiedania sądów wartościujących. Próbowano formułować warunki, w których równowaga ogólna osiągnie optimum Pareto, co miało mieć znaczenie dla dobrobytu społecznego i efektywnej alokacji zasobów.

Można stwierdzić, że praca Pareto (1897), poruszająca w sposób sformalizowany problemy podziału dochodu, choć niepozbawiona poglądów kontrowersyjnych, zapoczątkowała szerokie badania nad kształtowaniem się rozkładów dochodów i ich nierównomiernością, które prowadzone były przez wielu statystyków i ekonomistów. Badania te można ująć w trzy podstawowe nurty:

- 1) Poszukiwania modelu teoretycznego opisującego rozkłady empiryczne.
- 2) Tworzenie teorii wyjaśniających proces kształtowania się rozkładów dochodów i ich nierównomierności.
- 3) Doskonalenie metod badania nierównomierności rozkładów.

Do pierwszych prac dotyczących teoretycznych rozkładów płac i dochodów, obok wspomnianej już pracy Pareto, można zaliczyć prace Marcha (1898) i Edgewortha (1898), a następnie Beniniego (1906), Vinciego (1921) i D'Addario (1949), którzy proponowali zastosowanie różnych rozkładów prawdopodobieństwa, które mogłyby aproksymować empiryczne rozkłady płac i dochodów. W Polsce pierwsze prace na temat rozkładów płac i dochodów pochodzą z okresu międzywojennego i oparte są na informacjach czerpanych ze statystyk ubezpieczeń społecznych (por. Wiśniewski, 1934; Piltz, 1929). Zagadnienia rozwoju badań na temat rozkładów teoretycznych zostały szerzej omówione w pracy Jędrzejczak i Pekasiewicz (2020b).

W ramach drugiego nurtu powstało wiele teorii wyjaśniających proces kształtowania się rozkładu dochodów, który według badań empirycznych był na ogół jednomodalny, dodatnio asymetryczny i charakteryzował się tzw. grubym ogonem. Jako pierwsze dokonania w tym zakresie należy wymienić pracę Gibrata (1931), który do wyjaśnienia logarytmiczno-normalnego kształtu rozkładu dochodów zaproponował proces stochastyczny oparty na prawie proporcjonalnego efektu, a także pracę Champernowne (1937), który zaproponował pierwszy model stochastyczny dotyczący rozkładu dochodów, zdążający do rozkładu Pareto.

W ramach trzeciego nurtu, zajmującego się badaniem nierównomierności rozkładów, do najwcześniejszych należy praca Lorenza (1905), w której zaproponowana została krzywa koncentracji zwana później krzywą Lorenza, oraz dzieła włoskiego ekonomisty i matematyka Giniego (1909, 1912), który zajmował się głównie problemami pomiaru nierównomierności, koncentracji i interakcji pomiędzy rozkładami dochodów. Należy tu także wymienić pionierską pracę Daltona (1920), która zapoczątkowała rozważania nad nierównomiernością dochodów w powiązaniu z problemem społecznego dobrobytu.

Podsumowując, można stwierdzić, że począwszy od czasów Pareto, problem znalezienia modelu rozkładu dochodów, a także wyjaśnienia i badania ich nierównomierności, stał się na stałe obecny w rozważaniach statystyków, ekonomistów i socjologów. Mimo wielu prac w tej dziedzinie Camilo Dagum zauważył rozdźwięk między teoriami dotyczącymi modelowania rozkładu dochodów a teorią ekonomii; wysunął nawet hipotezę, że istniejące teorie funkcjonalnego rozkładu dochodu były głównie „teoriami bez pomiaru”, podczas gdy modele rozkładu dochodów osobistych były głównie „pomiarami bez teorii”, przy czym godnym uwagi wyjątkiem były, jego zdaniem, prace Pareto i Giniego (Dagum, 1999). Mimo to poglądy ekonomistów niewątpliwie kształtowały podejścia do pomiaru nierówności dochodowych i miały istotny wpływ na powstawanie nowych metod.

W poglądach na nierównomierność zaobserwować możemy dwa przeciwstawne stanowiska: pierwsze, związane z ekonomią klasyczną i ortodoksyjnym liberalizmem, oraz drugie, występujące w różnych nurtach krytycznych do ekonomii klasycznej – od socjalizmu utopijnego do postkeynesizmu. Zgodnie z ekonomią liberalną dążenie do sprawiedliwości społecznej jest sprzeczne z wymogami wydajności ekonomicznej, ponieważ podział będący wynikiem

niezakłóconej gry rynkowej stwarza większe możliwości oszczędzania. W wyniku modyfikacji systemu rynkowego może dojść do zakłócenia rynkowego procesu alokacji zasobów zapewniającego maksymalizację wydajności (por. Hayek, 1981). W poglądach liberalnych dominuje więc teza, że wydajność i sprawiedliwość są nie do pogodzenia, lub też przyjmowana jest specyficzna koncepcja sprawiedliwości, polegająca na respektowaniu żywiolowego podziału rynkowego, co znalazło odbicie w wielu poglądach na źródła nierówności dochodów. Keynes i jego kontynuatorzy, będący przedstawicielami drugiego nurtu, dowodzili, że zmniejszenie niepewności ekonomicznej i wzrost gospodarczy nie są sprzeczne, lecz ściśle ze sobą powiązane. Tezę tę potwierdził pomyślny rozwój gospodarek zachodnich w latach 50. i 60. XX w. Załamanie się korzystnego trendu „epoki Keynesa” związane z wystąpieniem wysokiej stopy inflacji połączonej ze spadkiem produkcji i z wysokim bezrobociem, a także skutki ostatniego kryzysu finansowego z 2008 r. podważają jednak bezwarunkową słuszność takich poglądów. W różnych społeczeństwach, w różnych sytuacjach historycznych i przy różnym poziomie sił wytwórczych wzrost gospodarczy może wymagać różnych rozwiązań w tej dziedzinie. Wciąż aktualny wydaje się wkład noblisty Amartya Sena, przedstawiciela nurtu ekonomii dobrobytu, twórcy tzw. teorii wyboru społecznego (Sen, 1973), który w swoim najważniejszym dziele *On Economic Inequality* rozważa, w jaki sposób jednostkowe preferencje mogą prowadzić do decyzji optymalnych i sprawiedliwych dla ogółu. Obok Sena przełomową rolę nad badaniami nierówności dochodowych w ujęciu normatywnym odegrali Anthony B. Atkinson (1970), autor pracy *On the Measurement of Inequality*, oraz Serge-Christophe Kolm (1966), który w artykule zatytułowanym *The Optimal Production of Social Justice* jako pierwszy przedstawił jednolitą koncepcję pomiaru nierówności w świetle różnych koncepcji sprawiedliwości społecznej.

Okrasa (2016) wyróżnia kilka paradygmatów związanych z badaniami nierówności, biorąc pod uwagę cel przeprowadzanych analiz, przedmiot analizy oraz sposób pomiaru nierówności. Wspomniane podejście normatywne, wykorzystujące jako miarę nierówności dochodowych indeksy Atkinsona (1970) lub Kolma (1966), można określić jako „paradygmat normatywny”, odwołujący się do koncepcji użyteczności dochodu i funkcji dobrobytu społecznego (*Social Welfare Function*).

Kolejnym z paradygmatów jest „klasyczny paradygmat makroekonomiczny”, gdzie jako miara nierówności dochodowych najczęściej wykorzystywany jest współczynnik Giniego. W ramach tego nurtu, poczynając od pracy Kuzneta (1955), wiele miejsca w literaturze poświęcono badaniom wpływu nierówności dochodowych na wzrost gospodarczy. Relacje między nierównościami mierzonymi za pomocą indeksu Giniego a wzrostem PKB podlegały weryfikacji empirycznej prowadzonej w wielu krajach, w tym także w Polsce (por. Sztandynger, Kumor, 2007a, 2007b; Jędrzejczak, 2015), jednak badania te nie doprowadziły do jednoznacznej konkluzji co do kierunku tej relacji.

Nierówności dochodowe wiążą się też z nierównościami społecznymi w innych wymiarach, mającymi wpływ na ogólną jakość życia, takimi jak nierówności w zdrowiu, edukacji, a także obejmują aspekty subiektywne, takie jak poczucie satysfakcji z życia i wiele innych. Punkt widzenia włączający oprócz klasycznych analiz opartych na PKB i dochodach gospodarstw domowych także subiektywne oszacowania kluczowych aspektów jakości życia można określić jako „paradygmat subiektywno-dobrostanowy” (por. Okrasa, 2016; OECD 2015). Do badania takich problemów przydatne są obok klasycznych miar nierówności również miary specyficzne dla danych porządkowych opartych np. na skali Likerta (por. Fattore i in., 2015). Interesującą analizę różnego rodzaju nierówności ekonomicznych i społecznych w Polsce przeprowadził Brzeziński (2013), w wyniku której wskazane zostały mechanizmy odpowiedzialne za wzrost nierówności dochodowych w procesie transformacji ustrojowej.

W ramach tego nurtu wykazano, że duża nierównomierność rozkładu dochodów jest niekorzystna dla większości zjawisk składających się na szeroko rozumiany proces rozwoju społeczno-ekonomicznego; duża koncentracja dochodów wpływa m.in. na poziom zdrowia społeczeństwa (por. Brunner, Marmot, 1999; Wilkinson, 2006), satysfakcję życiową (Knell, 1999) czy przestępczość (por. Wilsem, 2004), a nawet na stan środowiska naturalnego (Clement, Meunie, 2010). Z kolei w pracy Litwińskiego (2017) przeprowadzona została próba prognozowania na podstawie zmian nierówności dochodowych, tendencji rozwoju społeczno-ekonomicznego w Polsce, w której wykorzystano model wektorowej autoregresji (VAR).

Nierówności można uznać także za kategorię, która syntetyzuje efekty przedsięwzięć dotyczących alokacji zasobów publicznych przez regionalne programy rozwojowe i która odzwierciedla różnice względne w poziomach rozwoju jednostek terytorialnych. Rosnące znaczenie porównań regionalnych znalazło odzwierciedlenie w tzw. nowej ekonomii geograficznej (Capello, Nijkamp, 2009). Ujęcie nierówności w tym aspekcie syntetyzuje „paradygmat nierówności przestrzennych”, rozwijany równoległe w kontekście geograficznej koncentracji ubóstwa i nierówności lokalnych (por. Elbers i in., 2005). Do analiz wykorzystywane są tu przede wszystkim różne metody dekompozycji nierówności dochodowych, które pozwalają na porównanie jednostek przestrzennych na różnych poziomach agregacji (regiony, podregiony, powiaty, gminy). Badania w tym zakresie dotyczące regionów Polski prowadzili m.in. Okrasa i Cierpień-Wolan (2014) oraz Okrasa (2016). W analizach wykorzystano dekompozycję opartą na entropii indeksu Theila. Dekompozycję nierówności w Polsce opartą na tym indeksie znajdziemy także w pracy Ulmana i Wąłęgi (2006).

W podsumowaniu badań nad nierównościami dochodów w ujęciu historycznym nie może zabraknąć podkreślenia raz jeszcze wkładu i wpływu, jaki na rozwój badań w tej dziedzinie wywarły, i wciąż wywierają, prace Corrado Giniego. Wpływ ten jest szczególnie widoczny w ogromnym rozwoju badań nad nierównościami we Włoszech, żeby wymienić tylko tak znane nazwiska, jak Carlo Bonferroni,

Gaetano Pietra, Mario De Vergottini, ale także ich uczniów: Vittorio Castellano, Michele Zenge, Camilo Daguma, Achillego Lemmi i Livię Dancelii. Wpływ ten doceniany jest przez wielu statystyków, o czym może świadczyć stwierdzenie przypisywane przez Giorgiego (2005) samemu Barry'emu Arnoldowi, że „any new result on income inequality is, with probability close to 1, a reinvention of something previously published in Italian” („każdy nowy wynik dotyczący nierówności dochodów jest, z prawdopodobieństwem bliskim 1, ponownym odkryciem czegoś wcześniej opublikowanego w języku włoskim”; tłum. własne). Syntezę dorobku Giniego i jego poglądów na statystykę i rachunek prawdopodobieństwa znajdziemy w jednej z jego ostatnich publikacji, opublikowanej w „Journal of the Royal Statistical Society” (Gini, 1965). Podsumowanie dorobku Giniego i jego naśladowców oraz jego wpływu na badania światowe zawarte jest m.in. w artykule Giorgiego (2005) opublikowanym w założonym przez Giniego w 1920 r. czasopiśmie „Metron”, które powstało w 40. rocznicę śmierci tego statystyka włoskiego. Hołdem dla wielkiego uczonego była także międzynarodowa konferencja naukowa, zorganizowana w Sienie przez University of Siena w dniach 23–26 maja 2005 r., poświęcona Giniemu i Lorenzowi (International Conference in memory of two Social Scientists: C. Gini and M.O. Lorenz). O ogromnym dorobku Giniego i możliwościach zastosowania zaproponowanych przez niego metod badania zmienności zjawisk we współczesnych badaniach społeczno-ekonomicznych świadczy też na pewno monografia autorstwa Shlomo Yitzhakiego i Edny Schechtman z 2013 r., zatytułowana *The Gini Methodology. A Primer on a Statistical Methodology* (por. Yitzhaki, Schechtman, 2013). Monografia jest próbą prezentacji miar z rodziny GMD (*Gini Mean Difference*), przedstawionych po raz pierwszy przez Giniego w napisanej 101 lat wcześniej po włosku pracy *Variabilità e Mutabilità* (por. Gini, 2012) oraz ich dostosowania do analiz opartych tradycyjnie na wariancji. Autorzy podkreślają istotną przewagę analiz opartych na podejściu Giniego nad klasyczną analizą wariancji i innymi podejściami wykorzystującymi klasyczne miary zmienności.

Przedstawiony rys historyczny, dotyczący rozwoju badań nad rozkładem dochodów i nierównościami dochodowymi w świetle przemian społeczno-gospodarczych, jakie miały miejsce od początku rewolucji przemysłowej, pokazuje, że zainteresowanie tym problemem badawczym narastało stopniowo wraz z rozwojem gospodarki kapitalistycznej. Zaprezentowany zarys współczesnych problemów związanych ze wzrostem nierówności dochodowych dowodzi, że pomiar i analiza tego zjawiska to temat wciąż aktualny. Obserwowane zagrożenia dotyczą w szczególności pewnych grup społeczno-ekonomicznych, regionów lub innych części populacji, i to właśnie identyfikacja tych grup stanowi dziś prawdziwe wyzwanie dla badacza zajmującego się tą problematyką.

Mimo braku zgodności badaczy odnośnie do siły i charakteru wpływu nierówności dochodowych na wzrost i rozwój gospodarczy uważa się, że zbyt wysokie nierówności mają zawsze wpływ niekorzystny, zaś globalizacja stosunków ekonomicznych oraz presja krajów rozwijających się prowadzą do wzrostu znaczenia problemów podziału dochodu i równości społecznej w badaniach ekonomicznych.

Wiąże się to z kolei z potrzebą badania nierówności dochodowych w różnych przekrojach, badania strukturalnych i koniunkturalnych sfer ubóstwa, a także dobrobytu społecznego. Problemy podziału dochodu i narastających nierówności we współczesnym świecie, uzupełnione pogłębioną analizą tego zjawiska w ujęciu dynamicznym, rozważane były ostatnio w bestsellerowej pracy Piketty'ego (2015).

Należy podkreślić znaczenie takich badań dla ekonomii rozwoju oraz ich wagę dla decydentów, którzy projektują i oceniają politykę ograniczania ubóstwa i politykę redystrybucji dochodów. W swoim ostatnim raporcie poświęconym nierównościom ekonomicznym Bank Światowy postulował zwiększanie wspólnego dobrobytu oraz położenie kresu skrajnemu ubóstwu we wszystkich krajach świata do 2030 r. (World Bank, 2016). Podkreślana jest konieczność zmniejszenia nierówności dochodowych poprzez przyjęcie polityk gospodarczych, które przyspieszą wzrost dochodów najbiedniejszych 40% jednostek populacji (por. Basu, Stiglitz, 2016).

W przedmowie do monografii *Handbook of Income Inequality Measurement* pod redakcją Jacquesa Silbera (1999) noblista Amartya Sen zastanawia się nad kierunkami dalszych badań nad nierównością dochodową i metodami jej pomiaru. W toku tych rozważań wyróżnia trzy najistotniejsze dla współczesnej ekonomii nurty poszukiwań, które pozostają wciąż niedostatecznie zbadane. Są to:

- **Uwzględnianie w rozważaniach dotyczących nierówności dochodowych nie tylko samego rozkładu dochodów, ale także aspektów normatywnych**, takich jak dobrobyt społeczny lub deprywacja pewnych grup społecznych względem innych.

Początki takiego podejścia znajdujemy w pracach Daltona (1920) i Atkinsona (1970), a interesujące podsumowanie tego nurtu przedstawił Kakwani (1999). Na gruncie polskim prace na ten temat publikował m.in. Kot (2000).

- **Włączenie do analizy nierówności dochodowych czynników pozadochodowych**, które czynią analizę nierówności, pośrednio lub bezpośrednio, wielowymiarową.

Zdaniem Sena analiza nierówności dochodowych powinna być nakierowana na ocenę korzyści płynących z danego poziomu dochodów, a ta z kolei zależy od wielu czynników, które wpływają na jednostkę lub gospodarstwo domowe. Mogą to być różnice personalne zależne od płci, wieku, niepełnosprawności; różnice środowiskowe, takie jak klimat, zagrożenia powodziami lub innymi zjawiskami żywiołowymi; różnice kulturowe, a nawet standardy życia we wspólnocie. Splot wielu wymienionych czynników sprawia, że ta sama różnica dochodowa może być inaczej odbierana przez różne grupy jednostek. Problemom takim poświęcona jest m.in. praca Maasoumiego (1999) – autor podkreśla konieczność uwzględnienia rzeczywistych potrzeb i oceny dobrostanu gospodarstw domowych do podejmowania właściwych decyzji.

- **Analiza dekompozycyjna nierówności dochodowych**

Ten nurt jest w pewnym stopniu powiązany z poprzednim, gdyż analiza taka umożliwia poznanie wpływu różnych czynników na kształtowanie się nierówności. Sen zauważa, że jeśli celem jest zbadanie nie tylko jednostek

ekonomicznych w oderwaniu od siebie, ale także uwzględnienie porównań interpersonalnych, należy rozwijać metody dekompozycji, które te relacje uwzględniają. Podejścia oparte na dekompozycji indeksu Theila czy też wariancji wydają się niewystarczające i należy szukać metod opartych na relacjach jednostek ekonomicznych. Przegląd podstawowych idei w tej dziedzinie można znaleźć m.in. w pracy Deutscha i Silbera (1999).

Do tej listy można dodać zagadnienia związane z nowymi wyzwaniami, powiązanymi z polityką zrównoważonego rozwoju, która postuluje m.in. zmniejszenie nierówności społecznych w różnych przekrojach, rozważając podział populacji na coraz mniejsze grupy. Są to:

- Wykorzystanie idei nierównomierności rozkładu dochodów do **badania różnic między populacjami**.
- Rozwój metod **oceny deprecjacji grup** szczególnie narażonych na ubóstwo i wykluczenie.
- **Rosnące zapotrzebowanie na oszacowania na coraz niższym poziomie agregacji**, a więc przy małych liczebnościach prób, co stwarza problemy z efektywną estymacją charakterystyk rozkładów dochodów.

Nowe podejścia do analizy nierówności i ubóstwa przy niedostatecznej liczebności próby, oparte na statystyce małych domen, znajdujemy m.in. w najnowszej edycji pracy profesora Jona N.K. Rao (Rao, Molina, 2015). W Polsce metody te były stosowane do szacowania nierówności i ubóstwa w różnych typach rodzin przez Jędrzejczak i Kubackiego (2013).

1.3. Podstawowe źródła danych o dochodach

Kategorią ekonomiczną najczęściej rozważaną w kontekście badania nierówności w ujęciu materialnym jest dochód. W badaniach statystycznych dochód wyrażony jest w jednostce pieniężnej i rozumiany jako cecha mierzalna ciągła, która dla populacji generalnej traktowana jest jako ciągła zmienna losowa. W zależności od celu badania i wynikającej z niego definicji jednostki statystycznej, która będzie przedmiotem naszego zainteresowania, możemy wyróżnić:

- dochody osobiste,
- dochody gospodarstwa domowego,
- dochody gospodarstwa domowego przypadające na jedną osobę,
- dochody ekwiwalentne gospodarstwa domowego.

Z punktu widzenia badacza zainteresowanego analizą rozkładów dochodów i ich nierównomierności idealna byłaby sytuacja, gdyby dane o dochodach dostępne były jako dane pełne, czyli pochodzące z całej populacji. Warto przypomnieć, że pierwsze analizy statystyczne rozkładów dochodów i ich nierównomierności, prowadzone przez Wilfredo Pareto, oparte były na danych pochodzących ze

statystyk podatkowych. W Polsce dane pełne pochodzące z rejestrów podatkowych, będących w gestii Ministerstwa Finansów, nie są jednak udostępniane, nawet do badań naukowych. W takiej sytuacji pozostają badania częściowe, przy czym ze względu na bardzo duże zróżnicowanie dochodów oraz wymagania stawiane jakości danych statystycznych, szczególnie dotyczące minimalizacji błędów zarówno losowych, jak i nielosowych, powinny to być badania oparte na bardzo dużych próbach. Badania reprezentacyjne oparte na takich próbach prowadzi od wielu lat Główny Urząd Statystyczny (GUS). Obejmują one:

- Badanie Budżetów Gospodarstw Domowych (BGD), prowadzone nieprzerwanie od 1957 r.,
- Badanie Dochodów i Warunków Życia Ludności (w ramach badania europejskiego *Survey on Income and Living Conditions*, EU-SILC), prowadzone od 2006 r.

Badanie Budżetów Gospodarstw Domowych od 2018 r. prowadzone jest przez ankierów metodą wywiadu bezpośredniego wspomaganego komputerowo, czyli metodą CAPI (*Computer Assisted Personal Interview*), a zapisy w „Książeczce budżetowej” badane gospodarstwa domowe prowadzą w książeczce papierowej lub w książeczce elektronicznej dostępnej poprzez przeglądarkę internetową (metodą CAII – *Computer Assisted Internet Interview*) bądź też zbierają paragony.

Zgodnie z Programem Badań Statystycznych badanie EU-SILC jest dobrowolnym, reprezentacyjnym badaniem ankietowym prywatnych gospodarstw domowych, realizowanym techniką bezpośredniego wywiadu z respondentem. Od 2016 r. do badania wprowadzono metodę CAPI, polegającą na przeprowadzeniu wywiadu z respondentem przy użyciu urządzeń mobilnych, na których zapisywane są udzielone odpowiedzi. Organizacja i metodologia badania EU-SILC regulowana jest rozporządzeniem Parlamentu Europejskiego i Rady nr 1177/2003 z 16 czerwca 2003 r. (z modyfikacjami zawartymi w rozporządzeniu nr 1553/2005) dotyczącym statystyki dochodów i warunków życia ludności (EU-SILC) oraz korespondującymi z tym aktem prawnym rozporządzeniami Komisji Europejskiej (por. GUS, 2021).

Jednostką badania zarówno w badaniu BGD, jak i w EU-SILC jest gospodarstwo domowe, jedno- lub wieloosobowe, przy czym w badaniu EU-SILC analizie podlegają wszyscy członkowie gospodarstwa, którzy do 31 grudnia w roku poprzedzającym badanie ukończyli 16 lat. W badaniu BGD udostępniane do celów naukowych dane indywidualne obejmują zbiory dotyczące dochodów zbadanych gospodarstw domowych, natomiast w ramach badania EU-SILC dostępne są zbiory danych indywidualnych na dwóch poziomach: na poziomie gospodarstwa domowego (*Household Register, Household Data*) i na poziomie indywidualnym (*Personal Register, Personal Data*).

Kategorią dochodu, która najczęściej stanowi przedmiot analizy w badaniach Głównego Urzędu Statystycznego, jest tzw. **dochód rozporządzalny** gospodarstwa domowego (ang. *available income*). Według definicji przyjętej przez GUS (2021, s. 280): „Dochód rozporządzalny jest to suma bieżących dochodów gospodarstwa

domowego z poszczególnych źródeł pomniejszona o zaliczki na podatek dochodowy od osób fizycznych płacone przez płatnika w imieniu podatnika (od dochodów z pracy najemnej oraz od niektórych świadczeń z ubezpieczenia społecznego i świadczeń pomocy społecznej), o podatki od dochodów i własności płacone przez osoby pracujące na własny rachunek, w tym przedstawiciele wolnych zawodów i osób użytkujących gospodarstwo indywidualne w rolnictwie oraz o składki na ubezpieczenia społeczne i zdrowotne. W skład dochodu rozporządzalnego wchodzi dochody pieniężne i niepieniężne, w tym spożycie naturalne (towary i usługi konsumpcyjne pobrane na potrzeby gospodarstwa domowego z gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie bądź działalności gospodarczej na własny rachunek) oraz towary i usługi otrzymane nieodpłatnie. Dochód rozporządzalny przeznaczony jest na wydatki oraz przyrost oszczędności”.

Na dochód rozporządzalny składają się następujące kategorie:

- dochód z pracy najemnej;
- dochód z gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie;
- dochód z pracy na własny rachunek poza gospodarstwem indywidualnym w rolnictwie, z wykonywania wolnego zawodu;
- dochód z tytułu własności;
- dochód z wynajmu nieruchomości;
- świadczenia z ubezpieczeń społecznych (w tym emerytury i renty);
- pozostałe świadczenia społeczne (w tym świadczenia rodzinne);
- pozostały dochód (w tym dary i alimenty).

Podobną kategorią jest stosowany w ramach badania EU-SILC **dochód do dyspozycji** (ang. *disposable income*), który definiowany jako „suma rocznych dochodów pieniężnych (w przypadku dochodów z pracy najemnej uwzględniających dodatkowo korzyści niepieniężne związane z użytkowaniem samochodu służbowego) netto (po odliczeniu zaliczek na podatek dochodowy, podatków od dochodów z własności, składek na ubezpieczenie społeczne, zdrowotne) wszystkich członków gospodarstwa domowego pomniejszona o: podatki od nieruchomości, transfery pieniężne przekazane innym gospodarstwom domowym oraz saldo rozliczeń z urzędem skarbowym” (por. GUS, 2021, s. 282). Dochód do dyspozycji obejmuje więc następujące komponenty:

- dochody z pracy najemnej (w tym korzyści niepieniężne związane z użytkowaniem samochodu służbowego);
- dochody z pracy na własny rachunek;
- świadczenia dla bezrobotnych;
- świadczenia związane z wiekiem (emerytury, wcześniejsze emerytury krajowe i zagraniczne, renty strukturalne rolników indywidualnych, odprawy z pracy wypłacane osobom przechodzącym na emeryturę, renty z tytułu niepełnosprawności krajowe i zagraniczne, renty socjalne, zasiłki pielęgnacyjne, emerytury z prywatnych funduszy emerytalnych);
- renty rodzinne (renty rodzinne krajowe i zagraniczne otrzymywane przez osoby w wieku 16 lat i więcej);

- świadczenia chorobowe (w tym odszkodowania z tytułu uszczerbku na zdrowiu);
- świadczenia dla niepełnosprawnych (w tym renta szkoleniowa, świadczenie rehabilitacyjne) otrzymywane przez osoby niebędące w wieku emerytalnym;
- stypendia;
- dochody z wynajmu nieruchomości;
- świadczenia dotyczące rodziny (w tym zasiłki rodzinne z dodatkami, zasiłki macierzyńskie);
- świadczenia dotyczące wykluczenia społecznego (w tym świadczenia z pomocy społecznej);
- dodatki mieszkaniowe;
- regularne transfery otrzymywane od osób spoza gospodarstwa domowego;
- dochody kapitałowe (z własności finansowej);
- dochody dzieci do lat 16 (w tym renty rodzinne, zasiłki pielęgnacyjne, stypendia).

W celu uwzględnienia wpływu, jaki na koszty utrzymania gospodarstwa domowego ma jego skład demograficzny, w badaniu przekształcono kategorię dochodu rozporządzalnego gospodarstwa domowego w tzw. **dochód ekwiwalentny**. Kategoria ta pozwala na uwzględnienie wpływu wielkości i składu demograficznego gospodarstwa na jego koszty utrzymania i stosowana jest najczęściej w badaniach dotyczących ubóstwa i zamożności.

Obok skal uwzględniających skład i strukturę gospodarstwa, do których należą popularne skale OECD („stara” i „nowa” lub zmodyfikowana), stosowane są także potęgowe skale ekwiwalentności, które uwzględniają wpływ jedynie liczby osób w gospodarstwie domowym na jego koszty utrzymania (por. Buhmann i in., 1988).

Skale potęgowe zaproponowane były w ramach *Luxemburg Income Study* (LIS) i określa je ogólny wzór: $m^{LIS} = LOS^\eta$, gdzie: η – współczynnik elastyczności skali, $\eta \in [0,1]$, LOS – liczba wszystkich osób w gospodarstwie domowym. Dzieląc dochód gospodarstwa przez wartości skali, otrzymujemy dochód ekwiwalentny, co w przypadku $\eta = 0$ oznacza dochód ogółem gospodarstwa domowego, zaś dla $\eta = 1$ – dochód przypadający na osobę.

Skale potęgowe, w przeciwieństwie do często stosowanych skal OECD – „starej” i „zmodyfikowanej”, nie uwzględniają wieku członków gospodarstwa domowego, jednak okazuje się, że właśnie liczebność gospodarstwa niesie prawie całą informację na temat zmienności skali, a wpływ takich czynników jak liczba dzieci czy wiek głowy gospodarstwa domowego jest znacznie mniejszy (por. Kot, 2000). Ponadto skale potęgowe bardzo dobrze aproksymują skale OECD, i tak np. Kot (2000) wyznaczył parametry elastyczności dla skal OECD 70/50, OECD 50/30 oraz skali „quasi-dokładnej” Szulca, otrzymując współczynniki elastyczności równe odpowiednio: 0,78, 0,61 i 0,72. Wybór konkretnego współczynnika zależy od przewidywanych „efektów skali” wynikających ze wspólnego gospodarowania, związanych z poziomem rozwoju gospodarczego kraju, a także od sądów wartościujących, określających hierarchię potrzeb różnych typów gospodarstw

domowych. W badaniach dotyczącym rozkładów dochodów w Polsce wykorzystywane są także skale ze współczynnikami elastyczności 0,78 i 0,61, które bardzo dobrze przybliżają skale OECD, oraz bardziej „płaska” skala z $\eta = 0,5$ (por. Jędrzejczak, Pekasiewicz, 2022). Skala ta jest coraz częściej stosowana w publikacjach OECD ze względu na fakt, że zmienne koszty utrzymania, np. żywność i środki higieny osobistej, stanowią w krajach wysokorozwiniętych coraz mniejszą część wydatków gospodarstw domowych (por. Szulc, 1995; Dudel i in., 2021).

1.4. Prezentacja pracy

Na podstawie rozważań przedstawionych w podrozdziale 1.2 możemy zauważyć, że mimo ponadstuletniej historii badań nad pomiarem nierówności dochodowych, kiedy powstało wiele popularnych metod uważanych dziś za klasyczne, a także szereg metod mniej znanych, które można uznać za nieklasyczne, dziedzina ta dalej się rozwija dzięki nowym wyzwaniom.

Obecnie niezwykle istotną sprawą jest nie tylko pomiar nierówności na poziomie całego kraju, ale także pomiar „luki dochodowej” oraz „dystansu ekonomicznego” między różnymi grupami społecznymi, co pozwala na uchwycenie istoty problemu i wdrożenie środków polityki społecznej nakierowanej na przeciwdziałanie skutkom nierówności ekonomicznej. Pełną ocenę i analizę źródeł nierówności dochodowych, która może być pomocna w badaniu efektów wdrażania polityki przeciwdziałania nierównościom, można przeprowadzić, stosując bardziej zaawansowane metody badawcze, w tym metody dekompozycji nierówności dochodowych według grup oraz źródeł dochodu. Ponadto niewystarczające wydaje się badanie rozkładów dochodów jedynie za pomocą miar syntetycznych, np. średniej arytmetycznej, mediany, współczynnika Giniego czy innych miar koncentracji dochodów. Potrzebne są miary punktowe, które pokazują nierówności dla każdego kwantyla rozkładu, co pozwala na wykrycie źródeł problemu i na porównania rozkładów dochodów w różnych przekrojach, w czasie i przestrzeni. Zagadnienia te są w literaturze polskiej stosunkowo mało znane. Wszystkie te podejścia rozważane będą w kolejnych rozdziałach pracy.

Głównym celem monografii jest ocena klasycznych metod analizy nierówności dochodowych oraz propozycje nowych, mało znanych nieklasycznych metod, m.in. opartych na idei Zengi, jako konkurencyjnych wobec powszechnie stosowanych metod klasycznych. Proponowane metody dotyczą analizy nierówności dochodowych w ujęciu przestrzennym i dynamicznym, oceny różnic między grupami społecznymi, a także dekompozycji nierówności.

Pojęcia „klasyczne metody statystyczne” i „nieklasyczne metody statystyczne” są różnie interpretowane. Słowo „klasyczne” może oznaczać metody wcześniej opracowane, częściej wykorzystywane niż inne, stosowane przy często powtarzających

się założeniach. W pracy tej przez nieklasyczne metody statystyczne będziemy rozumieli metody, które nie charakteryzują się wymienionymi cechami (por. Domański, Pruska, 2000).

W rozdziale pierwszym zaprezentowano uzasadnienie podjęcia problemu badawczego wraz z rysem historycznym i aktualnymi zagadnieniami badawczymi dotyczącymi statystycznej analizy nierówności dochodowych. Przedstawiono też różne kategorie dochodu jako głównego przedmiotu badania oraz wykorzystywane w pracy źródła danych.

W rozdziale drugim przedstawione zostały, wraz z analizą ich własności, podstawowe podejścia do badania nierównomierności rozkładu dochodów, w tym uważane już za klasyczne podejścia Theila, Bonferroniego, Giniego i Lorenza, a także stosunkowo nowe miary oparte na kwantylach i „punktowych” miarach koncentracji Zengi. Pokazano zalety nowych podejść oraz ich powiązania z zaproponowanym po raz pierwszy przez Giniego współczynnikiem koncentracji i miarą dyspersji znaną jako średnia różnica Giniego.

Rozdział trzeci poświęcony jest metodom badania nierówności „pomiędzy rozkładami”, obejmującym także metody oceny stopnia przewagi, czy też depriwacji, jednych zbiorowości względem innych. Uwzględniono zarówno klasyczne miary odległości między rozkładami, jak i miary oparte na średniej różnicy Giniego, które uwzględniają wszystkie pary jednostek ekonomicznych. Odrębnie omówiono podejście oparte na rozkładzie względnym, które oprócz porównywania rozkładów dla wszystkich kwantyli umożliwia interesującą wizualizację różnic między rozkładami. Zaproponowano także metody wykrywania przyczyn zaobserwowanych różnic.

Rozdział czwarty obejmuje metody dekompozycji nierówności dochodowych według podpopulacji oraz źródeł dochodu, które umożliwiają pełną ocenę poziomu i analizę źródeł nierówności dochodowych. Wszystkie zaprezentowane podejścia do badania nierówności dochodowych uzupełnione są analizami empirycznymi.

Rozdział 2

Metody badania nierównomierności rozkładów dochodów

2.1. Uwagi wstępne

Pod pojęciem nierównomierności rozkładu dochodów w szerokim znaczeniu tego słowa rozumiemy zarówno jego zróżnicowanie (dyspersję, rozrzut), jak i tzw. koncentrację (por. np. Kordos, 1973). Celem miar zróżnicowania jest wykazanie, „w jakim stopniu poszczególne spostrzeżenia koncentrują się koło wspólnego środka” (Szulc, 1967, s. 236), przy czym środkiem tym jest przeważnie średnia arytmetyczna lub mediana. Miary dyspersji określają więc, o ile przeciętnie różnią się poszczególne wartości badanej cechy od poziomu średniego. Koncentracja zaś oznacza „skupienie mniejszej lub większej części ogólnej sumy wartości w rękę większej lub mniejszej części ogółu jednostek” (Szulc, 1967, s. 259). Należy jednak podkreślić, że w węższym sensie miary nierównomierności utożsamiamy z najczęściej unormowanymi miarami „koncentracji” dochodów.

W przypadku rozkładu dochodów oznacza to, że znaczna część ogólnego dochodu przypada niewielkiej liczbie osób o wysokim dochodzie. W skrajnym przypadku cały dochód zbiorowości znajduje się w rękach jednej osoby, natomiast dochód pozostałych członków zbiorowości równy jest zeru. Podobnie *Słownik Terminów Statystycznych* Kendalla i Bucklanda (1986, s. 68) określa koncentrację jako „stopień, w jakim pewna wielkość jest koncentrowana w niektórych elementach pewnego agregatu w czasie lub w przestrzeni”. Miary koncentracji nadają się najbardziej do badania rozkładów skrajnie asymetrycznych (Szulc, 1967, s. 257). Do takich rozkładów należą właśnie rozkłady dochodów – znajduje się w nich przeważnie bardzo dużo jednostek o dochodzie niskim i mało jednostek o dochodzie wysokim. Rozkładowi osób według wysokości dochodów przeciwstawia się rozkład dochodów według ich sumy – suma dochodów niskich jest względnie niewielka, natomiast suma dochodów wysokich jest znaczna, choć przypada ona niewielkiej liczbie osób. W takiej sytuacji miary dyspersji mogą być zbyt abstrakcyjne, niezwiązane z rzeczywistym rozkładem, a nierównomierność rozkładu powinna być mierzona za pomocą miar koncentracji. Należy zaznaczyć, że wiele mierników

koncentracji mierzy jednocześnie stopień zróżnicowania rozkładu (por. np. współczynnik Giniego, wzór (2.18)), stąd też szereg kłopotów interpretacyjnych związanych z tymi pojęciami. Wygodnie jest więc określać miary koncentracji jako miary nierównomierności, rozumiejąc pod tym pojęciem zarówno zróżnicowanie, jak i koncentrację rozkładu.

W analizach porównawczych rozkładów płac i dochodów w czasie i przestrzeni szerokie zastosowanie mają punktowe oraz syntetyczne miary nierównomierności rozkładów. Mierniki te pozwalają obliczyć stopień zróżnicowania i koncentracji płac i dochodów w całym rozkładzie oraz w poszczególnych jego częściach. Konstrukcja tych miar jest zwykle stosunkowo prosta, posiadają one również zrozumiałą interpretację ekonomiczną. Oprócz współczynników mierzących stopień nierównomierności wewnątrz rozkładu proponowane są także miary nierównomierności pomiędzy rozkładami dochodów. Łącznie ze współczynnikami nierównomierności umożliwiają one ocenę, w jakich grupach jednostek ekonomicznych koncentrują się dochody, co może być punktem wyjścia do wyodrębnienia sfer ubóstwa oraz do konstrukcji globalnych indeksów ubóstwa i pomiaru dobrobytu. Poziom dobrobytu społecznego zależy bowiem nie tylko od masy wytworzonego dochodu, ale także, a może przede wszystkim, od jego rozkładu pomiędzy poszczególne jednostki zbiorowości.

Obok miar klasycznych, opartych na odniesieniu stopnia zróżnicowania lub koncentracji rozkładu w mniej lub bardziej bezpośredni sposób do poziomu średniej arytmetycznej, spotykane są też miary oparte na kwantylach, do których należą zarówno proste wskaźniki zróżnicowania dla skrajnych grup dochodowych, jak i skomplikowane miary określające nierównomierność całego rozkładu dochodów.

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele miar nierównomierności. Wynikiem oceny ich przydatności do analizy płac i dochodów było wyróżnienie szeregu własności, które powinien spełniać idealny miernik koncentracji oznaczony jako I (por. np. Dalton, 1920; Atkinson, 1970; Sen, 1973; Kolm, 1976; Fields, Fey, 1978).

1. $0 \leq I \leq 1$
2. $I = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie dochody są równe.
3. $I = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy tylko jeden dochód jest różny od zera (dla nieskończonej populacji).
4. Zasada homogeniczności lub niezmienniczość względem skali (ang. *scale invariance*) zakłada, że pomnożenie wszystkich dochodów przez tę samą wielkość nie zmienia miary nierówności. Nie ma więc znaczenia, w jakiej jednostce, np. walucie, wyrażone są dochody.
5. Zasada symetrii – współczynnik I nie zależy od uporządkowania jednostek w badanej zbiorowości.
6. Niezmienniczość względem replikacji zbiorowości¹.

1 Istnieje pewna sprzeczność między trzecią i szóstą własnością. Gdyby spełniona była niezmienniczość w przypadku replikacji populacji, to $I = 1$ miałyby także zbiorowości, w których więcej niż jeden dochód jest różny od zera.

7. Zwiększenie (zmniejszenie) wszystkich dochodów o tę samą wartość zmniejsza (zwiększa) nierówność mierzoną I .
8. Zasada transferu Pigou-Daltona (ang. *transfer principle*) – przesunięcie dochodu od jednostki bogatszej do biedniejszej bez zmiany ich uporządkowania zmniejsza nierównomierność rozkładu².
9. Możliwość dekompozycji – rozłożenia współczynnika na sumę części mierzącej koncentrację międzygrupową i części dotyczącej koncentracji wewnątrz grup.

2.2. Podstawowe miary nierównomierności rozkładów dochodów

Od przełomu XIX i XX w. w literaturze ekonomicznej wiele uwagi poświęca się problemowi opracowania odpowiednich współczynników lub wskaźników umożliwiających pomiar nierówności dochodowych. Wśród wielu takich miar najpopularniejszy stał się indeks Giniego, oparty na funkcji Giniego-Lorenza, powszechnie znanej jako krzywa Lorenza. Indeks Giniego można opisać kilkoma matematycznymi reprezentacjami – każdej z nich można nadać własną interpretację i w naturalny sposób prowadzi to do wielu różnych formuł estymatorów (por. Yitzhaki, Schechtman, 2013). Inne ważne miary nierówności dochodów zaproponowali Bonferroni (1930) i Zenga (1984, 2007). Indeks Zengi (1984), oparty na relacji między kwantylami rozkładu i dochodu, ma interesujące własności statystyczne, co spowodowało, że w ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat poświęcono mu wiele uwagi w literaturze ekonomicznej. Udowodniono, że miara ta ma kilka zalet w stosunku do popularnego współczynnika Giniego, ponieważ można łatwo dokonać jego dekompozycji i jest on wrażliwy na zmiany w każdym „punkcie” rozkładu dochodów, tj. wykrywa wszystkie odchylenia od równości w dowolnej części rozkładu z taką samą wrażliwością. Podobne własności ma także zaproponowany wiele lat później współczynnik Zengi (2007), który ma prostszą postać i jest oparty na porównaniu tzw. dolnej i górnej średniej arytmetycznej dochodu.

W niniejszym podrozdziale zaczniemy od stosunkowo prostych miar opartych na porównaniach wielkości dochodów uzyskiwanych przez badane jednostki ekonomiczne z poziomem średniej arytmetycznej, które zyskały stosunkowo niewielką popularność w pogłębionych analizach nierówności. W dalszej części omówione zostaną miary oparte na krzywych koncentracji oraz oparte na entropii współczynnik Theila. Omawiając najważniejsze miary stosowane w pomiarze nierówności dochodowych, należy przede wszystkim podkreślić znaczący wkład

2 Kolm (1976) rozszerzył zasadę transferu i sformułował zasadę tzw. malejącego transferu (ang. *diminishing transfer principle*), która wymaga większej redukcji nierówności dla transferów w niższych grupach dochodowych.

Corrado Giniego w badania nierówności dochodów, które opierają się na dwóch krzywych nierówności oraz odpowiadających im wskaźnikach punktowych i syntetycznych, przy czym zaproponowane indeksy syntetyczne są średnimi arytmetycznymi indeksów punktowych.

Istnieje wiele miar nierównomierności, które zostały skonstruowane specjalnie do analizy rozkładów dochodów bądź też znalazły zastosowanie w takich badaniach. Wśród powszechnie znanych statystycznych miar zróżnicowania w analizie rozkładów płac i dochodów zastosowanie znajdują wariancja, współczynnik zmienności³ oraz logarytmiczne odchylenie standardowe. Mniej znane miary zróżnicowania dochodów oparte na odchyleniach od średniej arytmetycznej to współczynniki Kolma (1969) i Kakwaniego (1980).

Współczynnik Kolma przyjmuje postać:

$$KM_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} \ln \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp[\varepsilon(\bar{y} - y_i)] \right\}, \quad \varepsilon > 0 \quad (2.1)$$

gdzie:

y_i – dochód i -tej jednostki zbiorowości,

\bar{y} – średnia arytmetyczna,

N – liczebność zbiorowości,

ε – stała, której wielkość ustalona jest w zależności od roli, jaką chcemy nadać dochodom niskim.

Współczynnik (2.1) dla dużych liczebności N przyjmuje wartości z przedziału $[0; \bar{y}]$. Nie spełnia on powszechnie akceptowanej zasady niezmienniczości względem skali (ang. *scale invariance*), jest natomiast niezmienniczy względem transferów (ang. *invariance under translation*). W tym podejściu przyjmuje się, że proporcjonalne zwiększenie dochodów zwiększa nierówności dochodowe, utrwalając niejako stan istniejący (por. Ostasiewicz, 2017).

Współczynnik Kakwaniego określony jest wzorem:

$$KA_\varepsilon = \frac{1}{\bar{y} \sum_{i=1}^N i^\varepsilon} \sum_{i=1}^N (N + 1 - i)^\varepsilon (\bar{y} - y_{(i)}), \quad \varepsilon > 0 \quad (2.2)$$

gdzie: $y_{(i)}$ – dochód i -tej jednostki uporządkowanej niemalejąco zbiorowości.

Dla dużych N współczynnik (2.2) przyjmuje wartości z przedziału $[0; 1]$.

Oprócz współczynników Kolma i Kakwaniego istnieje wiele innych mierników, które pozwalają na analizę stopnia nierównomierności rozkładu dochodów. Warto tu wymienić współczynniki koncentracji Herfindahla (por. Hart, 1971) i Rosenblutha (por. Wyżnikiewicz, 1987).

3 Znała jest także postać współczynnika zmienności opartego na odchyleniu przeciętnym zwana współczynnikiem Kuzneta: $K = \left| \frac{y_i}{N\bar{y}} - \frac{1}{N} \right|$.

Współczynnik Herfindahla określa wzór:

$$H = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^2 \quad (2.3)$$

Współczynnik ten przyjmuje wartości z przedziału $\left[\frac{1}{N}; 1 \right]$.

Współczynnik Rosenblutha przyjmuje postać:

$$R = \left(2N + 1 - 2 \sum_{i=1}^N i \frac{y_i(i)}{N\bar{y}} \right)^{-1} \quad (2.4)$$

i jest on unormowany w przedziale $\left[\frac{1}{N}; 1 \right]$

Szczególną rolę w analizach nierówności dochodowych odgrywa współczynnik Theila (1967), związany z pojęciem entropii. Współczynnik Theila oparty jest na entropii udziałów dochodowych q_i , którą można wyrazić następująco:

$$H(q) = \sum_{i=1}^N q_i \ln \frac{1}{q_i} \quad (2.5)$$

gdzie:

$$q_i = y_i / \sum y_i, \quad y_i > 0,$$

y_i – dochód i -tej jednostki zbiorowości,

N – liczebność zbiorowości.

Theil zauważył, że entropia wyrażona wzorem (2.5) dąży do 0, gdy wszystkie jednostki zbiorowości poza jedną nie osiągają żadnych dochodów, natomiast gdy dochód rozłożony jest równomiernie, entropia osiąga wartość maksymalną równą $\ln N$. Tak więc miara $H(q)$ wyrażona wzorem (2.5) może być traktowana jako miara równomierności rozkładu dochodów. Odpowiednią miarę nierównomierności można otrzymać, odejmując wartość $H(q)$ od maksymalnej entropii dla N -elementowej populacji równej $\ln N$.

Współczynnik Theila przyjmuje więc postać:

$$Th = \ln N - H(q) = \sum_{i=1}^N q_i \ln N q_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\bar{y}} \ln \frac{y_i}{\bar{y}} \quad \text{dla } y_i > 0 \quad (2.6)$$

gdzie: \bar{y} – średnia arytmetyczna.

Współczynnik Theila określony wzorem (2.6) przyjmuje wartości od zera (pełna równomierność rozkładu) do $\ln N$ (pełna nierównomierność). Wartość największa Th rośnie więc wraz ze wzrostem liczebności zbiorowości. Theil uważał ten fakt za zaletę, a nie wadę swojego wskaźnika, argumentując, że zbiorowość, w której są dwie osoby i tylko jedna z nich osiąga dochód ($Th = \ln 2$), jest w mniejszym stopniu nierównomierna niż zbiorowość, w której są dwa miliony osób, z których 1 999 999

nie zarabia nic ($Th = \ln(2 \cdot 10^6)$). Współczynnik Theila dla drugiej zbiorowości byłby równy także $\ln 2$, gdyby połowa jednostek tej zbiorowości osiągała równe dochody, natomiast dochód pozostałej części byłby równy 0. Wtedy koncentracja dochodów w obu zbiorowościach byłaby taka sama. Miara Theila spełnia więc warunek niezmienniczości w przypadku replikacji populacji.

Miara Theila jest ściśle powiązana z pojęciem informacji. Można ją interpretować jako przeciętną zawartość informacyjną wiadomości, która przekształca udziały w populacji w udziały dochodowe. Prawdopodobieństwa początkowe (ang. *prior probabilities*) to udziały w populacji ($1/N$), natomiast prawdopodobieństwa końcowe (ang. *posterior probabilities*) to udziały w dochodzie globalnym – $y_i/\Sigma y_i$.

Współczynnik nierówności zaproponowany przez Theila może być stosowany także do badania stopnia nierównomierności teoretycznych rozkładów prawdopodobieństwa. Można go wówczas wyrazić za pomocą następującej formuły (Theil, 1967):

$$Th = \int_0^{\infty} \frac{y}{\mu} \ln \frac{y}{\mu} f(y) dy \quad (2.7)$$

gdzie:

$f(y)$ – funkcja gęstości zmiennej losowej Y ,

μ – wartość oczekiwana rozkładu dochodów.

Współczynnik Th dla rozkładu Pareto przyjmuje postać:

$$Th = \frac{1}{a-1} - \ln \frac{a}{a-1} \quad (2.8)$$

gdzie: a – stała Pareto,

natomiast dla rozkładu logarytmiczno-normalnego jest funkcją parametru σ^2 będącego wariancją logarytmów zmiennej losowej Y :

$$Th = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (2.9)$$

Jedną z niewątpliwych zalet indeksu Theila jest łatwość, z jaką można dokonać dekompozycji tego współczynnika według grup, czyli podpopulacji, na które została podzielona badana populacja (ang. *group decomposition*). Taka dekompozycja indeksu nierównomierności rozkładów dochodów polega najczęściej na możliwości przedstawienia go jako sumy dwóch składników, z których jeden dotyczy nierówności wewnątrz grup, drugi zaś mierzy nierówności między grupami. Jeżeli daną N -elementową populację podzielimy na G podzbiorów S_1, \dots, S_G o liczebnościach N_g ($g = 1 \dots G$), to współczynnik Theila wyrażony wzorem (2.5) można przedstawić w następujący sposób:

$$\sum_{i=1}^N q_i \ln \frac{q_i}{1/N} = \sum_{g=1}^G Q_g \ln \frac{Q_g}{N_g/N} + \sum_{g=1}^G Q_g \left(\sum_{i \in S_g} \frac{q_i}{Q_g} \ln \frac{q_i/Q_g}{1/N_g} \right) \quad (2.10)$$

gdzie:

q_i – udział dochodu i w ogólnym dochodzie populacji,

Q_g – udział grupy g w dochodzie globalnym,

N_g/N – udział liczebności zbiorowości g w całej zbiorowości,

q_i/Q_g – udział dochodu i w dochodzie globalnym grupy g ,

$1/N_g$ – udziały jednostek zbiorowości g w tej zbiorowości.

Pierwszy składnik prawej strony równania (2.10) jest miarą nierównomierności pomiędzy grupami, natomiast drugi składnik mierzy średnią nierównomierność wewnątrz grup. Wagami są tu udziały dochodowe poszczególnych grup w dochodzie w całej zbiorowości Q_g .

Ze względu na własności statystyczne i możliwość interpretacji ekonomicznej w analizie rozkładów płac i dochodów większe zastosowanie mają następujące grupy miar:

- oparte na krzywych koncentracji współczynniki Giniego, Bonferroniego i Zengi,
- powiązane z koncepcją dobrobytu miary Daltona i Atkinsona, które zostaną omówione w odrębnym paragrafie.

Pośród tych miar za klasyczne możemy uznać wszystkie współczynniki poza indeksami Zengi, które zostały zaproponowane znacznie później w wyniku krytyki wcześniejszych, klasycznych podejść.

Kluczową rolę w pomiarze nierównomierności rozkładów dochodów odgrywa funkcja Lorenza, zwana w krajach kultury łacińskiej funkcją Giniego lub Giniego-Lorenza. Funkcja Lorenza (Lorenz, 1905), nazywana też często krzywą Lorenza, odwzorowuje skumulowane udziały dochodu Y , czyli $L(p)$, względem skumulowanych udziałów populacji p : $\{p, L(p)\}$.

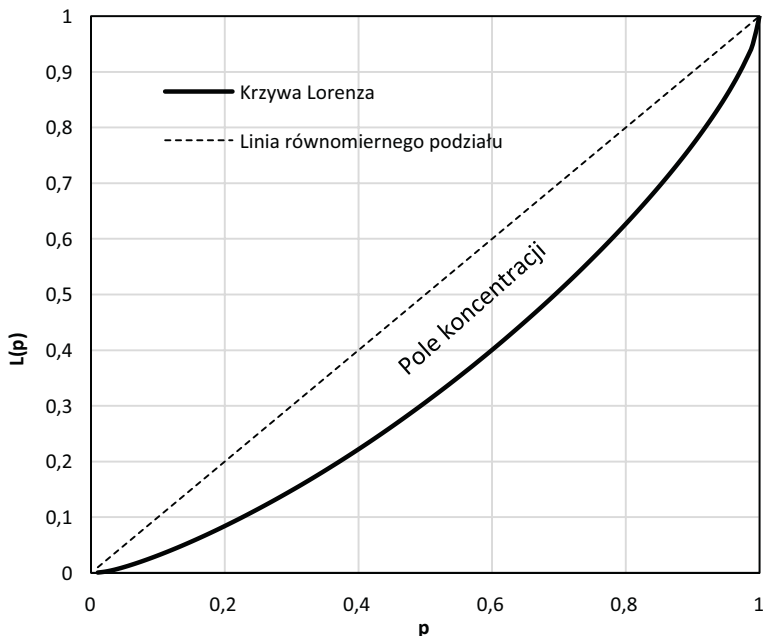
Niech będzie dany rozkład prawdopodobieństwa o gęstości $f(y)$ i dystrybuancie $F(y)$. Funkcja Lorenza dla tego rozkładu przyjmuje postać (Pietra, 1915, s. 782):

$$L(p) = \mu^{-1} \int_0^p F^{-1}(t) dt \quad (2.11)$$

gdzie:

μ – wartość oczekiwana zmiennej losowej Y ,

$F^{-1}(p)$ – kwantyl rzędu p , $p \in [0; 1]$



Rys. 2.1. Krzywa Lorenza i pole koncentracji

Źródło: opracowanie własne.

Krzywa koncentracji Lorenza wraz z linią równomiernego podziału, $L(p) = p$ i polem koncentracji określającym współczynnik Giniego przedstawiona została na rys. 2.1. Funkcja wyrażona wzorem (2.11), odpowiadająca wartościom dystrybuanty $p = F(y)$, jest zawsze niemalejąca, wypukła, a pochodna dL/dp przyjmuje wartość 1 dla $p' = F(\mu)$. Punkt p' , zwany punktem największej rozbieżności między krzywą Lorenza a linią $L(p) = p$, określający ich maksymalną odległość w pionie, spełnia następującą zależność: $p' - L(p') = \delta/2\mu$ (por. Gastwirth, 1972), gdzie δ oznacza odchylenie przeciętne od średniej arytmetycznej. Punkt p' wskazuje więc frakcję jednostek otrzymujących dochody poniżej średniej. Miarę koncentracji wykorzystującą punkt p' zaproponował Schutz (1951). Jest ona określona jako pole pomiędzy pochodną $L'(p)$ a pochodną linii równomiernego podziału równą 1 dla $p \in (0, p')$. Pole to jest równe $\delta/2\mu$.

Do identycznej formuły można także sprowadzić miarę koncentracji znaną jako indeks Pietry, którą zaproponował Pietra (1948).

Punkt największej rozbieżności został także wykorzystany przez węgierskich statystyków Éltető i Frigyesa (1968). Zaproponowali oni trzy mierniki, z których dwa określają nierównomierność w częściach rozkładu (dla dochodów poniżej i powyżej wartości przeciętnej), natomiast trzeci dotyczy nierównomierności w całej badanej zbiorowości. Wskaźniki te można określić w następujący sposób:

$$I_1 = \frac{\mu}{\mu_1}; \quad I_2 = \frac{\mu_2}{\mu}; \quad I_3 = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (2.12)$$

gdzie:

μ – wartość oczekiwana zmiennej Y ,

μ_1 – wartość oczekiwana dla $Y < \mu$,

μ_2 – wartość oczekiwana dla $Y \geq \mu$.

Można wykazać (por. np. Kordos, 1973), że wszystkie wskaźniki koncentracji określone wzorami (2.12) mogą być przedstawione jako funkcje współrzędnych punktu największej rozbieżności dla krzywej Lorenza. Éltétő i Frigyes wykazali ponadto, że dla rozkładu logarytmiczno-normalnego wystarczy obliczenie tylko jednego z zaproponowanych trzech mierników, gdyż dolne i górne części rozkładu mają tę samą nierównomierność (funkcja Lorenza jest symetryczna). I tak miernik I_3 dla rozkładu logarytmiczno-normalnego przyjmuje postać:

$$I_3 = \frac{\Phi^2(\sigma/2)}{[1-\Phi(\sigma/2)]^2} \quad (2.13)$$

gdzie: $\Phi(*)$ – dystrybuanta rozkładu $N(0,1)$, σ – odchylenie standardowe $\ln Y$.

Miary (2.12) są transformacjami współczynnika odchylenia przeciętnego. Są więc niewrażliwe na przesunięcia dochodów pomiędzy jednostkami, których dochody są po tej samej stronie średniej (por. Atkinson, 1970).

Wielu autorów (m.in. Morgan, 1962; Gastwirth, 1972) za najlepszą syntetyczną miarę nierówności dochodów uznało współczynnik Giniego i pogląd ten jest w dużej mierze aktualny także obecnie, co ma związek z dużą liczbą formuł i interpretacji tego współczynnika, które można znaleźć w literaturze przedmiotu (por. np. Xu, 2004). Współczynnik ten (popularnie zwany indeksem Giniego) oparty został na spostrzeżeniu, że skumulowane udziały dochodów nigdy nie przekraczają odpowiednich skumulowanych udziałów populacji, co uwidacznia kształt krzywej Lorenza. Współczynnik nierówności Giniego, określane też jako indeks „koncentracji” dochodów (wł. *indice di concentrazione*), został zdefiniowany jako podwojone pole pomiędzy krzywą koncentracji Lorenza $L(p)$ a linią równomiernego podziału, czyli prostą biegnącą pod kątem 45° i łączącą punkty $(0,0)$ i $(1,1)$ dla wszystkich $p \in [0;1]$ (por. Gini, 1914)⁴:

$$G = 2 \int_0^1 (p - L(p)) dp \quad (2.14)$$

Współczynnik koncentracji Giniego przyjmuje wartości z przedziału $[0;1]$, osiągając wartość 0, gdy wszystkie jednostki mają ten sam poziom dochodu (koncentracja nie występuje), zaś wartość 1, gdy wszystkie elementy populacji poza jednym mają zerowe dochody (pełna koncentracja). Wykorzystując definicję

4 Indeks Giniego na ogół oznaczany jest jako G , ale oryginalnie w pracy Giniego (2014) oznaczony był jako R .

(2.14), można otrzymać następującą postać współczynnika Giniego (por. Lerman, Yitzhaki, 1984; Davidson, 2010):

$$G = 2 \int_0^1 (p - L(p)) dp = \frac{2}{\mu} \int_0^\infty yF(y) dF(y) - 1 \quad (2.15)$$

Gini (1912) wprowadził pojęcie średniej różnicy (wł. *la differenza media*), która jest ściśle powiązana ze współczynnikiem koncentracji określonym wzorem (2.14). Można ją przedstawić w sposób następujący:

$$\Delta = \iint_{-\infty}^{\infty} |x - y| dF(x) dF(y) \quad (2.16)$$

gdzie:

X, Y – zmienne dochodowe o identycznym rozkładzie,
 $F(x), F(y)$ – dystrybuanty tych zmiennych losowych.

Średnia różnica Giniego Δ jest więc średnią arytmetyczną ważoną ze wszystkich możliwych bezwzględnych różnic dochodów, jakie występują w danym rozkładzie. Jako wagi przyjmuje się iloczyny gęstości $f(x)f(y)$.

W przypadku rozkładów skokowych i danych pogrupowanych wzór (2.16) może być zapisany w następującej postaci:

$$\Delta = \sum_{i \neq j} \gamma_i \gamma_j |\mu_i - \mu_j| \quad (2.17)$$

gdzie:

μ_i, μ_j – środki przedziałów dochodowych,
 γ_i, γ_j – częstości w przedziałach i i j , ($i, j = 1, \dots, k$).

Wzór (2.14) określający współczynnik Giniego może być zastąpiony relacją średniej różnicy Giniego Δ do podwojonej wartości oczekiwanej rozkładu dochodów (por. Gini, 1914; Pietra, 1915, s. 780); wówczas przyjmuje ona postać:

$$G = \frac{\Delta}{2\mu} \quad (2.18)$$

Współczynnik Giniego opisany formułą (2.18) jest więc ilorazem miary zróżnicowania, jaką jest Δ , do średniego dochodu μ ; może więc być traktowany jako względna miara dyspersji. Należy podkreślić, że postać indeksu Giniego wyrażona za pomocą wzoru (2.18) była zaproponowana przez Corrado Giniego kilka lat wcześniej niż bardziej znana postać oparta na krzywej Lorenza (2.14). Warto także zauważyć, że we wzorze (2.18), w odróżnieniu od (2.14) i (2.15), nie widać związku ani z krzywą Lorenza, ani z żadną inną miarą punktową. Co więcej, wprowadzenie podwójnej sumy i wartości bezwzględnych czyni to wyrażenie niewygodnym obliczeniowo.

Współczynnik koncentracji Giniego może być także interpretowany z punktu widzenia porównań interpersonalnych (Pyatt, 1976). W tym sensie może być on

rozumiany jako średnia oczekiwana korzyść (ang. *average expected gain*), jaką mogłyby osiągnąć jednostki danej zbiorowości, gdyby miały wybór pomiędzy pozostaniem przy własnym dochodzie lub też otrzymaniem innego, losowo wybranego, wyrażona w stosunku do średniego poziomu dochodu. Sen (1973) wykorzystuje podobną interpretację G , podkreślając jednak nie ewentualne korzyści, lecz istniejące nierównomierności odczuwane jako zubożenie biedniejszych względem bogatszych. To podejście stało się punktem wyjścia konstrukcji indeksu ubóstwa Sena (1976), znanego jako indeks Sena-Shorrocks-Thona.

Estymatory indeksu Giniego były szeroko omawiane w pracy Jędrzejczak (2011), ale najczęściej w praktyce wykorzystuje się estymator oparty na formule Sena (1973), w której istotną rolę odgrywają rangi jednostek ekonomicznych. Dla n -elementowej próby prostej ma on postać:

$$\hat{G} = \frac{2}{n^2 \bar{y}} \sum_{i=1}^n y_{(i)} (i - 1/2) - 1 \quad (2.19)$$

gdzie: $y_{(i)}$ oznacza i -tą statystykę porządkową ($i = 1, \dots, n$), zaś i jest rangą.

Interesujące mogą być wskaźniki Giniego dla wybranych rozkładów teoretycznych, które zależą wyłącznie od parametrów kształtu (por. Jędrzejczak, Pekasiewicz, 2020b):

- dla funkcji Pareto:

$$G = (2a - 1)^{-1} \quad (2.20)$$

gdzie: a – stała Pareto;

- dla rozkładu logarytmiczno-normalnego:

$$G = 2\Phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) \quad (2.21)$$

gdzie:

$\Phi(\cdot)$ – dystrybuanta rozkładu $N(0,1)$,

σ – odchylenie standardowe logarytmów dochodów;

- dla rozkładu Daguma:

$$G = -1 + B(p, p)/B(p, p + 1/a) \quad \text{dla } a > 1 \quad (2.22)$$

gdzie:

$B(\cdot, \cdot)$ – funkcja beta,

a, p – parametry kształtu rozkładu Daguma (por. Kleiber, Kotz, 2003, s. 213).

Bonferroni (1930) zaproponował miarę nierówności dochodów opartą na cząstkowej średniej arytmetycznej (ang. *partial arithmetic mean*). Miara ta jest szczególnie przydatna, gdy głównym źródłem nierównomierności rozkładu są jednostki, które osiągają dochody znacznie niższe od pozostałych. Średnia cząstkowa może być zdefiniowana w sposób następujący:

$$\mu_y = [F(y)]^{-1} \int_0^y t dF(t) \quad (2.23)$$

Średnia cząstkowa może być także wyrażona jako funkcja $p = F(y)$:

$$\mu_p = p^{-1} \int_0^p F^{-1}(t) dt \quad (2.24)$$

Niech $B(p)$ będzie względną różnicą między średnią całkowitą μ a średnią cząstkową μ_p :

$$B(p) = \frac{\mu - \mu_p}{\mu}, \quad 0 \leq B(p) \leq 1 \quad (2.25)$$

Określone wartości $B(p)$ wyznaczają krzywą koncentracji Bonferroniego (por. rys. 2.2)⁵, która jest nierosnącą funkcją $p \in [0; 1]$. Syntetyczny współczynnik koncentracji B , zwany indeksem Bonferroniego, otrzymujemy, uśredniając miarę $B(p)$ (por. Bonferroni, 1930).

Indeks Bonferroniego przyjmuje więc postać:

$$B = \int_0^1 B(p) dp \quad (2.26)$$

Dla empirycznych rozkładów dochodów indeks Bonferroniego określa wzór:

$$B = \sum_{i=1}^k \frac{F_i - Q_i}{F_i} \quad (2.27)$$

gdzie:

F_i – dystrybuanta empiryczna w górnym krańcu i -tego przedziału,
 Q_i – skumulowany dochód podzielony przez całkowity dochód populacji,
 k – liczba klas.

Dla rozkładu Pareto współczynnik (2.26) może być określony za pomocą następującego wzoru:

$$B = \Psi(2) - \Psi[(1+a)/a] \quad (2.28)$$

gdzie:

a – stała Pareto,
 $\Psi(\cdot)$ – funkcja digamma (polygamma).

5 W literaturze za krzywą Bonferroniego przyjmuje się także funkcję $1-B(p)$.

W przypadku rozkładu Daguma współczynnik (2.26) przyjmuje postać:

$$B = p[\Psi(p + 1/a) - \Psi(p)], \text{ dla } a > 1 \quad (2.29)$$

gdzie:

a, p – parametry rozkładu Daguma,

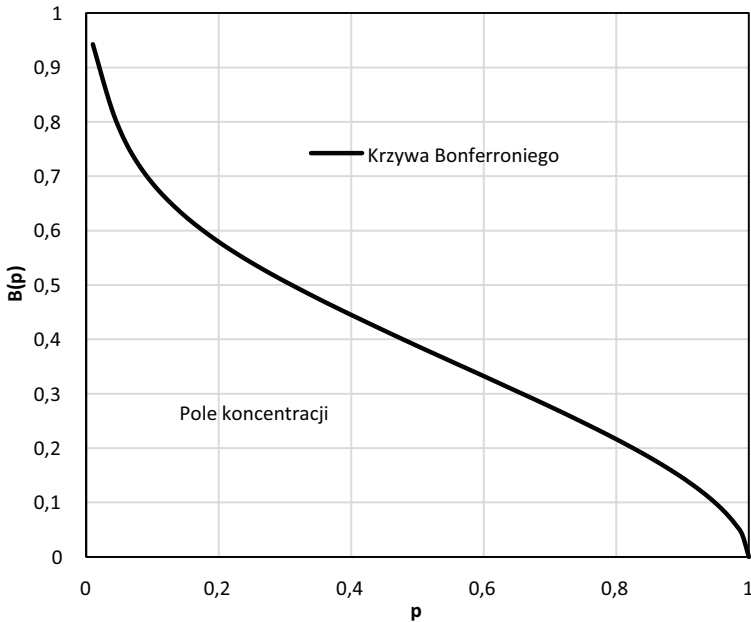
$\Psi(\cdot)$ – funkcja digamma.

Warto zaznaczyć, że B nie spełnia warunku niezmienniczości względem replikacji populacji; spełnia on natomiast wprowadzoną przez Mehrana (1976) zasadę podwójnie malejącego transferu (ang. *dual diminishing transfer*). Oznacza to, że spadek nierówności związany z przesunięciem dochodu od jednostki zamożniejszej do uboższej jest w przypadku tej miary tym większy, im biedniejsza jest jednostka zwiększająca swój dochód, przy czym efekt ten zależy od rang jednostek, nie zaś od wielkości ich dochodów. Pomiędzy współczynnikami Bonferroniego i Giniego zachodzi relacja – każdą z tych miar możemy otrzymać na podstawie zarówno funkcji Lorenza, jak i funkcji Bonferroniego⁶.

Obok syntetycznych współczynników koncentracji, które mierzą przeciętną nierównomierność rozkładu dochodów i z których kilka najważniejszych zostało omówionych wcześniej, w analizie płac i dochodów rozważane są także tzw. punktowe miary koncentracji. Miary te pokazują nam poziom nierównomierności w każdym punkcie rozkładu, poczynając od najniższych, aż do najwyższych grup dochodowych.

Rzędna krzywej koncentracji może być wykorzystywana jako punktowa miara koncentracji, jeśli spełnia określone warunki. Przede wszystkim powinna ona przyjmować wartości z przedziału $[0;1]$, dążąc do zera, kiedy poziom koncentracji jest minimalny, i dążąc do 1 w przeciwnym wypadku. Ponadto, co najistotniejsze, krzywa koncentracji, wykorzystywana jako graficzne przedstawienie punktowej miary koncentracji, nie powinna mieć „wymuszonego” przebiegu, gdyż ogranicza to jej wrażliwość na nierówności w pewnych grupach dochodowych. Na przykład krzywa Lorenza, która jest zawsze niemalejąca, wypukła i osiąga maksymalną wartość 1 dla największego poziomu dochodu, jest mniej wrażliwa na zmiany nierówności w skrajnych częściach rozkładu (por. Greselin i in., 2013). Podobną sytuację obserwujemy w przypadku krzywej $B(p)$ (rys. 2.2). Ponieważ średnia cząstkowa μ_p rośnie wraz ze wzrostem argumentu p , $B(p)$ jest malejącą funkcją p dążącą do 0, kiedy p dąży do 1, i dążącą do 1, kiedy p dąży do 0. Wynikiem takiego przebiegu funkcji $B(p)$ jest fakt, że współczynnik koncentracji Bonferroniego jest bardziej wrażliwy na nierówności zlokalizowane w niskich grupach dochodowych (por. Nygård, Sandström, 1981, s. 276), natomiast kształt funkcji $L(p)$ implikuje większą wrażliwość indeksu Giniego na nierówności w środkowej części rozkładu (Polisicchio, 2008; Greselin i in., 2013).

6 Współczynnik Bonferroniego wynosi $B = 1 - \int_0^1 \frac{L(p)}{p} dp$, współczynnik Giniego możemy otrzymać jako $G = 2 \int_0^1 B(p) p dp$.



Rys. 2.2. Krzywa Bonferroniego $B(p)$ i pole koncentracji

Źródło: opracowanie własne.

Punktowa miara koncentracji, która spełnia te postulaty i jest jednakowo wrażliwa na nierówności obserwowane dla wszystkich poziomów dochodu (dla każdego kwantyla rozkładu), została zaproponowana przez Zengę (2007) i opiera się na koncepcji tzw. dolnej i górnej średniej. Idea takiej konstrukcji miary nierówności dochodowych powstała w wyniku obserwacji rozkładów empirycznych, w których zauważa się rosnące rozwarstwienie między średnimi dochodami biedniejszych $p \times 100\%$ populacji a średnimi dochodami pozostałych $(1 - p) \times 100\%$ jednostek ekonomicznych.

Niech $\bar{\mu}_p$ i μ_p^+ oznaczają odpowiednio: średnią arytmetyczną dla grupy o niższych dochodach, tzw. dolną średnią (ang. *lower mean*), która odpowiada średniej cząstkowej Bonferroniego,

$$\bar{\mu}_p = \frac{1}{p} \int_0^p F^{-1}(t) dt \quad (2.30)$$

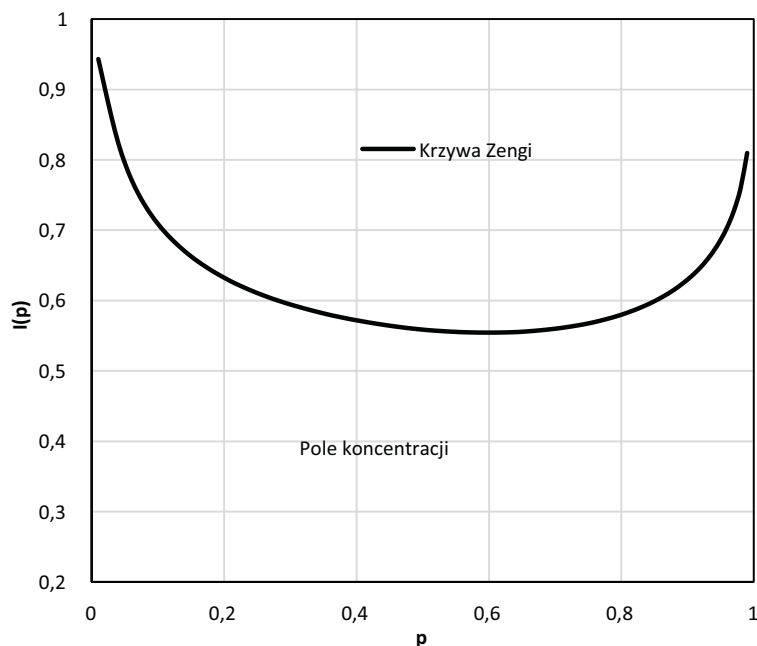
i średnią arytmetyczną dla grupy o wyższych dochodach, tzw. górną średnią (ang. *upper mean*):

$$\mu_p^+ = \frac{1}{1-p} \int_p^1 F^{-1}(t) dt \quad (2.31)$$

Punktowa miara nierówności Zengi I_p wyraża się wzorem

$$I(p) = \frac{\mu_p^+ - \mu_p^-}{\mu_p} \quad \text{dla } 0 < p < 1 \quad (2.32)$$

natomiast syntetyczną miarę nierówności Zengi I otrzymujemy jako pole pod krzywą Zengi $\{p, I(p)\}$, $p \in [0; 1]$, której typowy przebieg przedstawiony jest na rys. 2.3.



Rys. 2.3. Krzywa Zengi i pole koncentracji

Źródło: opracowanie własne.

Indeks Zengi dla całego rozkładu dochodów określa zatem następująca formuła:

$$I = \int_0^1 I(p) dp \quad (2.33)$$

Dla empirycznych rozkładów dochodów indeks Zengi wymaga wprowadzenia dodatkowych oznaczeń.

Przyjmijmy, że dla każdego dochodu y_h ($h = 1, \dots, r$) populacja złożona z N jednostek ekonomicznych może zostać podzielona na dwie rozłączne grupy: grupę o niższych dochodach dla $\{Y \leq y_h\}$ i odpowiednią grupę o wyższych dochodach dla $\{Y > y_h\}$.

Na dolnych i górnych średnich \bar{M}_h i \bar{M}_h^+ , wyznaczonych dla różnych wartości y_h , oparte są empiryczne miary nierównomierności: punktowa $I_h(Y)$ i syntetyczna $I(Y)$, które dla N -elementowej populacji wyrażone są następująco:

$$I_h = \frac{M_h^+ - \bar{M}_h}{M_h^+}, \quad I = \sum_{h=1}^r I_h \cdot \frac{n_h}{N} \quad (2.34)$$

Zauważmy, że dla każdego h indeks punktowy $I_h(Y)$ mierzy względne zróżnicowanie \bar{M}_h względem M_h^+ , zaś indeks syntetyczny $I(Y)$ jest średnią arytmetyczną z indeksów punktowych $I_h(Y)$, z wagami ustalonymi jako względne częstości poszczególnych wartości dochodu w całej populacji.

Estymatory punktowego i syntetycznego indeksu Zengi (2007) dla n -elementowej próby prostej zaproponowali Greselin i Pasquazzi (2009). Zostały one otrzymane przez zastąpienie dystrybuanty $F(y)$ przez jej empiryczny odpowiednik $\hat{F}(y)$:

$$\hat{I}_i = \frac{M_i^+ - M_i^-}{M_i^+} = \frac{\frac{1}{n-i} \sum_{j=i+1}^n Y_{(j)} - \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i Y_{(j)}}{\frac{1}{n-i} \sum_{j=i+1}^n Y_{(j)}} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, n-1.$$

$$\hat{I} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\frac{1}{n-i} \sum_{j=i+1}^n Y_{(j)} - \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i Y_{(j)}}{\frac{1}{n-1} \sum_{j=i+1}^n Y_{(j)}} \quad (2.35)$$

Greselin i Pasquazzi (2009) wykazali, że estymator wyrażony wzorem (2.35) nie jest ilorazem L -statystyk ani też ilorazem U -statystyk. Ponadto, w odróżnieniu od indeksu Giniego czy Bonferroniego, nie jest znana parametryczna postać estymatora indeksu Zengi dla wielu rozkładów teoretycznych, w tym dla rozkładu Daguma. Wariancję estymatora indeksu Zengi dla prób nieprostych podali Langel i Tillé (2012). Polisicchio (2008) wykazała, że krzywa Zengi (2.32) dla uciętego rozkładu Pareto o parametrze kształtu $a = 0,5$ jest funkcją stałą.

2.3. Klasyczne i nieklasyczne miary nierównomierności oparte na kwantylach

Miary oparte na kwantylach odgrywają szczególną rolę w analizie rozkładów dochodów m.in. dlatego, że kwantyle jako miary pozycyjne nie są wrażliwe na wartości nietypowe. Ponadto wraz z obserwowaną w ostatnim czasie polaryzacją dochodów następuje wzrost asymetrii rozkładu, co powoduje, że klasyczne miary statystyczne oparte na średniej stają się coraz mniej realistyczne.

Proste miary nierównomierności oparte na kwantylach były od dawna wykorzystywane w analizach empirycznych dotyczących m.in. porównań międzynarodowych, gdyż mają bezpośrednią interpretację ekonomiczną i mogą dotyczyć dowolnej części rozkładu, np. grup wrażliwych lub skrajnych. Wiele popularnych wskaźników nierówności i ubóstwa opartych jest na wybranych decylach, kwartylach lub kwintylach, ale do ich konstrukcji w zasadzie można zastosować dowolny kwantyl rozkładu dochodu. Proste miary dyspersji, zdefiniowane ogólnie

jako stosunek dochodu „najbogatszego” kwantyla do dochodu odpowiedniego „najbiedniejszego” kwantyla, zwykle wykorzystują decyle i kwintyle. Popularną ostatnio wersją współczynnika dyspersji decylowej jest tzw. indeks Palmy (*Palma Ratio*), wykorzystujący relację dochodów powyżej 90. i poniżej 40. percentyla (czyli dziewiątego i czwartego decyla). Inną popularną miarą nierówności opartą na decylach jest współczynnik maksymalnego wyrównania, zwany także wskaźnikiem Schutza lub współczynnikiem Pietry.

Wymienione miary oparte na kwantylach oprócz swojej prostoty mają tę właściwość, że koncentrują się zazwyczaj na niezwykle istotnych różnicach dochodów zlokalizowanych w ogonach rozkładu, w przeciwieństwie do często stosowanego współczynnika Giniego, który jest oparty na krzywej Lorenza i przez to bardziej wrażliwy na zmiany nierówności w środkowej części rozkładu (por. m.in. Jenkins, 2009; Hoffmann, Botassio, 2020). Miary te mogą być więc stosowane jako uzupełnienie współczynnika Giniego i innych syntetycznych wskaźników nierówności rozkładów dochodów.

Bardziej wyrafinowane miary nierówności dochodów zostały skonstruowane przy użyciu różnic (lub ilorazów) odpowiednich kwantyli rozkładu i dochodów. Prawdopodobnie pierwszą z takich miar był współczynnik Holma, wystandaryzowany następnie przez Bortkiewicza, oparty na kwantylach rzędu 0,5. Krzywa koncentracji i odpowiadający jej syntetyczny indeks nierówności zaproponowane przez Zengę (1984) zostały również zdefiniowane w kategoriach kwantyli rozkładu i odpowiadających im kwantyli dochodu, określonych za pomocą dystrybuanty pierwszego momentu. Miara ta znalazła szerokie uznanie w literaturze statystycznej jako alternatywa dla indeksu Giniego.

Najprostszymi miarami nierówności dochodowych opartymi na kwantylach są wskaźniki zróżnicowania decylowego i kwintylowego (por. np. Panek, 2010).

Wskaźnik zróżnicowania kwintylowego (ang. *quintile dispersion ratio*) wyrażony jest następująco:

$$W_{20:20}^{(1)} = \frac{Q_{0.8}}{Q_{0.2}} \quad (2.36)$$

gdzie $Q_{0.8}$, $Q_{0.2}$ oznaczają odpowiednio piąty i pierwszy kwintyl (ósmy i drugi decyl).

Wskaźnik zróżnicowania kwintylowego (ang. *quintile dispersion ratio*) można również określić jako iloraz sumy dochodów najbogatszych 20% jednostek populacji do sumy dochodów 20% jednostek najbiedniejszych, znany w opracowaniach Eurostatu jako indeks S80/S20 (Eurostat Regional Yearbook, 2016):

$$W_{20:20}^{(2)} = \frac{\sum_{i \in GK_5} y_i}{\sum_{i \in GK_1} y_i} \quad (2.37)$$

gdzie GK_j ($j = 1, \dots, 5$) oznacza j -tą grupę kwintylową.

Wykorzystując z kolei skrajne decyle – pierwszy i dziewiąty – możemy otrzymać **wskaźnik zróżnicowania decylowego** (ang. *decile dispersion ratio*):

$$W_{10:10}^{(1)} = \frac{Q_{0.9}}{Q_{0.1}} \quad (2.38)$$

gdzie $Q_{0.9}$, $Q_{0.1}$ oznaczają odpowiednio dziewiąty i pierwszy decyl rozkładu.

Podobnie jak poprzednio, jednak opierając się na podziale zbiorowości na grupy decylowe, nie zaś kwintylowe, można otrzymać miarę będącą ilorazem łącznego dochodu 10% najbogatszych do 10% najbiedniejszych jednostek populacji:

$$W_{10:10}^{(2)} = \frac{\sum_{i \in GD_{10}} y_i}{\sum_{i \in GD_1} y_i} \quad (2.39)$$

gdzie GD_j ($j = 1, \dots, 10$) oznacza j -tą grupę decylową.

Interesujący może być także wskaźnik nierówności dochodowych określony jako odwrotność wskaźnika zróżnicowania decylowego (2.38), który przyjmuje wartości z przedziału $[0,1]$ i jest nazywany **wskaźnikiem dyspersji skrajnych części rozkładu**:

$$K_{1:10} = \frac{\sum_{i \in GD_1} y_i}{\sum_{i \in GD_{10}} y_i} = \frac{1}{W_{10:10}^{(2)}} \quad (2.40)$$

Im wskaźnik $K_{1:10}$ jest bliższy 1, tym nierównomierność na krańcach rozkładu jest mniejsza (czyli średnie dochody w skrajnych grupach decylowych są bardziej podobne).

Popularną miarą nierówności, opartą na udziałach w dochodach otrzymywanych przez kolejne grupy decylowe, jest współczynnik maksymalnego wyrównania, zwany też wskaźnikiem Schutza lub współczynnikiem Pietry. Miara ta jest powiązana z punktem największej rozbieżności między krzywą Lorenza a linią równomiernego podziału (por. podrozdz. 2.2).

Indeks Pietry określony jest następująco:

$$E = \sum_{j \in I} 100 \left(S_j - \frac{1}{10} \right) \quad (2.41)$$

dla $S_j = \frac{\sum_{i \in GD_j} y_i}{\sum_{i=1}^n y_i}$, gdzie S_j jest udziałem dochodu j -tej grupy decylowej w wartości globalnej dochodu, I oznacza zbiór numerów grup decylowych, takich, że $S_j > \frac{1}{10}$.

Miarę (2.41) można interpretować jako część całkowitego dochodu, która musiałaby zostać ponownie rozdzielona (odebrana od bogatszej połowy populacji i przekazana biedniejszej połowie), aby otrzymać całkowicie egalitarny podział całkowitego dochodu badanej zbiorowości.

Aby zbadać kształtowanie się nierówności dochodowych w różnych krajach, szczególnie w analizach porównawczych dotyczących krajów o różnym poziomie rozwoju gospodarczego, można zastosować podejście oparte na idei chilijskiego ekonomisty José Gabriela Palmy (2006), który zauważył, że zróżnicowanie nierówności między krajami jest prawie wyłącznie spowodowane różnicami w stosunku dochodów uzyskiwanych przez górną grupę decylową do dochodu uzyskanego przez cztery dolne grupy decylowe. Indeks wyrażony stosunkiem udziału tych dwóch grup w całkowitym dochodzie populacji nazywany jest **indeksem Palmy** i wyraża się wzorem:

$$W_{10:40}^{(2)} = \frac{\sum_{i \in GD_{10}} y_i}{\sum_{i \in GD_{1u} \dots uGD_4} y_i} \quad (2.42)$$

Obserwacje rozkładu dochodów w różnych krajach pokazały, że udział dochodów w pozostałych pięciu grupach decylowych, które można określić jako średnio-górną część populacji, jest dość stabilny i wynosi ok. 50%, bez względu na region czy poziom rozwoju gospodarczego. Wskaźnik Palmy dla krajów członkowskich UE waha się od 0,9 (niska nierówność) do 1,6 (wysokie nierówności) i jest silnie skorelowany z innymi miarami, takimi jak wskaźnik S80/S20 czy indeks Giniego.

Bardziej zaawansowana miara nierówności dochodowych oparta na kwantylach została zaproponowana przez Zengę (por. Zenga, 1984) i zdefiniowana jest w oparciu o kwantyle dochodu i kwantyle rozkładu dla tej samej wartości $p \in [0; 1]$. Miara ta ma bardzo dobre własności, ale ze względu na skomplikowaną postać jest stosunkowo mało znana i dość rzadko wykorzystywana (por. m.in. Kleiber, Kotz, 2003; Jędrzejczak, 2015a).

Jeśli dochód Y jest zmienną losową ciągłą, zaś $F(y) = p$ oznacza dystrybuantę tego rozkładu dochodów, to formuła:

$$y_p = F^{-1}(p) \quad (2.43)$$

określa kwantyl rozkładu rzędu p^7 .

Pierwszy niekompletny moment (ang. *first incomplete moment*) zmiennej losowej Y , zwany także dystrybuantą pierwszego momentu (ang. *first moment distribution function*), może być zdefiniowany w sposób następujący:

$$Q(y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } y \leq 0 \\ \frac{1}{\mu} \int_0^y t f(t) dt & \text{dla } y > 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

7 Uogólniona postać funkcji kwantylowej: $F^{-1}(p) = \inf\{y: F(Y) \geq p\}$ dla $0 < p < 1$.

Kwantyl dochodu rzędu p zdefiniowany jest jako funkcja odwrotna do $Q(y)$:

$$y_p^* = Q^{-1}(p). \quad (2.45)$$

Punktowa miara koncentracji Zengi oparta na kwantylach oparta jest na relacji między kwantylami rozkładu (2.43) i dochodu (2.45) dla tej samej wartości p (por. Zenga, 1990):

$$Z_p = \frac{y_p^* - y_p}{y_p^*} = 1 - \frac{y_p}{y_p^*} \quad (2.46)$$

gdzie: $y_p = F^{-1}(p)$ oznacza kwantyl rozkładu dochodów rzędu p , zaś $y_p^* = Q^{-1}(p)$ jest odpowiednim kwantylem dochodu.

Krzywa Zengi (2.46) oparta jest więc na porównaniu odciętych, przy których funkcje $F(y)$ i $Q(y)$ przyjmują tę samą wartość p . Funkcja ta, podobnie jak (2.32), ale w przeciwieństwie do krzywej Lorenza, może przyjąć dowolny kształt w zależności od postaci rozkładu dochodów (np. dla rozkładu Pareto jest stała) i dlatego może być uważana za dobrą punktową miarę koncentracji (por. Zenga, 1984, 1990).

Indeks Zengi (1984) dla rozkładów teoretycznych może być wyrażony jako pole pod funkcją Z_p i jest określony jako następująca całka:

$$Z = \int_0^1 Z_p dp \quad (2.47)$$

zaś dla rozkładów empirycznych wskaźnik ten zdefiniowany jest jako średnia arytmetyczna prosta z punktowych miar koncentracji Z_p , $p \in [0; 1]$. Wyznaczenie indeksu punktowego dla rozkładów empirycznych jest jednak dość skomplikowane (por. Jędrzejczak, 2015a), a tym samym dość skomplikowane są postaci jego estymatorów.

Porro i Zenga (2014) zaproponowali wykorzystanie tzw. tablicy kograduacji, jednak to podejście nie zyskało popularności. W praktyce wykorzystywany jest nieparametryczny estymator współczynnika zaproponowany przez Aly'ego i Hervas (1999):

$$\hat{\xi} = 1 - \frac{1}{n\bar{y}} \left\{ y_{1:n} + \sum_{j=1}^{n-1} y_{\left(\frac{\sum_{i=1}^j y_{i:n}}{\bar{y}} \right); n} \right\} \quad (2.48)$$

gdzie:

$y_{i:n}$ – i -ta statystyka porządkowa w n -elementowej próbie prostej,
 $\langle x \rangle$ – najmniejsza liczba całkowita $\geq x$, \bar{y} – średnia z próby.

Statystyczne własności współczynnika Zengi opartego na kwantylach oraz własności jego estymatorów zostały szczegółowo omówione w pracy Jędrzejczak (2015b). Zarówno punktowe, jak i syntetyczne miary nierówności proponowane przez Zengę w 1984 r. spełniają podstawowe aksjomaty (unormowanie, zasadę transferu, niezmienniczość względem skali, możliwość dekompozycji według komponentów dochodu i według podpopulacji); są także wrażliwe na zmiany w każdym „punkcie” rozkładu dochodów, podobnie jak zaproponowane przez Zengę w 2007 r. miary oparte na średnich cząstkowych (por. podrozdz. 2.2). W odróżnieniu od współczynników Zengi opartych na średnich miary oparte na kwantylach są jednak dość skomplikowane obliczeniowo i mimo doskonałych własności nie zyskały większej popularności. Ostatnio Greselin, Brazauskas i Zitikis (por. Greselin i in., 2022) zaproponowali miary nierówności oparte na medianach dla różnych części rozkładu.

2.4. Nieklasyczne ujęcie współczynników Giniego, Bonferroniego i Zengi

Indeksy Giniego (2.14), Bonferroniego (2.26) oraz „nowy” indeks Zengi (2.33) na ogół traktowane są jako miary syntetyczne i wykorzystywane do oceny przeciętnej nierówności w całym rozkładzie dochodów. Zakładając, że miary syntetyczne można wyrazić jako średnie (ważone) z punktowych miar nierównomierności, wygodne jest wprowadzenie podejścia dwuetapowego, które może być następnie wykorzystane do pełnej oceny nierównomierności rozkładu. Na pierwszym etapie obliczane są punktowe miary koncentracji Giniego, Bonferroniego i Zengi, które na drugim etapie przekształcane są w miary syntetyczne. Podejście takie pozwala jednocześnie na szerszą analizę własności rozważanych miar.

Między omówionymi miarami nierówności Giniego, Zengi i Bonferroniego, zarówno punktowymi, jak i syntetycznymi, istnieją ścisłe relacje, gdyż wszystkie trzy miary punktowe mogą być przedstawione jako względne różnice między średnimi cząstkowymi lub średnimi cząstkowymi a średnią dla całego rozkładu dochodów. Stosując takie ujednocnione podejście, można zauważyć różnice między tymi miarami w kontekście wrażliwości na nierówności w różnych częściach rozkładu.

Poszukiwania odpowiedniej krzywej koncentracji czy też miary nierówności tzw. punktowej rozpoczęły się dość wcześnie po opublikowaniu przez Lorenza (1905) pracy poświęconej pomiarowi nierówności dochodowych. Już w 1909 r. Gini zaproponował interesującą miarę koncentracji postaci $\delta(p) = \log(1-p)/\log(1-L(p))$. Odpowiednim indeksem syntetycznym miał być współczynnik $\delta = \int_0^1 \delta(p) dp$. Funkcja $\delta(p)$ nie mogła być jednak stosowana jako punktowa miara nierówności, gdyż nie jest unormowana w przedziale $[0;1]$ ($\delta(p) \geq 1$). Zenga (1984) znormalizował ją, proponując $\lambda(p) = (\delta(p) - 1) / \delta(p)$. Zauważmy, że $\lambda(p)$ ma interesujące własności – nie ma wymuszonego przebiegu i dla modelu Pareto jest funkcją stałą, gdyż $\lambda(p) = 1/a$.

W 1914 r. w pracy *Sulla Misura Della Concentrazione e Della Variabilita' dei Caratteri* Gini wprowadził obok szeroko znanego współczynnika nierównomierności (2.14) punktową miarę tzw. względnej koncentracji (wł. *concentrazione relativa*), która określona była dla każdego p w sposób następujący:

$$\rho(p) = \frac{p-L(p)}{p} \tag{2.49}$$

Współczynnik Giniego (2.14) może być wyrażony jako średnia ważona z punktowych miar $\rho(p)$ z wagami p :

$$G = \int_0^1 \frac{p-L(p)}{p} \cdot p dp / \int_0^1 p dp = 2 \int_0^1 (p - L(p)) dp \tag{2.50}$$

Można zauważyć, że miary $\rho(p)$ oraz $G(p) = 2(p - L(p))$ mają wymuszony przebieg i ich wrażliwość na wykrywanie nierówności zależy od p .

Punktowe i syntetyczne miary nierówności zaproponowane przez Bonferroniego (1930), czyli odpowiednio $B(p) = \frac{1}{\mu} (\mu - \bar{\mu}(p))$ i $B = \int_0^1 B(p) dp$, oparte są na wyrażeniu $\mu(p) = \frac{1}{p} \int_0^p F^{-1}(t)$, które oznacza dolną średnią wykorzystywaną w indeksie Zengi (por. (2.30). De Vergottini (1940) wykazał, że funkcja $\rho(p) = B(p)$, i zauważył, że indeks Giniego G może być także wyrażony jako średnia ważona $B(p)$ z wagami p :

$$G = \int_0^1 \frac{\mu - \bar{\mu}_p}{\mu} \cdot p dp / \int_0^1 p dp \tag{2.51}$$

Reasumując, trzy punktowe miary koncentracji Giniego, Bonferroniego i Zengi można przedstawić następująco:

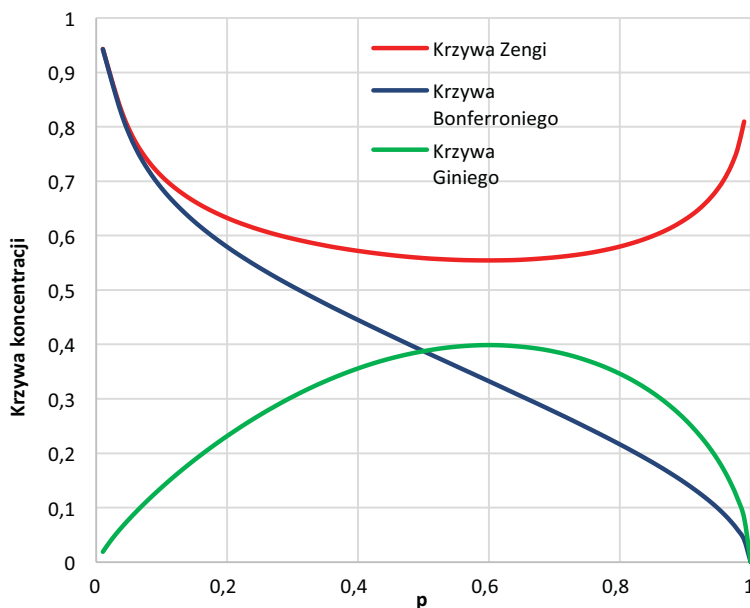
$$\begin{aligned} G(p) &= \frac{\mu - \bar{\mu}_p}{\mu} \cdot 2p \\ B(p) &= \frac{\mu - \bar{\mu}_p}{\mu} \\ I(p) &= \frac{\mu_p^+ - \bar{\mu}_p}{\mu_p^+} \end{aligned} \tag{2.52}$$

zaś odpowiednie miary syntetyczne przyjmują postać:

$$\begin{aligned} G &= 2 \int_0^1 \frac{\mu - \bar{\mu}_p}{\mu} p dp \\ B &= \int_0^1 \frac{\mu - \bar{\mu}_p}{\mu} dp \\ I &= \int_0^1 \frac{\mu_p^+ - \bar{\mu}_p}{\mu_p^+} dp \end{aligned} \tag{2.53}$$

Można zauważyć, że funkcja Zengi dla każdego p porównuje średnie górną i dolną, natomiast funkcje Giniego i Bonferroniego porównują średnią dolną ze średnią całego rozkładu, przy czym w przypadku $G(p)$ każda względna różnica jest ważona wielkością $2p$. W konsekwencji indeks Zengi ma następującą specyfikę:

- w odróżnieniu od indeksów Giniego i Bonferroniego porównywane grupy, do których odnoszą się średnie, są kompletne i rozłączne;
- przykładają te same wagi do wszystkich poziomów dochodu;
- $Z(p)$ nie ma „wymuszonego” przebiegu: nie zawsze osiąga wartości 0 i 1 na krańcach rozkładu, nie jest też zawsze niemalejąca i wklęsła na przedziale $[0;1]$, co ma miejsce dla krzywej Lorenza (por. rys. 2.1).



Rys. 2.4. Funkcje koncentracji Giniego $G(p)$, Bonferroniego $B(p)$ i Zengi $I(p)$ dla tego samego rozkładu dochodów

Źródło: opracowanie własne.

Analizując punktowe miary koncentracji Giniego, Zengi i Bonferroniego (rys. 2.4), przedstawione dla typowego rozkładu dochodów, który charakteryzuje się dodatnią asymetrią i tzw. grubym ogonem, można zauważyć istotne różnice w kształcie tych funkcji. Kształt krzywej koncentracji $G(p)$ potwierdza podkreślaną przez wielu badaczy większą wrażliwość indeksu Giniego na nierówności obserwowane w środkowych grupach decylowych (Polisicchio, 2008; Greselin i in., 2013), podczas gdy krzywa Bonferroniego uwypukla różnice dochodowe poniżej mediany, co wynika z faktu, że nieważone różnice między średnimi dolnymi a średnią arytmetyczną całego rozkładu zacierają się wraz z przesuwaniem się w kierunku wyższych grup dochodowych (por. Nygård, Sandström, 1981).

Niedostateczna wrażliwość indeksu Giniego na nierówności w skrajnych częściach rozkładu, które obejmują grupy niezwykle istotne z punktu widzenia oceny dysproporcji dochodowych, związana jest z wymuszonym przebiegiem krzywej Lorenza (por. np. Greselin i in., 2010). Proponowane były modyfikacje tego współczynnika, które polegały przede wszystkim na uwypukleniu lub zmniejszeniu różnicy $p - L(p)$ w niektórych rejonach przedziału jednostkowego $[0,1]$ tak, aby zmodyfikować pole koncentracji (por. rys. 2.1):

$$\int_0^1 (p - L(p)) \quad (2.54)$$

W literaturze od dawna znany jest uogólniony współczynnik Giniego (Kakwani, 1980; Yitzhaki, 1983), będący w rzeczywistości jednoparametrową rodziną współczynników koncentracji, różniących się funkcją stanowiącą wagi do obliczania pola koncentracji. Postać uogólnionego indeksu Giniego może być zapisana następująco (por. Kleiber, Kotz, 2003, s. 30):

$$G_\nu = 1 - \nu(\nu - 1) \int_0^1 L(p)(1 - p)^{\nu-2} dp \quad (2.55)$$

gdzie: ν – parametr określający wrażliwość współczynnika na nierówności w wyższych lub niższych grupach dochodowych.

Zauważmy, że im wyższa wartość parametru ν , tym większe wagi przypisywane są jednostkom o relatywnie wysokich dochodach. Łatwo zauważyć, że dla $\nu = 2$ otrzymujemy zwykły współczynnik Giniego dany wzorem (2.14).

Muliere i Scarsini (1989) zauważyli także, że $G_\nu = 1 - \frac{E(Y_{1:\nu})}{E(Y)}$, gdzie $E(Y_{1:\nu})$ oznacza wartość oczekiwaną statystyki pozycyjnej Y_{in} dla $i = 1$ i $n = \nu$. Wyrażenie (2.55) może być więc traktowane jako uogólnienie postaci współczynnika Giniego opartej na statystykach pozycyjnych, która została podana po raz pierwszy przez Arnolda i Lagunę (1977), a potem przez Dorfmana (1979). Warto zauważyć, że podobną formułę, ale bez dowodu, podał wcześniej Gastwirth (1972).

W klasycznej teorii użyteczności oraz w teorii podwójnego wyboru w warunkach ryzyka (ang. *dual theory of choice*) Yaarięgo (1987) funkcja kwantylowa $F^{-1}(p)$, będąca podstawą konstrukcji krzywej Lorenza, może być przekształcona na dwa sposoby – za pomocą funkcji użyteczności $u(p)$ lub za pomocą funkcji wagowej $w(p)$:

- 1) $u(F^{-1}(p))$,
- 2) $F^{-1}(p) w(p)$.

(por. Kaas i in., 2001; Denuit i in., 2005).

Możemy także zmodyfikować bezpośrednio funkcję $(p - L(p))$, wykorzystując odpowiednie funkcje użyteczności, funkcje wagowe lub obie te funkcje jednocześnie:

- 3) $u(p - L(p))$,
- 4) $(p - L(p)) w(p)$,
- 5) $u(p - L(p)) w(p)$.

Na podstawie wskazanych transformacji możemy otrzymać wiele indeksów nierówności, które uwzględniają różnice obserwowane w rozkładzie dochodów zgodnie z przyjętymi preferencjami społecznymi. W oparciu o koncepcję funkcji użyteczności Chakravarty (1988) zaproponował zmodyfikowany index E -Gini, który w odróżnieniu od G spełnia zasadę malejącego transferu (por. też Zitikis, 2003). Imedio-Olmedo i in. (2013) otrzymali rodzinę indeksów nierówności β , przyjmując za wagi gęstości rozkładów beta.

Preferencje społeczne stanowią istotny czynnik rozważany w koncepcji dobrobytu społecznego (ang. *social welfare*). Przyjmuje się, że istnieje związek między wskaźnikiem nierówności a pewnym akceptowanym społecznie porządkiem wynikającym z oceny rozkładu dochodów. W kolejnym podrozdziale przedstawiono klasyczne i nieklasyczne miary nierównomierności w świetle koncepcji dobrobytu społecznego.

2.5. Miary nierównomierności rozkładu dochodów a koncepcja dobrobytu

Koncentrowanie się na wybranych kwantylach rozkładu dochodów znalazło odzwierciedlenie w wielu miarach opartych na porównywaniu kwantyli, które zostały omówione w poprzednim podrozdziale. Konstrukcja takich miar opiera się na założeniu, że niektóre grupy dochodowe mają szczególne znaczenie dla badanej zbiorowości, a rozważanie takie można uznać za wprowadzenie do idei badania nierówności dochodowych w kategoriach dobrobytu społecznego. Podejście zakładające, że istnieje związek między wskaźnikiem nierówności a pewnym akceptowanym społecznie porządkiem wynikającym z oceny rozkładu dochodów (nominalnych lub realnych), można określić jako podejście normatywne. Podejście takie zostało szeroko omówione m.in. w pracy Blackorby'ego i in. (1999), zatytułowanej *Income Inequality Measurement: The Normative Approach*. Dochody zazwyczaj przypisywane są do osób, a nie do gospodarstw domowych, za pomocą skali ekwiwalentności.

Pomiar i porównywanie poziomów dobrobytu społecznego związanych z różnymi rozkładami dochodów jest jednym z najważniejszych zagadnień w badaniu nierówności dochodów (por. np. Kot, 2020). Statystyczne miary nierówności dochodów, omówione w niniejszym rozdziale, przedstawiają obserwowane w danym podziale dochodów nierówności niejako w oderwaniu od oceny ich wpływu na dobrobyt społeczny. Z ekonomicznego punktu widzenia bardziej przydatne może być narzędzie, które daje możliwość uszeregowania różnych rozkładów według społecznego poziomu dobrobytu.

Ideę konstrukcji miary nierównomierności dochodu uwzględniającej założenia pewnego pożądanego stanu sprawiedliwości społecznej, który miałby oznaczać

całkowity brak nierówności dochodowych, wprowadził po raz pierwszy Dalton (1920), a następnie koncepcja ta została rozszerzona przez Atkinsona (1970). We wszystkich pracach dotyczących tego problemu, poczynając od Daltona, wymienia się zasady, którymi kierują się jednostki ekonomiczne, oceniając aktualny rozkład dochodów i swoją w nim pozycję. Pierwsza jest zasada niechęci do ubóstwa (ang. *aversion to poverty*), która uznawana była za najważniejszą od początku badań nad dobrobytem i użytecznością dochodów. Zgodnie z nią społeczeństwo (i jednostki) preferuje wyższy dochód, czyli wyżej oceniane są rozkłady o wyższym średnim poziomie dochodu. Drugą zasadą, która zyskiwała na znaczeniu wraz z rozwojem koncepcji użyteczności i dobrobytu społecznego, była zasada niechęci do nierównomierności (ang. *inequality aversion*). Sprowadza się ona do stwierdzenia, że społeczeństwo woli rozkłady bardziej równomierne.

Opierając się na spostrzeżeniu, że społeczeństwo wyżej ocenia rozkłady o wyższym średnim poziomie dochodów, Dalton sformułował miarę opartą na porównaniu dobrobytu osiąganego przy hipotetycznym równomiernym podziale do średniego dobrobytu, który zapewnia dany rozkład dochodu. Przyjmując za funkcję dobrobytu $W = \int_0^y U(y)f(y)dy$, a za funkcję użyteczności dochodu $U(y) = \ln y$, otrzymał następującą miarę nierówności:

$$D = \frac{\ln \bar{y} + c}{\ln \tilde{y} + c} \quad (2.56)$$

gdzie:

\bar{y} – średnia arytmetyczna,

\tilde{y} – średnia geometryczna,

c – odwrotność minimalnego dochodu.

Współczynnik Daltona został następnie skrytykowany przez Atkinsona (1970), który uznał, że wartość c przyjmowana z góry czyni ten współczynnik mało porównywalnym. Należy także zaznaczyć, że miara D jest nieunormowana – osiąga ona wartość 1, gdy dochód rozłożony jest równomiernie, natomiast dla innych rozkładów jego wartość jest większa od 1. Przyjęcie funkcji logarytmicznej implikuje również fakt, że proporcjonalne przyrosty dochodów powodują jednakowy wzrost dobrobytu badanych jednostek, co z kolei zmniejsza nierównomierność rozkładu. Jest to sprzeczne z najczęściej przyjmowaną dla miar nierówności dochodowych zasadą niezmienniczości względem skali (ang. *scale invariance*), zgodnie z którą proporcjonalne zmiany w dochodach nie powinny wpływać na nierównomierność rozkładu (wynikają one bowiem najczęściej z efektu inflacyjnego bądź też z wyrażania tych samych dochodów w innej walucie).

Biorąc pod uwagę te rozważania, z punktu widzenia pomiaru dobrobytu korzystna byłaby sytuacja, w której miara koncentracji byłaby już w swojej konstrukcji zależna od przyjętej koncepcji dobrobytu społecznego. Atkinson (1970) zaproponował klasę miar nierównomierności dochodów opartych na uogólnionej

średniej potęgowej Giniego (1957), która zależy od arbitralnie przyjętego współczynnika określającego tzw. awersję do nierównomierności:

$$A = 1 - \frac{[E(Y^r)]^{\frac{1}{r}}}{E(Y)}, \quad r \neq 0 \quad (2.57)$$

gdzie:

$[E(Y^r)]^{1/r}$ – średnia potęgowa Giniego,

$r = 1 - \varepsilon$,

$\varepsilon \geq 0$ – stopień niechęci do nierównomierności (por. np. Kot, 2020).

Stopień niechęci do nierównomierności ε jest określany przez Atkinsona jako względna wrażliwość na zmiany na różnych poziomach dochodu. Jeśli ε rośnie, to większą wagę przywiązujemy do zmian w niższych grupach dochodowych. Jeśli $\varepsilon = 0$, to nierównomierność rozkładu nie odgrywa roli – $U(y)$ jest funkcją liniową. Więcej informacji na temat roli tego parametru i metod jego estymacji można znaleźć w pracach Kota (2017, 2020).

Atkinson (1970) przedstawia swój współczynnik w powiązaniu z koncepcją równo rozłożonego ekwiwalentu y_{EDE} (ang. *equally distributed equivalent*). Wartość y_{EDE} oznacza taki poziom dochodu, który, jeśli jest równomiernie rozłożony pomiędzy wszystkie jednostki zbiorowości, daje taki sam poziom dobrobytu jak obserwowany rozkład dochodu. Można więc zapisać:

$$U(y_{EDE}) \int_0^{\bar{y}} f(y) dy = \int_0^{\bar{y}} U(y) f(y) dy \quad (2.58)$$

Wprowadzając koncepcję y_{EDE} , Atkinson (1970) otrzymał miarę nierówności dochodów niezmienniczą względem transformacji liniowej, która znana jest jako współczynnik A postaci:

$$A = 1 - \frac{y_{EDE}}{E(Y)} \quad (2.59)$$

Współczynnik (2.59) ma interesującą interpretację ekonomiczną. Określa on, o jaki odsetek mogłaby być mniejsza aktualna suma dochodów ekwiwalentnych badanej populacji gospodarstw domowych, gdyby ich rozkład był równomierny, aby osiągnęły ten sam poziom zamożności, jaki mają przy obecnym rozkładzie dochodów. Jeśli $A = 0,3$, oznacza to, że gdyby dochód rozłożony był równomiernie, to wystarczyłoby tylko 70% obecnego dochodu, aby zapewnić ten sam poziom dobrobytu społecznego. Jako $U(y)$ Atkinson przyjął funkcję określoną wzorem:

$$U(y) = \begin{cases} A + B \frac{y^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon} & \text{dla } \varepsilon \neq 1 \\ \ln y & \text{dla } \varepsilon = 1 \end{cases} \quad (2.60)$$

Prace Daltona (1920) i Atkinsona (1970) to pierwsze próby powiązania pomiaru nierówności dochodowych z pomiarem społecznego dobrobytu. Miary nierówności Daltona i Atkinsona w dużym stopniu opierają się na sądach wartościujących, reprezentowanych przez wybrane funkcje użyteczności zależne od ε . W związku z tym są one często określane jako miary normatywne. Za główny wkład Daltona w badania nad nierównomiernością rozkładów należy jednak uznać nie tyle jego współczynnik (2.56), lecz stwierdzenie, że każda miara nierównomierności rozkładów opiera się na jakiejś koncepcji dobrobytu społecznego i to właśnie ta koncepcja powinna być przedmiotem naszego zainteresowania. Pozwoli to bowiem zarówno na dokładniejszą analizę własności istniejących już miar, jak i na tworzenie nowych współczynników, których podstawą są ustalone z góry funkcje dobrobytu. Uzasadnienie celowości takiego podejścia można znaleźć także u Atkinsona (1970), który dowodził, że nie zawsze możliwe jest podjęcie decyzji, który z dwóch rozkładów jest „lepszy” z punktu widzenia społecznego dobrobytu, bez określenia postaci funkcji użyteczności (poza tym, że jest ona rosnącą i wklęsłą funkcją dochodu). Do tego celu wprowadził kryterium oparte na takiej funkcji postaci:

$$W = \int_0^{\infty} U(y)f(y)dy \quad (2.61)$$

Okazuje się, że porządek dobrobytu pokrywa się z porządkiem tzw. dominacji w sensie Lorenza (ang. *Lorenz ordering*, *Lorenz dominance*). Częściowe uporządkowanie (ang. *partial ordering*) rozkładów dochodów może opierać się na następujących twierdzeniu, znanym jako twierdzenie Atkinsona (Atkinson, 1970).

Twierdzenie 1

Niech $f_A(y)$ i $f_B(y)$ oznaczają funkcje gęstości rozkładów dochodu A i B. Niech $L_A(p)$ i $L_B(p)$ oznaczają odpowiadające im krzywe Lorenza, a μ_A i μ_B ich średnie dochody. Jeżeli $\mu_A = \mu_B$, to dla dowolnej rosnącej i ściśle wklęsłej funkcji użyteczności $U(y)$

$$\int_0^{\infty} U(y)f_A(y)dy \geq \int_0^{\infty} U(y)f_B(y)dy \Leftrightarrow L_A(p) \geq L_B(p)$$

dla wszystkich $p \in [0;1]$.

Z twierdzenia 1 wynika, że rozkład A dominuje w sensie Lorenza rozkład B (czyli dobrobyt populacji A jest nie mniejszy niż B) wtedy i tylko wtedy, gdy krzywa Lorenza dla A nie leży nigdzie poniżej krzywej Lorenza dla B. Kiedy krzywe się przecinają, niemożliwe jest podjęcie decyzji bez dalszych założeń dotyczących funkcji użyteczności.

Warto zauważyć, że w przypadku przecinających się krzywych Lorenza nie można rozstrzygnąć jednoznacznie, który z rozkładów jest „lepszy” (zapewnia wyższy poziom dobrobytu społecznego), posługując się jedynie miarami nierówności, gdyż miary te mogą pokazywać rozbieżne wyniki. Dopiero dokładne określenie postaci funkcji $U(y)$ (poza tym, że jest ona rosnąca i wklęsła) z uwzględnieniem szeregu

kryteriów społeczno-ekonomicznych pozwoli na podjęcie decyzji, który ze współczynników jest w danych warunkach odpowiedni. Jeśli zaś krzywe Lorenza nie przecinają się, a średnie są sobie równe, to zawsze preferowany jest rozkład, dla którego funkcja Lorenza przyjmuje większe wartości, bez względu na przyjętą postać funkcji $U(y)$. W przypadku różnych średnich porównywanych rozkładów problemy z podjęciem decyzji napotykamy także wtedy, gdy krzywa Lorenza rozkładu o większej średniej leży w całości poniżej krzywej rozkładu o mniejszej średniej.

Obok powszechnie znanej dominacji Lorenza, przy tych samych założeniach dotyczących funkcji użyteczności i równości średnich, można zdefiniować dominację Zengi (ang. *Zenga ordering*), opartą na krzywych Zengi (2.47) (por. Kleiber, Kotz, 2003):

$$\int_0^{\infty} U(y)f_A(y)dy \geq \int_0^{\infty} U(y)f_B(y)dy \Leftrightarrow Z_A(p) \leq Z_B(p).$$

Uporządkowanie rozkładów za pomocą krzywych Zengi jest zgodne z uporządkowaniem według krzywych Lorenza; podobnie syntetyczny indeks Zengi Z spełnia uporządkowanie rozkładów w sensie Lorenza (Berti, Rigo, 1995).

Bardziej uniwersalne narzędzie porządkowania rozkładów opiera się na uogólnionych krzywych Lorenza, otrzymanych przez pomnożenie zwykłej funkcji Lorenza przez średni dochód (Shorrocks, 1983). Pozwala ono na porównywanie rozkładów o różnych średnich poziomach dochodu, biorąc pod uwagę powszechnie akceptowaną zasadę niechęci do ubóstwa (ang. *poverty aversion*), zwaną także „preferencją efektywności”. Kryterium uogólnionej dominacji Lorenza jest równoważne dominacji stochastycznej drugiego rzędu. Poniżej przedstawione twierdzenie zwane jest twierdzeniem Shorrocksa.

Twierdzenie 2

$$\int_0^{\infty} U(y)f_A(y)dy \geq \int_0^{\infty} U(y)f_B(y)dy \Leftrightarrow GL_A(p) \geq GL_B(p)$$

dla wszystkich $p \in [0;1]$.

Twierdzenie 2 określa częściowe uporządkowanie rozkładów dochodów o różnych poziomach średnich. Gdy krzywe Lorenza przecinają się, obok uogólnionych krzywych Lorenza jako miarę społecznego dobrobytu można też zastosować tzw. rozszerzone współczynniki Giniego (por. Moyes, 2007).

Funkcja dobrobytu przedstawiana wzorem (2.61) ma bardzo ogólną postać, a występująca w nim funkcja użyteczności $U(y)$ jest nieobserwowalna. Dlatego też w praktyce wygodnie jest stosować tzw. skrócone lub uproszczone funkcje dobrobytu (ang. *abbreviated social welfare functions*), które są funkcjami tylko dwóch argumentów – średniego dochodu (μ) i wskaźnika nierówności dochodowej (I) (por. Lambert, 2001; Kot, 2000). Oczywiście jest, że skrócona funkcja dobrobytu powinna być rosnącą funkcją μ i malejącą funkcją I .

Najpopularniejsze skrócone funkcje dobrobytu to funkcje Sena (1973), Kakwaniego (1980) i Daguma (1990a) (por. też Aksman, 2011; Brzeziński, 2002). Najczęściej za miarę nierównomierności rozkładu dochodów I przyjmuje się indeks Giniego G , ale można tu zastosować dowolny indeks nierówności. Dla indeksu Giniego otrzymujemy:

Funkcję dobrobytu Sena

$$W_{Sen} = \mu(1 - G) \quad (2.62)$$

Funkcję dobrobytu Kakwaniego

$$W_{Kakwani} = \mu/(1 + G) \quad (2.63)$$

Funkcję dobrobytu Daguma

$$W_{Dagum} = \mu(1 - G)/(1 + G) \quad (2.64)$$

Wyrażenie $(1 - G)$, występujące w indeksach Sena i Daguma, zostało określone jako koszt nierówności (ang. *cost of inequality*). Własności wszystkich trzech przedstawionych tu miar dobrobytu wynikają z ich postaci funkcyjnej, ale też z własności przyjętego za miarę nierówności indeksu Giniego⁸. Zauważmy, że indeks Sena (2.62) opiera się na kryterium dobrobytu zwanym *pairwise maximin*, które zakłada, że dobrobyt społeczny jest sumą dobrobytu określonego dla wszystkich par jednostek w populacji, a dla każdej pary jest on równy dobrobytowi osoby biedniejszej. W indeksach Sena i Kakwaniego większe wagi przypisywane są zawsze jednostkom o niższych rangach w rozkładzie dochodów, jednak w indeksie Kakwaniego oprócz różnic rang uwzględnione są też różnice dochodów. Indeks Kakwaniego (2.63) jest zawsze bardziej wrażliwy na zmiany dochodu średniego niż na zmiany współczynnika nierówności, podczas gdy najpopularniejszy z nich indeks Sena (2.62) ma tę własność tylko dla $G > 0,5$. Oczywiście jest, że wysoki stopień nierówności powinien mieć negatywny wpływ na dobrobyt społeczny, jednak pewien stopień nierówności jest na ogół społecznie akceptowalny. Wskaźnik Daguma (2.64) jest bardziej wrażliwy na nierówności od indeksu Sena, gdyż jego wartość zależy w większym stopniu od wskaźnika nierówności niż od dochodu średniego już dla $G > 0,41$, jest jednak mniej wrażliwy na nierówności od indeksu Kakwaniego. W szerszym kontekście skrócone funkcje dobrobytu obrazują konflikt między ekonomiczną efektywnością a sprawiedliwością społeczną, który może być rozwiązany przez politykę ekonomiczną i społeczną, uwzględniającą wrażliwość danego społeczeństwa na nierówności (por. Kot, 2017, 2020).

8 Własności indeksu Sena dla trzech indeksów nierówności: Giniego, Zengi i Bonferroniego (por. wzory 1.41) zostaną omówione w dalszej części rozdziału.

Miara dobrobytu Sena porządkuje dobrobyt społeczny zgodnie z podejściem opartym na uogólnionych krzywych Lorenza, gdyż wskaźnik Sena (2.62) jest jednocześnie równy podwojonemu polu pod uogólnioną krzywą Lorenza $\mu L(p)$. Wskaźnik ten może być używany do porównywania dobrobytu nawet wtedy, gdy uogólnione krzywe Lorenza przecinają się – daje więc spójne uporządkowanie dobrobytu (por. np. Lambert, 2011).

Koncepcją dobrobytu społecznego w powiązaniu z nierównomiernością rozkładu zajmowało się wielu autorów. Oprócz Daltona, Atkinsona i Sena wymienić należy Blackorby'ego i Donaldsona (1978) oraz Daguma (1990, 1995), którzy wyznaczyli funkcje dobrobytu dla współczynników Giniego, Theila, Atkinsona oraz dla współczynnika zmienności. Z kolei Sen (1974) zajmował się głównie interpretacją współczynnika Giniego w kontekście pomiaru dobrobytu, natomiast Benedetti (1986) rozważał różne miary nierównomierności z punktu widzenia współczynnika dobrobytu społecznego. Badania te koncentrowały się więc głównie na interpretacji istniejących już miar.

Dagum (1990) wykazał, podobnie jak jego poprzednicy (por. np. Dalton, 1920; Atkinson, 1970), że z przyjętej koncepcji dobrobytu może zostać wyprowadzona miara nierówności dochodowych, ale także zauważył, że z miary nierówności dochodowych można wydedukować postać funkcji dobrobytu społecznego. Podejście takie daje nam możliwość przeprowadzenia pogłębionej analizy własności różnych miar nierówności dochodowych. W celu znalezienia funkcji użyteczności, na których oparte są znane miary nierównomierności (Giniego, Theila, Atkinsona, Zengi), należy najpierw przedstawić ogólne relacje pomiędzy tymi funkcjami a współczynnikami koncentracji (por. Atkinson, 1970; Dagum, 1990, 1995), oparte na przyjętych aksjomatach dotyczących pomiaru dobrobytu.

Zgodnie z koncepcją użyteczności przyjętą przez Daguma (1990) każdy dochód y składa się z dwóch części, gdzie pierwszą z nich, $U(y)$, stanowi wkład w dobrobyt społeczny – tzw. użyteczność dochodu (ang. *social welfare gain*), druga zaś, określona jako $V(y)$, przyczynia się do utraty dobrobytu na skutek istnienia nierównomierności rozkładu (ang. *social welfare loss*). Można to zapisać w następujący sposób:

$$y = U(y) + \mu V(y) \quad (2.65)$$

gdzie: μ – wartość oczekiwana rozkładu dochodów.

Przyjmując, że rozważana jest zmienna losowa Y , oznaczająca dochód pewnej populacji, możemy obliczyć wartość oczekiwaną dla obu stron równania (2.65). Otrzymujemy:

$$\mu = E[U(Y)] + \mu E[V(Y)] \quad (2.66)$$

gdzie:

$E[V(Y)] = I$ – współczynnik nierównomierności rozkładu dochodów,

$E[U(Y)] = W$ – funkcja dobrobytu społecznego (ang. *social welfare function*).

Łatwo zauważyć, że równanie (2.66) sprowadza się do indeksu dobrobytu Sena (2.62). Dochód średni możemy przedstawić jako sumę średniego dobrobytu społecznego $E[U(Y)]$ i średniej utraty dobrobytu. Stąd możemy otrzymać relację pomiędzy współczynnikiem koncentracji I a funkcją użyteczności $U(y)$:

$$I = 1 - E[U(y)]/\mu \quad (2.67)$$

Współczynnik nierównomierności może być interpretowany jako wartość oczekiwana wypukłej funkcji dochodu $V(Y)$.

Dla współczynników Giniego, Theila i Atkinsona funkcje $U(y)$ i $V(y)$ przyjmują postać (por. Dagum, 1990):

- dla współczynnika Giniego:

$$\begin{aligned} V(y) &= 2[F(y) - L(y)] = 2(y/\mu) \left[F(y) - \frac{1}{2} \right] \\ U(y) &= y - 2\mu[F(y) - L(y)] = 2y[1 - F(y)] \end{aligned} \quad (2.68)$$

gdzie:

$F(y)$ – dystrybuanta rozkładu,

$L(y)$ – funkcja Lorenza (2.11);

- dla współczynnika Theila (unormowanego):

$$\begin{aligned} V(y) &= (1/\ln n)(y/\mu) \ln(y/\mu) \\ U(y) &= y - (1/\ln n)y \ln(y/\mu) \end{aligned} \quad (2.69)$$

- dla współczynnika Atkinsona:

$$\begin{aligned} V(y) &= [y - \psi(y^r)]/\mu, \quad r \leq 1 \\ U(y) &= \psi(y^r) \end{aligned} \quad (2.70)$$

gdzie: $\psi(y)$ – operator określony w następujący sposób:

$$E[\Psi(Y^r)] = \Psi E(Y^r) = [E(Y^r)]^{\frac{1}{r}}$$

Dla współczynników Bonferroniego i Zengi funkcje $V(y)$ i $U(y)$ można przedstawić w sposób następujący:

- dla współczynnika Bonferroniego:

$$V(y) = 1 - \frac{Q(y)}{F(y)}, \quad U(y) = y - 1 + \frac{\mu Q(y)}{F(y)} \quad (2.71)$$

- dla współczynnika Zengi (1984):

$$V(y) = 1 - \frac{y}{Q^{-1}[F(y)]}, \quad U(y) = y - 1 + \frac{\mu y}{Q^{-1}[F(y)]} \quad (2.72)$$

gdzie: $Q(y)$ – pierwszy niekompletny moment zmiennej losowej Y (por. wzór (2.51)).

Funkcje użyteczności Theila i Atkinsona są jedynie funkcjami dochodu danej jednostki ekonomicznej – nie biorą one pod uwagę dochodów pozostałych członków zbiorowości. Można więc określić je jako „indywidualistyczne” funkcje użyteczności. W przypadku współczynnika koncentracji Giniego, a także miar Bonferroniego i Zengi, sytuacja jest inna. Funkcje użyteczności dla tych współczynników mają rzeczywiście charakter społecznych funkcji użyteczności, gdyż będąc funkcjami $F(y)$, są uzależnione od całego rozkładu dochodów. Uwzględniają więc poziom dochodów wszystkich członków zbiorowości. Funkcje takie zwane są „interpersonalnymi” funkcjami użyteczności, pozwalają bowiem na porównania między jednostkami statystycznymi.

W przypadku indywidualistycznych funkcji użyteczności, jakimi są funkcje (2.69) i (2.70), wzrost dochodu którejs z badanych jednostek powoduje wzrost użyteczności jedynie tego dochodu, nie wpływając na użyteczność dochodów pozostałych jednostek. W efekcie dobrobyt społeczny $E[U(y)]$ będzie wzrastał niezależnie od zmian w poziomie nierównomierności rozkładu. Przeciwnie jest w przypadku funkcji użyteczności Giniego, Bonferroniego i Zengi – odpowiednio formuły (2.68), (2.71) i (2.72) – wzrost dochodu u jednostki o wysokim dochodzie może spowodować nawet spadek dobrobytu społecznego, gdyż wzrost nierównomierności rozkładu może być wyższy niż wzrost indywidualnej użyteczności. Funkcje Giniego, Bonferroniego i Zengi dają więc bardziej realistyczne podstawy do szacowania zarówno funkcji dobrobytu społecznego, jak i miar nierównomierności rozkładów. Funkcje (2.68), (2.70), (2.71) i (2.72) spełniają warunki określone w pierwszej części podrozdziału. Funkcje użyteczności $U(y)$ są więc rosnące i wklęsłe, natomiast funkcje $V(y)$ są wypukłe. Jedynie w przypadku współczynnika Theila (por. Dagum, 1995) funkcja użyteczności nie jest rosnąca w całej dziedzinie – jest ona funkcją malejącą dla $y > n\mu/e$. Dlatego też współczynnik Theila nie spełnia zasady niechęci do ubóstwa. Dokładniejsza analiza przebiegu funkcji $V(y)$ (por. np. Dagum, 1995) pokazuje także, że funkcje te dla miar Theila i Atkinsona maleją dla niskich dochodów (odpowiednio dla $y \leq \mu/e$ i dla $y \leq B^{1/\epsilon}$). Oznacza to, że w niskich grupach dochodowych wraz ze wzrostem dochodu maleje jego „bezużyteczność”. Wydaje się to być ekonomicznie nieuzasadnione, ale powoduje większą wrażliwość wymienionych miar na zmiany w niskich grupach dochodowych w porównaniu z indeksem Giniego. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku współczynnika Zengi (1984), natomiast dla miary Bonferroniego funkcja bezużyteczności $V(y)$ jest malejąca w całej dziedzinie, co potwierdza szczególną przydatność tego współczynnika do badania nierównomierności rozkładów o dużym odsetku dochodów niskich.

Porównując indeksy nierównomierności z punktu widzenia pomiaru dobrobytu społecznego, wygodnie jest przedstawić funkcję dobrobytu społecznego $W = E[U(y)]$ jako funkcję rang przypisanych różnym poziomom dochodu. Pozwala to lepiej objaśnić wrażliwość funkcji dobrobytu społecznego opartych na różnych indeksach nierównomierności rozkładu dochodów. Funkcję W możemy zapisać następująco (Sen, 1974):

$$W = \int_0^{\infty} y v(F(y)) f(y) dy \quad (2.73)$$

gdzie: $v(F(y))$ jest wagą przypisaną do poziomu dochodu y taką, że $v'(F(y)) < 0$, co sugeruje, że wagi muszą zmniejszać się monotonicznie wraz ze wzrostem $F(y)$. Wagi te dla wszystkich jednostek populacji sumują się do 1.

Klasa funkcji dobrobytu wyrażona wzorem (2.73) nosi nazwę funkcji dobrobytu Giniego lub rangowo uporządkowanych funkcji dobrobytu (ang. *rank order social welfare functions*). Jak już wspomniano, porównywanie bezpośrednio krzywych Lorenza $L(p)$ może nie być skuteczne, gdyż w przypadku różnych średnich napotykałyśmy problemy z podjęciem decyzji, który rozkład jest preferowany. W związku z tym Shorrocks (1983) oraz Kakwani (1984) zaproponowali jako miarę dobrobytu społecznego podwojone pole pod uogólnioną krzywą Lorenza: $GL(p) = \mu L(p)$, co prowadzi do następującej postaci funkcji dobrobytu:

$$W_{GL} = 2 \int_0^1 \mu L(p) dp = \mu(1 - G) \quad (2.74)$$

Można wykazać, że w przypadku funkcji dobrobytu dla współczynnika Giniego wyrażonej wzorem (2.74) waga nadawana jednostkom ekonomicznym ma postać $v_c(p) = 2(1 - p)$, przy czym $p = F(y)$, co odpowiada formule (2.68) (por. Greselin i in., 2020).

Stosując podobne podejście, Son (2011) wykazał, że miarę dobrobytu społecznego dla współczynnika Bonferroniego jest pole pod uogólnioną krzywą Bonferroniego $\mu B(p)$ (por. (2.25)). Funkcję dobrobytu społecznego Bonferroniego otrzymujemy, wykorzystując funkcję $U(y)$ daną wzorem (2.71) oraz zależność $E[U(Y)]$:

$$W_B = \mu \int_0^1 \frac{L(p)}{p} dp = \mu(1 - B) \quad (2.75)$$

Można wykazać, że w przypadku indeksu Bonferroniego wagi dla poszczególnych dochodów wynoszą $v_b(p) = -\ln p$, gdzie $p = F(y)$ (por. Greselin i in., 2020; Kakwani, Son, 2019). Wagi przypisywane rosnącym dochodom maleją więc szybciej niż w przypadku indeksu Giniego, co wyjaśnia większą wrażliwość indeksu Bonferroniego na nierówności w niskich grupach dochodowych.

Analizę własności nowego indeksu Zengi (2007) z punktu widzenia koncepcji dobrobytu społecznego przeprowadzali niedawno Greselin i in. (2020, 2021).

Wykazali oni, że współczynnik Zengi oparty na średniej górnej i dolnej (por. wzór (2.34)) wykazuje inne własności niż standardowo wykorzystywane indeksy Giniego czy Bonferroniego, co wynika z osobliwego faktu, że podczas gdy mianowniki formuł dla indeksów Giniego i Bonferroniego to stała wartość, czyli średni dochód, we wskaźniku Zengi mianownik jest funkcją rang jednostek ekonomicznych (por. wzór (2.35)).

Funkcja dobrobytu społecznego dla indeksu Zengi (2007) przyjmuje postać:

$$W_Z = \mu \int_0^1 \frac{L(p)}{1-L(p)} \frac{1-p}{p} dp = \mu(1-I) \quad (2.76)$$

Wagi odpowiadające poszczególnym dochodom wyrażone są następująco (por. Greselin i in., 2021):

$$v_z(p) = \frac{-\ln p + p - 1}{(1-L(p))^2} \quad (2.77)$$

dla wszystkich $p \in [0; 1]$.

Greselin i in. (2020) dokonali następnie dekompozycji funkcji wagowej (2.77), odpowiadającej funkcji dobrobytu społecznego Zengi, na dwa czynniki, które pozwoliły wyodrębnić wpływ rangowania dochodów i wpływ interakcji między rangami a nierównościami w poszczególnych punktach rozkładu. Pozwoliło to zauważyć pewną przewagę indeksu Zengi (2007) nad często stosowanymi miarami Giniego i Bonferroniego. Dekompozycja wag dla indeksu Zengi może być zapisana następująco:

$$v_z(p) = v_z^*(p) \cdot \beta_z(p) = \frac{-\ln p + p - 1}{(1-p)^2} \cdot \frac{(1-p)^2}{(1-L(p))^2} \quad (2.78)$$

Formuła (2.78) pokazuje, że w przypadku indeksu Zengi wagę przypisywaną każdej jednostce ekonomicznej można rozłożyć na czynniki: pierwszy z nich to $v_z^*(p)$, związany wyłącznie z uporządkowaniem jednostek ekonomicznych względem ich dochodów, z kolei drugi czynnik $\beta_z(p)$ oparty jest na stosunku średniego dochodu ogółem do średniego dochodu otrzymanego dla bogatszej części rozkładu $1-p$ jednostek.

Funkcje wagowe dla indeksów Giniego, Bonferroniego i Zengi $v_G(p)$, $v_B(p)$ oraz $v_z^*(p)$ są nieujemnymi, wklęsłymi i ściśle malejącymi funkcjami rang p , podobnie jak odpowiadające im funkcje dobrobytu społecznego W_{GL} , W_B i W_Z . Spełniają więc podstawowe warunki stawiane funkcjom dobrobytu: niechęci do ubóstwa i niechęci do nierównomierności, co sprawia, że w pomiarze utraty dobrobytu najbardziej zagrożeni członkowie zbiorowości otrzymują maksymalne wagi, a osoba najbogatsza wagę minimalną. Greselin i in. (2020) wykazali ponadto, że wagi $\beta_z(p)$ oraz łączna waga $v_z(p)$ są także malejącymi funkcjami p . Waga $\beta_z(p)$ może być więc interpretowana jako dodatkowa „kara” nadawana kwantylowi rzędu p , tym wyższa, im wyższy jest udział dochodu jednostek bogatszych niż y_p .

2.6. Zastosowanie wybranych miar nierównomierności do analizy zmian rozkładów dochodów w Polsce w grupach społeczno-ekonomicznych

W celu zastosowania przedstawionych miar nierównomierności rozkładów dochodów porównamy nierówności dochodowe w Polsce w grupach społeczno-ekonomicznych w latach 2018 i 2020. Lata te stanowią ciekawy okres porównawczy, gdyż obejmują okres przed pandemią oraz czas pandemii, w którym można się spodziewać głębokich zmian w rozkładzie dochodów. Podstawą obliczeń będą dane indywidualne pochodzące z Badania Budżetów Gospodarstw Domowych (BGD), prowadzonego przez GUS od 1957 r. (por. podrozdz. 1.3).

Od 2005 r. w ramach BGD klasyfikuje się gospodarstwa domowe według pięciu podstawowych grup społeczno-ekonomicznych ludności kraju. Są to (por. GUS 2021):

- gospodarstwa pracowników,
- gospodarstwa rolników,
- gospodarstwa pracujących na własny rachunek,
- gospodarstwa emerytów i rencistów,
- gospodarstwa utrzymujące się z niezarobkowych źródeł.

Podział gospodarstw domowych ze względu na grupy społeczno-ekonomiczne jest obecnie najczęściej wykorzystywaną klasyfikacją w praktyce statystyki gospodarczej i społecznej w Polsce. Przynależność gospodarstw domowych do jednej z grup społeczno-ekonomicznych wykazuje też korelację z innymi cechami, takimi jak wykształcenie osób należących do gospodarstwa domowego, aktywność zawodowa czy liczba posiadanych dzieci, a także z preferencjami konsumpcyjnymi wynikającymi z odmiennych środowisk funkcjonowania (Podolec i in., 2008; Podolec, 2013).

Każdy z typów gospodarstw domowych określa główne źródło utrzymania, oznaczające, że dochód z jego tytułu jest wyższy od dochodów uzyskiwanych ze źródeł dodatkowych.

Gospodarstwa pracowników to gospodarstwa domowe, których wyłącznym lub głównym (przeważającym) źródłem utrzymania jest dochód z pracy najemnej w sektorze publicznym lub prywatnym; dodatkowym źródłem utrzymania tych gospodarstw może być emerytura, renta lub inne niezarobkowe źródło, praca na własny rachunek w indywidualnym gospodarstwie rolnym i poza indywidualnym gospodarstwem rolnym lub wykonywanie wolnego zawodu (por. GUS, 2019).

Gospodarstwa rolników to gospodarstwa domowe, których wyłącznym lub przeważającym źródłem utrzymania jest dochód z użytkowanego gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie; dodatkowym źródłem utrzymania tych gospodarstw może być emerytura, renta lub inne źródło niezarobkowe, praca najemna,

praca na własny rachunek bądź wykonywanie wolnego zawodu. Do gospodarstw domowych rolników zalicza się (GUS, 2021):

- gospodarstwa indywidualne, czyli gospodarstwa powyżej 1 ha użytków rolnych prowadzone na gruntach własnych i niewłasnych,
- gospodarstwa o powierzchni do 1 ha włącznie użytków rolnych (w tym działki służbowe),
- właściciele zwierząt gospodarskich nieposiadających użytków rolnych.

Gospodarstwa pracujących na własny rachunek to gospodarstwa domowe, których wyłącznym lub głównym źródłem utrzymania jest praca na własny rachunek poza gospodarstwem indywidualnym w rolnictwie lub wykonywanie wolnego zawodu; dodatkowym źródłem utrzymania mogą być: praca najemna, użytkowanie gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie, emerytura, renta lub inne niezarobkowe źródło.

W gospodarstwach emerytów i rencistów wyłącznym lub przeważającym źródłem utrzymania jest emerytura lub renta; dodatkowym źródłem utrzymania mogą być: inne źródło niezarobkowe poza emeryturą lub rentą (np. dochód z własności, zasiłki rodzinne wraz z dodatkami, dary), praca najemna, praca na własny rachunek w indywidualnym gospodarstwie rolnym i poza indywidualnym gospodarstwem rolnym lub wykonywanie wolnego zawodu.

Gospodarstwa utrzymujące się z niezarobkowych źródeł to gospodarstwa domowe, których wyłącznym lub głównym źródłem utrzymania są źródła niezarobkowe inne niż emerytura lub renta, np. zasiłki dla bezrobotnych, świadczenia pieniężne i niepieniężne udzielone na podstawie ustawy o pomocy społecznej, dodatki mieszkaniowe, zasiłki rodzinne wraz z dodatkami, świadczenie wychowawcze „Rodzina 500+”, alimenty, darowizny, dochody z tytułu własności i z wynajmu nieruchomości; dodatkowym źródłem utrzymania tych gospodarstw mogą być: praca najemna, emerytura lub renta, praca na własny rachunek, wykonywanie wolnego zawodu lub użytkowanie gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie (GUS, 2021).

Podstawą obliczeń był dochód rozporządzalny gospodarstwa domowego, który został następnie przekształcony w dochód ekwiwalentny (wartości ujemne zostały wyeliminowane z powodu problemów z interpretacją miar nierówności (por. Greselin i in., 2010). Takie podejście umożliwiło uwzględnienie w analizie porównawczej struktury demograficznej gospodarstwa domowego, co jest szczególnie istotne w bardzo różniących się składem demograficznym grupach społeczno-ekonomicznych. Dochód ekwiwalentny jest także kategorią, która będzie wykorzystana do oceny poziomu dobrobytu gospodarstw domowych według wyróżnionych grup. W badaniu wykorzystana została skala LIS (*Luxemburg Income Study*; por. Buhmann i in., 1988), przy czym za współczynnik elastyczności skali przyjęto 0,5. Analiza porównawcza wpływu różnych skal ekwiwalentności na oszacowania miar nierówności i ubóstwa na podstawie badania BGD przedstawiona została w pracy Jędrzejczak i Pekasiewicz (2022). Badaniem wpływu skali na rozkład dochodów zajmował się również Kot (2000), a jego wyniki pokazują,

że liczba osób w gospodarstwie domowym w bardzo wysokim stopniu wyjaśnia zmienność badanych skal.

Po pogłębionej analizie przedstawionych dotychczas własności różnych miar różnicowania i koncentracji dochodów zdecydowano się wykorzystać w analizie porównawczej trzy syntetyczne miary nierówności dochodowych: Giniego, Bonferroniego oraz Zengi (opartą na średniej dolnej i górnej). Oprócz miar syntetycznych oszacowane zostały także odpowiadające wymienionym miarom syntetycznym punktowe miary koncentracji, które zostały następnie przedstawione graficznie jako krzywe koncentracji Giniego, Bonferroniego i Zengi. Wybór tych trzech indeksów wynika z faktu, że każdy z nich w inny sposób mierzy nierówności, czego odzwierciedleniem są przedstawione w podrozdziale 2.5 funkcje użyteczności, co umożliwia szerszą interpretację wyników, nakierowaną na różne grupy dochodowe. Jednocześnie wszystkie trzy miary oparte są na porównaniach średnich cząstkowych dla różnych poziomów p , co pozwala na ich spójną interpretację geometryczną (por. rys. 2.1–2.3).

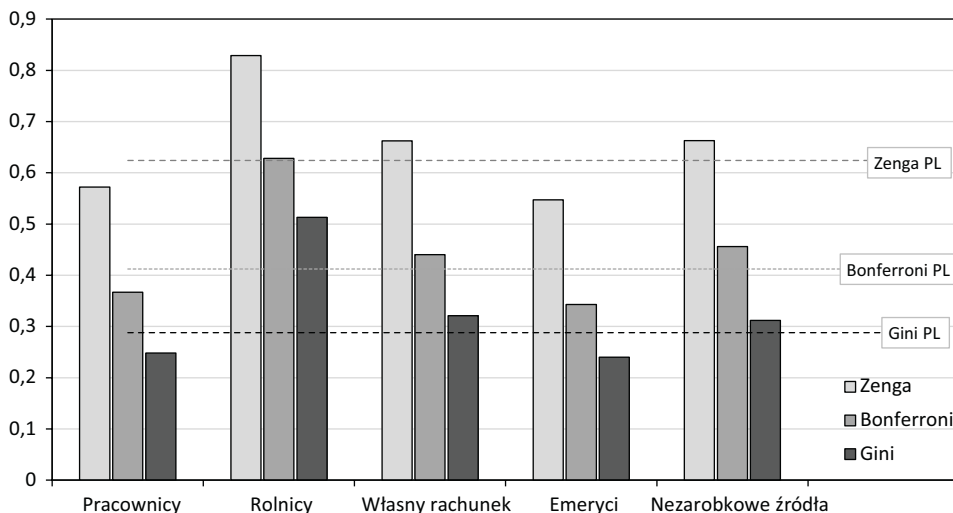
Tabela 2.1 przedstawia wybrane miary nierównomierności rozkładów dochodów w pięciu grupach społeczno-ekonomicznych i ogółem dla całego kraju w latach 2018 i 2020. Prezentowane oszacowania uwzględniają wagi schematu losowania, które umożliwiają uogólnienie wyników próby na populację. Wagi te ustalane są dla każdego gospodarstwa domowego w oparciu o prawdopodobieństwa inkluzji wynikające z przyjętego schematu losowania próby. Są one następnie korygowane poprzez zastosowanie stratyfikacji *ex post* lub kalibracji zintegrowanej (por. GUS, 2018).

Tab. 2.1. Oszacowania miar nierównomierności rozkładów dochodów gospodarstw domowych według grup społeczno-ekonomicznych w Polsce w latach 2018 i 2020

Grupa społeczno-ekonomiczna		Miary nierównomierności		
		\hat{G}	\hat{I}	\hat{B}
Pracownicy	2018	0,249	0,562	0,355
	2020	0,248	0,572	0,367
Rolnicy	2018	0,473	0,804	0,599
	2020	0,513	0,829	0,628
Pracujący na własny rachunek	2018	0,298	0,629	0,411
	2020	0,321	0,662	0,440
Emeryci i renciści	2018	0,236	0,538	0,336
	2020	0,240	0,547	0,343
Niezarobkowe źródła	2018	0,334	0,689	0,480
	2020	0,312	0,663	0,456
Ogółem	2018	0,284	0,612	0,400
	2020	0,288	0,624	0,412

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie oszacowań zamieszczonych w tab. 2.1 można zauważyć, że nierówność dochodowa ogółem tylko nieznacznie wzrosła w badanym czasie, o czym informują bardziej czułe miary: indeks Zengi (wzrost z poziomu 0,612 do 0,624) i Bonferroniego (wzrost z 0,400 do 0,412). Współczynnik Giniego pozostał na prawie niezmiennym poziomie. Interpretując wielkość indeksu Zengi w 2020 r., możemy powiedzieć, że średnio rzecz biorąc, dysproporcja między bogatszą a biedniejszą częścią populacji to $1 - 0,624 = 0,376$, czyli przeciętne dochody grup mniej zarabiających stanowią średnio 37,6% dochodów grup bogatszych.



Rys. 2.5. Porównanie miar nierówności dochodów Giniego, Zengi i Bonferroniego dla różnych grup społeczno-ekonomicznych z poziomem nierówności w Polsce w roku 2020

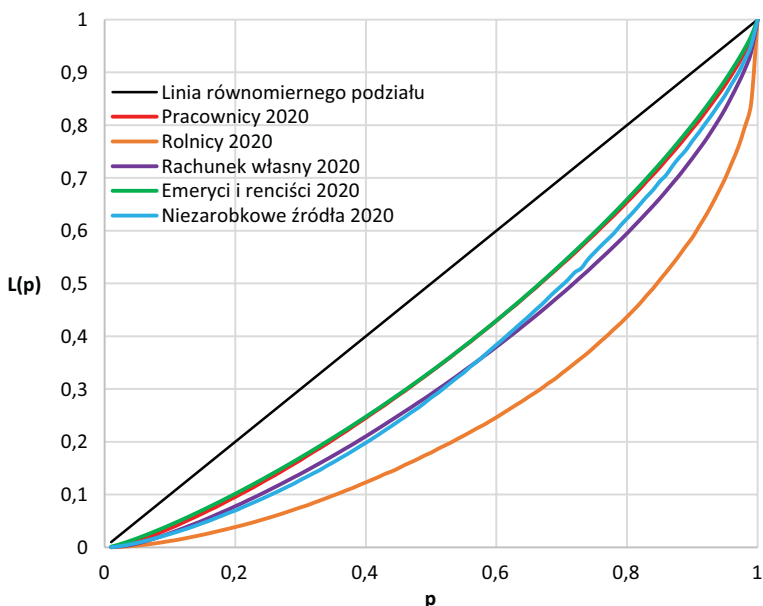
Źródło: obliczenia własne.

Uzupełnieniem tab. 2.1 jest rys. 2.5, na którym możemy porównać poziomy nierówności oszacowane dla grup z przeciętnym poziomem nierówności w Polsce. Można zauważyć, że grupą o najwyższym poziomie nierówności według wszystkich trzech miar syntetycznych są *Rolnicy*, przy czym nierówności w tej grupie wzrosły w badanym okresie. Najbardziej jednorodną grupę stanowią *Emeryci i renciści*, chociaż i tutaj w roku 2020 zaobserwowano pewien wzrost nierówności dochodowych. Wyraźny spadek nierówności w badanym okresie zanotowano jedynie w grupie *Nezarobkowych źródeł utrzymania*, dla której wszystkie trzy indeksy zmniejszyły się. Cały rozkład dochodów gospodarstw domowych w Polsce wykazał niewielki wzrost poziomu koncentracji, podobnie jak najliczniejsza grupa gospodarstw *Pracowników*. Warto zauważyć, że grupa gospodarstw *Pracowników* charakteryzuje się stosunkowo niewielkim zróżnicowaniem, w porównaniu np. z grupą utrzymującą się z tzw. niezarobkowych źródeł, która w ostatnich latach stała się bardziej niejednorodna. W grupie tej głównym źródłem utrzymania są przede wszystkim zasiłki dla bezrobotnych, ale także świadczenia pieniężne i niepieniężne

udzielone na podstawie ustawy o pomocy społecznej, dodatki mieszkaniowe, zasiłki rodzinne, w tym świadczenie wychowawcze „Rodzina 500+”, oraz dochody z tytułu własności i z wynajmu nieruchomości. Szczególnie te dwa ostatnie źródła mogą powodować wysoki stopień zróżnicowania obserwowany w tej grupie społeczno-ekonomicznej.

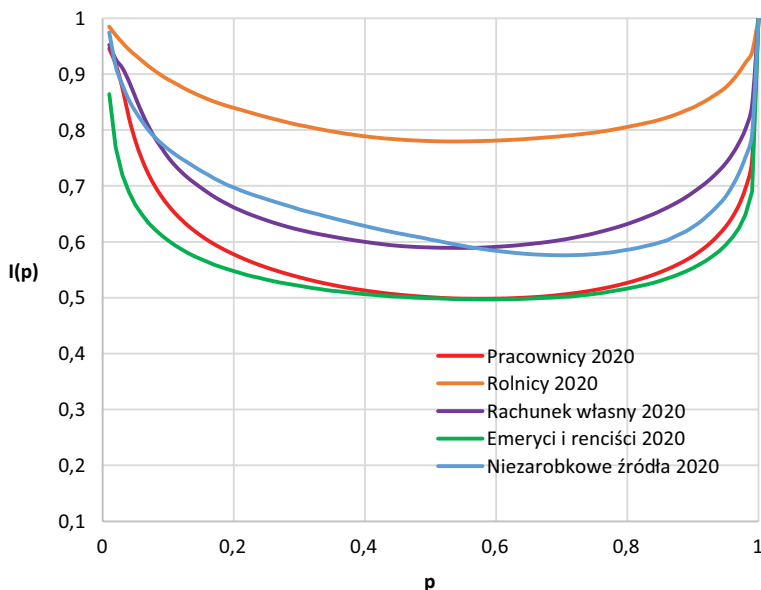
Przebiegi krzywych koncentracji Lorenza, Zengi i Bonferroniego dla grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020 pokazano na rys. 2.6–2.8. Na rys. 2.6 można zauważyć, że krzywe Lorenza dla różnych grup społeczno-ekonomicznych nakładają się, mimo że nierówności dochodowe w tych grupach różnią się. Wyraźnie odseparowaną grupę stanowią jedynie *Rolnicy*, dla których nierówności, mierzone jako pole między krzywą Lorenza a linią równomiernego podziału, są prawie dwukrotnie wyższe niż dla pozostałych grup.

Więcej informacji na temat nierówności dochodowych w porównywanych populacjach gospodarstw domowych uzyskamy na podstawie rys. 2.7 i 2.8, pokazujących przebiegi krzywych Zengi i Bonferroniego. Miary te ze względu na swoją konstrukcję są bardziej czułe na zmiany poziomu dochodów w zakresie, w którym obserwowane są nierówności, przy czym indeks Bonferroniego większe wagi przypisuje dochodom niskim. Spostrzeżenia te potwierdzają m.in. prace Greselin i in. (2013) oraz Nygård i Sandströma (1981, s. 276).



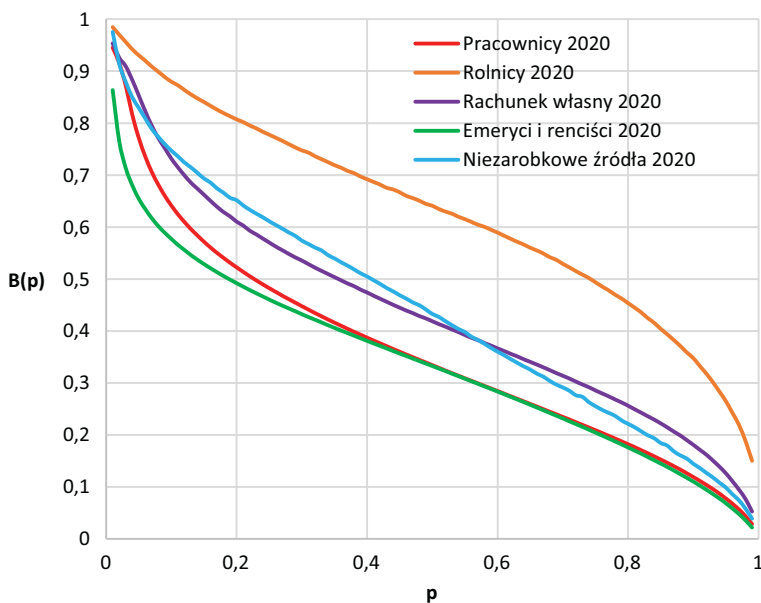
Rys. 2.6. Krzywe koncentracji Lorenza dla dochodów w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 2.7. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020

Źródło: obliczenia własne.

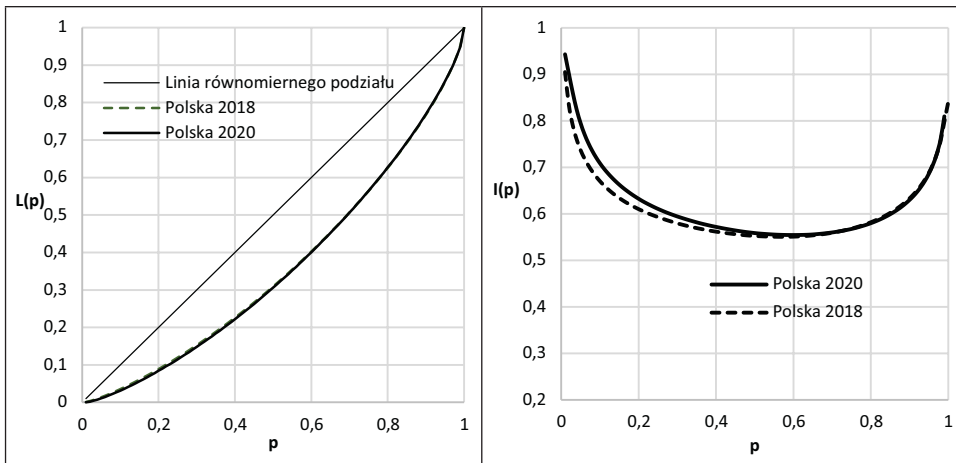


Rys. 2.8. Krzywe koncentracji Bonferroniego dla dochodów w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020

Źródło: obliczenia własne.

Można zauważyć, że w przypadku grup *Pracujący na własny rachunek* oraz *Niezarobkowe źródła utrzymania* krzywe koncentracji Zengi i Bonferroniego przecinają się w 7. i 57. percentylu rozkładu, czyli dla dochodów $y_{0,07}$ i $y_{0,57}$. Można więc stwierdzić, że mimo zbliżonego poziomu mierników syntetycznych – indeksy Zengi dla tych grup wynoszą odpowiednio 0,662 i 0,663 – nierównomierność rozkładu grupy *Niezarobkowe źródła utrzymania* jest wyższa dla dochodów $y_{0,07} < y < y_{0,57}$ podczas gdy dla dochodów bardzo niskich $y < y_{0,07}$ i wysokich $y > y_{0,57}$ większą nierówność obserwujemy dla dochodów *Pracujących na własny rachunek*. Można to wyjaśnić specyfiką tej grupy dochodowej, której rozkład charakteryzuje się tzw. grubym ogonem ze względu na występowanie szczególnie wysokich dochodów dla niektórych przedsiębiorców, zawierających kontrakty menedżerskie, oraz przedstawicieli „wolnych” zawodów. Z kolei utrzymujący się z zasiłków i innych świadczeń społecznych są bardziej zróżnicowani w niższych grupach, głównie ze względu na pobieranie lub nie świadczeń społecznych takich jak Rodzina 500+.

Ciekawy przebieg krzywych Zengi i Bonferroniego (rys. 2.7 i 2.8) obserwujemy także w grupach gospodarstw domowych *Pracowników* oraz *Emerytów i rencistów* – nierówność tych rozkładów w środkowej części jest identyczna, natomiast na ogonach obserwujemy większą nierówność w grupie *Pracowników*. Zjawisko to można wyjaśnić znaczną różnorodnością zawodów powodujących dywersyfikację dochodów osobistych w tej grupie, ale także większym zróżnicowaniem składu gospodarstwa domowego. Zauważmy, że krzywa Bonferroniego uwypukla różnicę dla dochodów niższych, nie wykrywa zaś różnicy dla dochodów wysokich – krzywe koncentracji dla obu grup powyżej 40. percentyla zlewają się.

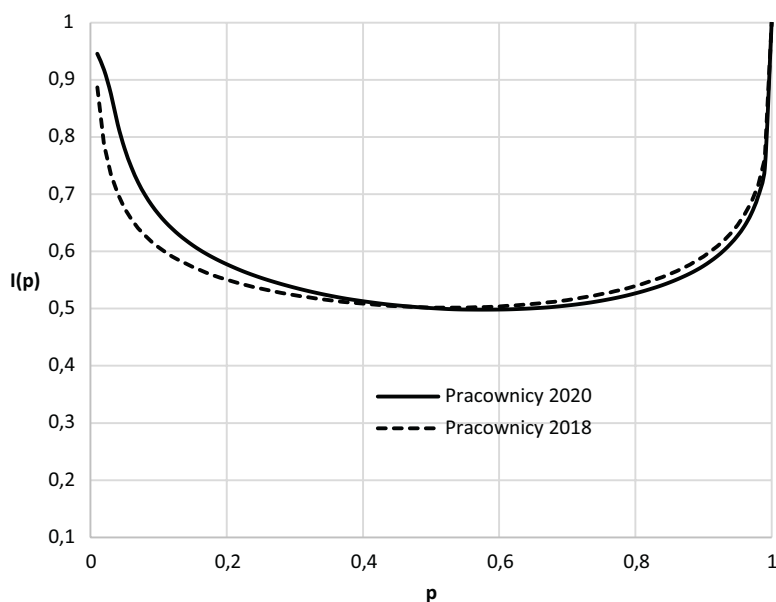


Rys. 2.9. Krzywe koncentracji Lorenza (lewy panel) i Zengi (prawy panel) dla dochodów w Polsce w latach 2018 i 2020

Źródło: obliczenia własne.

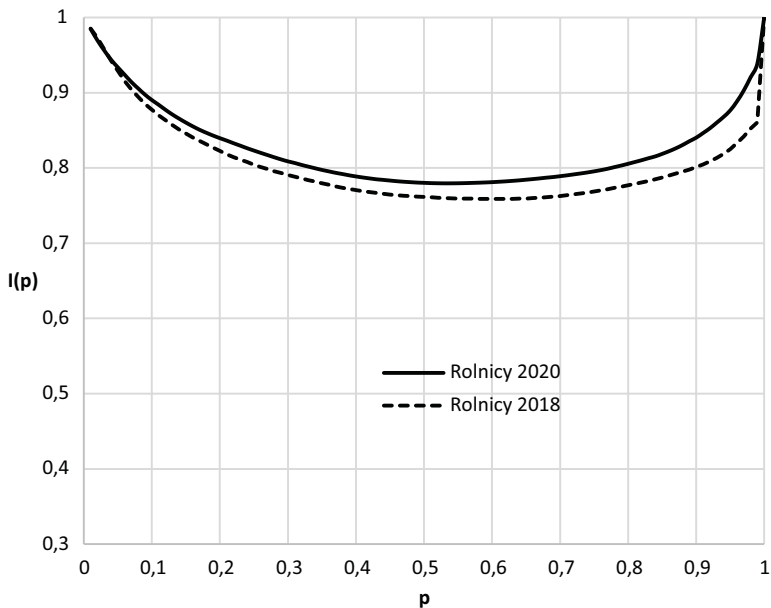
Zmiany poziomu koncentracji dochodów w Polsce dla różnych p możemy dokładniej przeanalizować na rys. 2.9, gdzie przedstawiono krzywe koncentracji Lorenza (lewy panel) i Zengi (prawy panel) dla dochodów w Polsce w 2018 i 2020 r. Krzywe Lorenza prawie się nie różnią, co potwierdza zauważoną wcześniej małą wrażliwość tej funkcji na zmiany nierówności w pewnych przedziałach zmienności, związaną z jej wymuszonym przebiegiem. Różnice w poziomach nierówności dla poszczególnych grup dochodowych zauważymy natomiast na prawym panelu rys. 2.9, gdzie krzywa Zengi dla roku 2020 pokazuje wzrost nierówności dochodowych dla niższych i średnich grup dochodowych, odpowiadających sześciu pierwszym decydom rozkładu.

Kolejne rysunki (2.10–2.14) pokazują zmiany nierówności rozkładu dochodów w porównywanych latach dla poszczególnych grup społeczno-ekonomicznych, wyrażone za pomocą krzywych Zengi. Krzywe te są czułe na niewielkie nawet zmiany rozkładu, gdyż w każdym punkcie p porównują dwie rozłączne grupy: $p \times 100\%$ biedniejszych z $(1-p) \times 100\%$ bogatszych gospodarstw oraz przykładają te same wagi dla wszystkich poziomów dochodu.



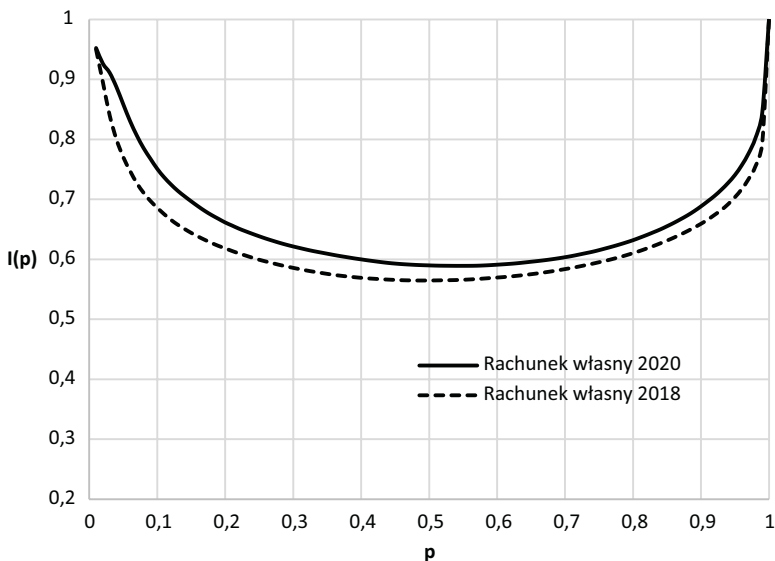
Rys. 2.10. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów Pracowników w latach 2018 i 2020

Źródło: obliczenia własne.



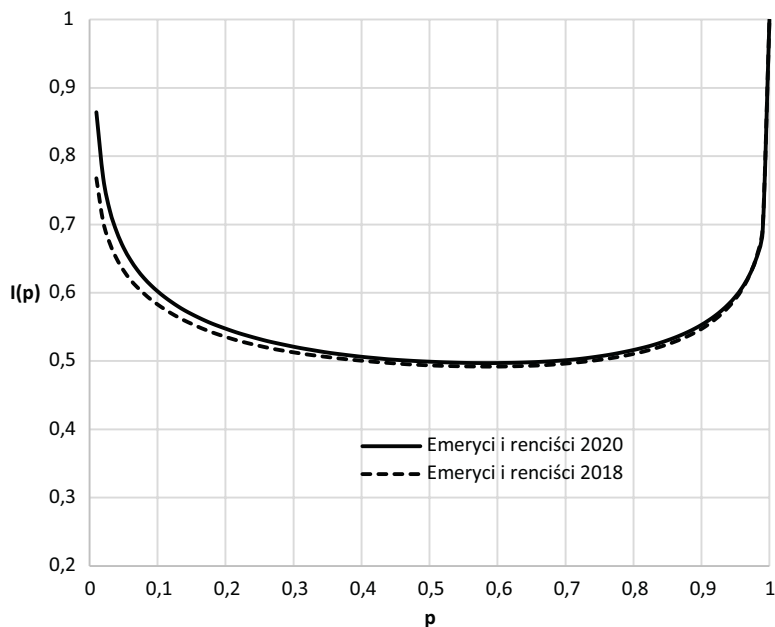
Rys. 2.11. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów *Rolników* w Polsce w latach 2018 i 2020

Źródło: obliczenia własne.



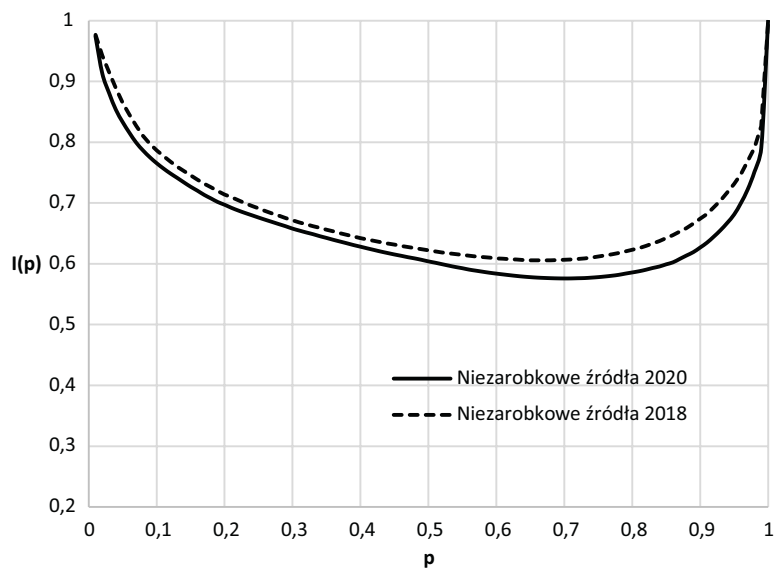
Rys. 2.12. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów *Pracujących na własny rachunek* w latach 2018 i 2020

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 2.13. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów *Emerytów i rencistów* w latach 2018 i 2020

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 2.14. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów *Niezarobkowych źródeł utrzymania* w latach 2018 i 2020

Źródło: obliczenia własne.

Przebiegi krzywych Zengi dla poszczególnych grup społeczno-ekonomicznych przedstawione na rys. 2.10–2.14 pokazują, w jakiej części rozkładu zaszły w porównywanych latach zmiany poziomu nierówności dochodowych. Zauważmy, że krzywe Zengi mogą wykazywać zmiany nierównomierności rozkładu dochodów nawet wtedy, gdy odpowiadające im syntetyczne miary nierówności, czyli indeksy Zengi, są bardzo podobne lub identyczne. Taką sytuację obserwujemy dla rozkładu dochodów *Pracowników* (rys. 2.10), dla którego nastąpiły niewielkie zmiany indeksu Zengi: $Z_{2018} = 0,562$, $Z_{2020} = 0,572$, natomiast przecinające się krzywe koncentracji pokazują wzrost nierówności dla dochodów poniżej mediany i spadek nierówności dla dochodów wyższych. Wzrost nierówności dochodowych w każdym punkcie rozkładu nastąpił dla *Rolników* (rys. 2.11) i *Pracujących na własny rachunek* (rys. 2.12) – dla tych grup krzywe Zengi dla roku 2020 leżą powyżej krzywych dla roku 2018. Odwrotną sytuację pokazuje rys. 2.14, dotyczący *Niezarobkowych źródeł utrzymania*. W całym rozkładzie tej grupy nierówności dochodowe spadły, gdyż krzywa Zengi dla roku 2020 leży w całości pod krzywą dla roku 2018.

Podsumowanie przeprowadzonej analizy empirycznej stanowi tab. 2.2, w której dla wyróżnionych grup gospodarstw domowych oraz dla całej Polski pokazano miary dobrobytu społecznego, oszacowane za pomocą skróconych funkcji dobrobytu Sena (2.62), Kakwaniego (2.63) oraz Daguma (2.64). Miary te uwzględniają łącznie przyrost dobrobytu społecznego (ang. *social welfare gain*), wynikający ze wzrostu dochodów poszczególnych gospodarstw domowych, oraz utratę dobrobytu (ang. *social welfare loss*), wynikającą z nierównomiernego podziału dochodu i wzrostu nierówności dochodowych w niektórych grupach. Różny sposób ważenia średniego dochodu oraz nierówności dochodowych powoduje, że otrzymane dla poszczególnych funkcji dobrobytu oszacowania znacznie się różnią. We wszystkich zastosowanych w badaniu skróconych funkcjach dobrobytu za miarę nierówności przyjęto współczynnik Giniego, który jest najczęściej stosowany w badaniach empirycznych i który może być bezpośrednio interpretowany w kategoriach utraty dobrobytu jako *average expected gain* (średnia oczekiwana korzyść, por. Pyatt, 1976).

Oszacowania indeksów Sena, Daguma i Kakwaniego przedstawione w tab. 2.2 pokazują wzrost dobrobytu społecznego w roku 2020 w porównaniu z rokiem 2018 dla wszystkich grup oraz dla rozkładu dochodów w Polsce ogółem. Oznacza to, że wzrost dobrobytu obserwowany był nawet dla podpopulacji, w których nastąpił wyraźny wzrost nierówności dochodowych, mierzonych współczynnikiem Giniego, do których należą gospodarstwa domowe *Rolników* oraz *Pracujących na własny rachunek*. Wzrost nierówności został więc w tych grupach skompensowany wzrostem średnich dochodów. Największy wzrost dobrobytu nastąpił w grupie *Pracowników* i wynosił prawie 15%. Zauważmy, że dla wszystkich badanych rozkładów zachodzi prawidłowość $W_3 < W_1 < W_2$, co wynika z postaci wag występujących w każdej funkcji dobrobytu, które określają, jaka część średniego dochodu przyczynia się do społecznego dobrobytu oraz jaka część traktowana jest jako utrata dobrobytu wynikająca z nierównomierności. Najbardziej restrykcyjną miarą jest indeks dobrobytu Daguma, który np. dla nierówności $G = 1/2$ równy jest jedynie $\mu/3$, podczas gdy

indeks Sena dla tej samej nierówności przyjmuje wartość $\mu/2$, a indeks Kakwaniego $2/3 \mu$. Indeksy Sena i Daguma dla pełnej koncentracji ($G = 1$) spadają do zera, a indeks Kakwaniego równy jest nadal aż połowie średniego dochodu.

Tab. 2.2. Oszacowania miar dobrobytu społecznego dla gospodarstw domowych według grup społeczno-ekonomicznych w Polsce w latach 2018 i 2020

Grupa społeczno-ekonomiczna		Miary dobrobytu społecznego		
		Sena (W_1)	Kakwaniego (W_2)	Daguma (W_3)
Pracownicy	2018	2394,31	2552,57	1916,98
	2020	2752,18	2932,54	2205,27
Rolnicy	2018	1940,44	2499,69	1317,34
	2020	2203,36	2990,32	1456,29
Pracujący na własny rachunek	2018	2739,26	3006,22	2110,37
	2020	2982,49	3325,11	2257,76
Emeryci i renciści	2018	1726,83	1828,68	1397,11
	2020	1955,86	2075,41	1577,31
Niezarobkowe źródła	2018	1176,73	1324,49	882,11
	2020	1304,49	1445,16	994,27
Ogółem	2018	2044,13	2223,46	1592,00
	2020	2345,12	2557,22	1820,74

Źródło: obliczenia własne.

Mimo tych różnic wszystkie trzy miary wskazują, że grupą społeczną o najwyższym poziomie dobrobytu są gospodarstwa *Pracujących na własny rachunek*, zaś najniższy poziom dobrobytu zaobserwowano dla *Niezarobkowych źródeł utrzymania*. Jest tak pomimo faktu, że to *Rolnicy* stanowią grupę o najwyższych średnich dochodach. Należy podkreślić, że oszacowane miary W_1 oparte są na współczynniku Giniego, porządkują więc rozkłady dochodów tak samo jak uogólnione krzywe Lorenza. Jeśli chcemy nadać większe wagi niskim grupom dochodowym, możemy wykorzystać do pomiaru dobrobytu analogiczne miary, ale oparte na współczynniku Bonferroniego. Interesującą interpretację mogą mieć także skrócone funkcje dobrobytu oparte na indeksie Zengi, w których poszczególne dochody ważone byłyby nie tylko ich rangami, ale także nierównościami w różnych częściach rozkładu (por. wzór (2.78)).

2.7. Uwagi końcowe

W rozdziale przedstawiono wybrane miary nierównomierności rozkładu dochodów, które odegrały istotną rolę w prowadzonej od czasów Pareto formalnej analizie statystycznej rozkładów według wysokości (tzw. *size distributions*). Omówione zostały klasyczne i wciąż najpopularniejsze współczynniki Giniego, Bonferroniego,

Theila i Atkinsona. Z literatury przedmiotu wynika, że przez ponad 100 lat najbardziej uniwersalną syntetyczną miarą nierównomierności rozkładów dochodów jest bez wątpienia współczynnik Giniego (por. np. Kleiber, Kotz, 2003), któremu poświęcono szczególną uwagę. Jego własności, a także wiele interesujących formuł i interpretacji, pozwalają na wykorzystanie go do badania stopnia nierównomierności rozkładów w różnych ujęciach i przekrojach.

Z przedstawionych rozważań wynika, że na szczególną uwagę zasługuje miara nierówności oparta na relacji między kwantylem dochodu a kwantylem rozkładu, która została opracowana przez Zengę (1984, 1990) i od tego czasu staje się coraz bardziej popularna w literaturze ekonomicznej (por. np. Kleiber, Kotz, 2003; Berti, Rigo, 2006, dla *Encyclopedia of Statistical Sciences*; Jędrzejczak, 2015b; Arcagni, 2017). W 2007 r. Zenga zaproponował zmodyfikowaną miarę nierówności, zwaną często „nowym” indeksem Zengi, opartą na dolnej i górnej średniej, która wydaje się nawet przewyższać poprzednią ze względu na swoją prostotę i bezpośrednią interpretację ekonomiczną (Zenga, 2007). Krzywe koncentracji związane ze współczynnikami nierówności Zengi (zarówno „starym”, jak i „nowym”) mogą być traktowane jako tzw. punktowe miary nierównomierności rozkładu, gdyż nie mają „wymuszonego”, czyli z góry ustalonego przebiegu, jak to ma miejsce w przypadku krzywych Lorenza i Bonferroniego (por. Zenga, 2007). Są więc wrażliwe na zmiany nierówności dochodów w każdym punkcie, czyli dla każdego kwantyla rozkładu dochodów. Syntetyczne miary nierówności zaproponowane przez Zengę otrzymane zostały jako średnie arytmetyczne proste z odpowiadających im miar punktowych; wszystkie nierówności punktowe traktowane są więc przez te miary jednakowo. Ponadto indeks Zengi (2007), opierający się na porównaniu średnich dochodów wyznaczonych dla rozłącznych podpopulacji „biedniejszych” i „bogatszych” jednostek ekonomicznych, ma prostą interpretację ekonomiczną i może być wyznaczony niezależnie od prognozy, niezbędnego do określenia obu grup. Dzięki wagom równym jedności dla wszystkich poziomów dochodu indeks Zengi jest także bardziej „bezsronny” od indeksu Giniego, który faworyzuje porównania w środkowych grupach dochodowych, a nie doszacowuje nierówności w najbardziej wrażliwych grupach skrajnych (por. Greselin i in., 2010). Wykazano ponadto, że zaproponowane indeksy nierównomierności rozkładu dochodów spełniają aksjomaty wymagane dla dobrych miar nierówności. W szczególności rozważono aksjomaty niezmienniczości skali, symetrii, transferu i zdolności do addytywnej dekompozycji. Szczegółowe rozważania na ten temat można znaleźć w pracach Zengi (1990, 2007) oraz Arcagniego i Porro (2014). Interesującą analizę własności nowego indeksu Zengi w porównaniu z indeksem Giniego dla wybranych rozkładów teoretycznych przedstawiono w pracy Ostasiewicz i Mazurek (2013). Analiza ta potwierdziła większą wrażliwość współczynnika Zengi na zmiany nierówności dochodowych w analizowanych zakresach. W rozważaniach przedstawionych w niniejszej pracy pokazano także, że indeksy Zengi mają interesujące własności z punktu widzenia koncepcji dobrobytu – spełniają zasady niechęci do ubóstwa i niechęci do nierównomierności, a ponadto wagi funkcji dobrobytu zależą nie

tylko od uporządkowania jednostek ekonomicznych względem ich dochodów, ale również od stosunku średniego dochodu ogółem do średniego dochodu otrzymanego dla jednostek bogatszych.

Wnioskowanie statystyczne dla wskaźnika Zengi (2007) rozważane było m.in. w pracy Langela i Tillé'a (2012), gdzie przedstawiono procedurę szacowania wariancji opartą na linearyzacji i porównano ją z odpowiednimi procedurami dla indeksu Giniego. W pracach Greselin i in. (2010, 2013) autorzy omówili właściwości nowego indeksu Zengi w kontekście wnioskowania statystycznego dla dwóch prób i uzyskali przedziały ufności dla różnicy indeksów Zengi w latach 2004–2006 w rozkładach dochodów we Włoszech. Jędrzejczak (2015b) rozważała własności nieparametrycznych estymatorów indeksu Giniego i Zengi (1984) na podstawie eksperymentów Monte Carlo opartych na różnych rozkładach teoretycznych.

Problem nierównomierności rozkładu dochodów nie może być rozważany jedynie w kategoriach różnic istniejących w obrębie danej zbiorowości. Często zachodzi potrzeba badania zróżnicowania pomiędzy populacjami. Zagadnienia związane z nierównościami w takim ujęciu rozważane będą w rozdziale trzecim.

Rozdział 3

Metody badania nierównomierności pomiędzy rozkładami

3.1. Uwagi wstępne

Jednym ze sposobów mierzenia różnic w dobrobycie (ang. *welfare*) lub obiektywnym dobrostanie (ang. *well-being*) między grupami społecznymi, ekonomicznymi lub etnicznymi czy też między regionami jest stosowanie wskaźników, które wychwytyują tzw. nierównomierności między rozkładami (ang. *inter-distributional inequality*). Miary te są zwykle związane z poziomem dochodów i wydatków osób i gospodarstw domowych. Takie podejście nawiązuje bezpośrednio do przedstawionych w poprzednim rozdziale metod pomiaru nierówności wewnątrz rozkładów, które mogą dotyczyć także wyróżnionych grup lub podpopulacji. Miary nierówności między rozkładami skonstruowane są na ogół w taki sposób, że przyjmują wartość 0, czyli wykazują całkowity brak nierówności międzygrupowych wtedy, gdy warunkowe rozkłady dobrobytu lub niektórych jego funkcji są identyczne w porównywanych grupach. Część prac w tym zakresie skupia się na ilościowym określeniu nierówności międzygrupowych z naciskiem na uchwycenie nierówności w kontekście deprivacji jednej grupy w stosunku do innej czy też kilku innych, przy czym chodzi zazwyczaj o grupę znajdującą się w niekorzystnym położeniu. Głównym punktem zainteresowania staje się tu wykrycie względnej niekorzystnej sytuacji ekonomicznej niektórych grup, co wiąże się z zagadnieniem dyskryminacji ekonomicznej (por. np. Arrow, 1973) oraz problemem określonym jako *inequality of oportunities* (por. Roemer 1998, 2006; Fleurbaey, 2008; Ali, Silvey, 1966).

Przez wiele lat do badania różnic pomiędzy rozkładami dochodów używano bardzo prostych miar, np. do pomiaru dysproporcji wynagrodzeń między kobietami a mężczyznami często wykorzystywane były różnice albo ilorazy średnich arytmetycznych czy też median porównywanych rozkładów płac. Miary oparte tylko na tendencji centralnej nie mogły być wystarczające, szczególnie w przypadku rozkładów płac i dochodów, które wykazują znaczny stopień zróżnicowania i asymetrii oraz tzw. grube ogony. Jednym z bardziej zaawansowanych podejść do pomiaru różnic między rozkładami jest agregowanie indywidualnych odchyleń (najczęściej

opartych na gęstościach, dystrybuantach czy też kwantylach) bez względu na to, czy różnice te są korzystne, czy też nie, w stosunku do jakiejś konkretnej grupy. Drugie podejście zakłada, że należy skupić się tylko na tych różnicach, które faworyzują jedną konkretną grupę nad inną, co prowadzi do indeksów mierzących względną przewagę czy też dominację wyróżnionych grup, aby w efekcie otrzymać względną przewagę netto (ang. *net affluence*, *net advantage*) bardziej uprzywilejowanej grupy nad grupą mniej uprzywilejowaną. Oba te podejścia były szeroko rozważane w literaturze (por. Jenkins, 1994; Del Rio, 2011).

Jedną z najwcześniejszych i najbardziej inspirujących prac, rozważających różnice między rozkładami w kontekście nie tylko średnich, ale także nierówności, był artykuł Gastwirtha (1975) zatytułowany *Statistical Measures of Earning Differentials*, w którym zaproponowano m.in. współczynniki PROB i TPROB oparte na idei transwariacji Giniego. Podobną ideę wykorzystał i rozszerzył Dagum (1980), proponując współczynniki odległości ekonomicznej zwane też miarami REA (*Relative Economic Affluence*). Kolejne interesujące podejście przedstawili Butler i McDonald (1987), proponując kilka indeksów opartych na krzywych otrzymanych poprzez uogólnienie funkcji Lorenza na przypadek dwóch rozkładów dochodów (tzw. *interdistributional Lorenz curves*). Indeksy oparte na niekompletnych momentach zaproponowali też Deutsch i Silber (1997). Idea ta została następnie rozszerzona przez Le Bretona i in. (2008), co zaowocowało przedstawieniem czterech funkcji dyskryminacyjnych oraz opartych na nich indeksów służących do pomiaru stopnia deprivacji jednej grupy społecznej względem innej. Z kolei Handcock i Morris (2006), wychodząc od krytycznej oceny przydatności różnych miar dywergencji rozkładów, stosowanych m.in. do konstrukcji statystycznych testów zgodności, zaproponowali modyfikacje tych wskaźników, wykorzystując m.in. ideę tzw. rozkładu relatywnego.

Rozważmy dwie populacje osób lub gospodarstw domowych o liczebnościach odpowiednio M i N , opisane przez zmienne losowe X i Y , oznaczające miary dobrostanu, najczęściej dochody lub wydatki, odpowiednio o gęstości $f_1(x)$ i dystrybuancie $F_1(x)$ oraz o gęstości $f_2(y)$ i dystrybuancie $F_2(y)$. Niech $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ będzie zbiorem wartości przyjmowanych przez zmienną X , zaś $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ przez zmienną Y . Kwantyle rozkładów określone są odpowiednio jako $x_p = F_1^{-1}(p)$ i $y_p = F_2^{-1}(p)$, gdzie $p \in [0, 1]$. Indeks nierównomierności między rozkładami $D(X, Y)$, wyznaczony w oparciu o M - i N -elementowe zbiory wartości tych zmiennych, odwzorowuje przestrzeń $R^M \times R^N$ w zbiór liczb rzeczywistych.

W literaturze dyskutowane są różne pożądane własności czy też aksjomaty, które powinny spełniać miary nierównomierności rozkładów dochodów (por. Shorrocks, 1982). Miary nierówności pomiędzy rozkładami powinny mieć pewne dodatkowe cechy, umożliwiające ich stosowanie do porównań dochodów. Są to: 1) użyteczność w przypadku porównań dwóch populacji, 2) dostarczanie większej ilości informacji niż samo porównywanie średnich, 3) przydatność do sytuacji, gdy obie populacje mają różne rozmiary. Jednocześnie niektóre aksjomaty stosowane do pomiaru nierównomierności wewnątrz populacji, jak np. zasada transferu (ang. *principle of transfers*), nie mają zastosowania do porównań populacji.

Do najczęściej wymienianych uniwersalnych własności, które są w wielu przypadkach podobne do własności związanych z klasycznymi miarami nierównomierności dochodów (por. np. Shorrocks, 1982; Ebert, 1984), należą:

- niezmienniczość względem populacji (ang. *population invariance or principle of population*) – zasada ta jest spełniona wtedy i tylko wtedy, gdy na wartość indeksu nie ma wpływu replikacja jednostek populacji, choć liczba członków może być różna w obrębie każdej grupy. Własność ta zapewnia odporność na względne zmiany liczebności grup;
- niezmienniczość względem skali (ang. *scale invariance*) – wartość indeksu nie zmienia się, gdy wartości dochodów pomnożymy przez pewną stałą. Własność ta zapewnia odporność miary na zmianę skali pomiaru;
- niezmienniczość względem przesunięcia (ang. *translation invariance*) – wartość indeksu nie zmienia się, gdy do wszystkich wartości dochodów dodamy pewną stałą;
- słaba wrażliwość na równość populacji (ang. *weak sensitivity to distributional equality*) – indeks przyjmuje swoją najmniejszą wartość (na ogół „0”) w sytuacji identyczności porównywanych rozkładów;
- silna wrażliwość na równość populacji (ang. *strong sensitivity to distributional equality*), zwana też zwrotnością (ang. *reflexivity property*) – indeks przyjmuje wartość 0 tylko w sytuacji braku nierównomierności między rozkładami;
- własność symetrii – wartość indeksu nie zmienia się, jeśli odwrócimy kolejność populacji.

Oprócz tego można także wyróżnić własności, które powinny spełniać miary konstruowane w celu mierzenia dominacji (lub deprivacji), badające stopień dominacji (lub deprivacji) jednej populacji w stosunku do innej, czy też tzw. luki między rozkładami, z których jeden jest rozkładem odniesienia. Do takich własności należą (por. Yalonetzky, 2012):

- nacisk na deprivację wyróżnionej grupy (ang. *group-specific disadvantage focus*) – chodzi tu o wrażliwość indeksu na nierówności niekorzystne dla wyróżnionej grupy;
- nacisk na kwantylową deprivację wyróżnionej grupy (ang. *quantile group-specific disadvantage focus*). Skupianie się indeksu na kwantylowej deprivacji sprowadza się do tego, że dla każdego $p \in [0,1]$ indeks jest wrażliwy na różnicę $F_2(p) - F_1(p)$ pod warunkiem, że $F_2(p) \geq F_1(p)$; nie reaguje natomiast na różnicę $F_2(p) - F_1(p)$, jeżeli $F_2(p) \leq F_1(p)$;
- wrażliwość na nakładanie się rozkładów (ang. *overlap group-specific disadvantage focus*), związana z uwzględnianiem przez indeks tzw. części wspólnej porównywanych rozkładów, przy jednoczesnym pomiarze deprivacji wyróżnionej grupy. Skupianie się indeksu na kwantylowej deprivacji sprowadza się do tego, że indeks jest wrażliwy na różnicę $y - x$ pod warunkiem, że $y \geq x$; nie reaguje natomiast na różnicę $y - x$, jeżeli $y \leq x$.

Własność druga jest związana z dominacją stochastyczną pierwszego rzędu, która pozwala określić, że w warunkach losowości jeden rozkład byłby bardziej pożądanym od drugiego (ang. *partial ordering*) (por. Yalozetky, 2012). Indeksy spełniające własność trzecią porównują każdą wartość rozkładu Y do każdej wartości w rozkładzie X i reagują tylko na luki, które faworyzują jedną konkretną grupę. Należy podkreślić, że jeśli spełniona jest własność symetrii, to nie mogą być spełnione żadne z trzech powyższych własności.

Aby w pełni rozpoznać charakter rozbieżności między rozkładami, należałoby wyjść poza podejście oparte jedynie na prostych miarach odległości czy też współczynnikach podobieństwa rozkładów, które otrzymywane są na ogół jako uśrednienie różnic między ich charakterystykami liczbowymi, w kierunku bardziej zaawansowanych narzędzi opartych na porównywaniu całych rozkładów, czyli np. wszystkich kwantyli. Podejście takie umożliwiłoby interpretację graficzną różnic dla różnych poziomów dochodu. Narzędzia takie obejmują szereg znanych ze statystyki metod graficznych, takich jak nakładanie na jednym wykresie kilku funkcji gęstości czy też wykresy Q-Q (kwantyl-kwantyl) lub P-P (prawdopodobieństwo-prawdopodobieństwo), które za pomocą jednego wykresu przedstawiają różnice między rozkładami. Funkcje gęstości zależne są od skali, położenia i kształtu rozkładów, są więc mało przydatne do uchwycenia istotnych różnic między zbiorowościami dla różnych poziomów dochodu. Podobnie wymienione wykresy Q-Q, stosowane przede wszystkim do porównywania rozkładów empirycznego i teoretycznego, przeznaczone są głównie do uwidocznienia różnic w skalach pomiarowych porównywanych zmiennych, podczas gdy do celów naszej analizy poszukujemy narzędzia, które byłoby niezmiennicze względem skali pomiaru. Zgodnie z tym postulatem różnice pomiędzy rozkładami mogłyby być w pewnym stopniu opisane przez omówione w rozdziale pierwszym punktowe miary nierównomierności, jakimi są tzw. krzywe koncentracji Lorenza, Zengi i Bonferronię, które pozwalają na porównanie rozkładów dla wszystkich $p \in [0,1]$. W literaturze znajdują się także propozycje pozwalające na bardziej wszechstronne porównanie. Najbardziej interesująca wydaje się metoda tzw. rozkładu relatywnego (Ćwik, Mielniczuk, 1989; Handcock, Morris, 2006), oparta na transformacji porównywanych zmiennych w jedną zmienną losową, z wykorzystaniem dystrybuant obu rozkładów.

W dalszych częściach rozdziału omówione zostaną zarówno współczynniki mierzące różnice między rozkładami w sposób syntetyczny, jak i metody umożliwiające prezentację graficzną różnic między rozkładami dla całego zakresu dochodów. Przedstawione zostaną także metody dekompozycji „luki” pomiędzy rozkładami, uwzględniające zarówno ocenę wpływu różnic w położeniu i kształcie porównywanych zbiorowości, jak i wpływ zmiennych towarzyszących, które mogłyby objaśniać zaobserwowane dysproporcje.

3.2. Współczynniki oparte na miarach dywergencji lub zgodności rozkładów

3.2.1. Miary oparte na porównaniach gęstości

Znane z literatury statystycznej miary dywergencji wykorzystują m.in. różnice gęstości porównywanych rozkładów. Miary takie mogą być użyte niejako *ad hoc* do mierzenia różnic pomiędzy rozkładami dochodów, bez wskazania, który z porównywanych rozkładów miałby być rozkładem odniesienia. Do najbardziej znanych miar odległości lub dywergencji rozkładów należą statystyka chi-kwadrat Pearsona oraz miara dywergencji Kulbacka-Leiblera. W pracy Handcocka i Morris (2006) możemy znaleźć następujące propozycje modyfikacji tych miar, tak aby uwzględniały one iloraz gęstości rozkładu X względem rozkładu Y :

$$D_{X^2} = \int_0^1 \left(\frac{f_1(x)}{f_2(y)} - 1 \right) dF(y) \quad (3.1)$$

$$D_{KL} = \int_0^1 \log \left(\frac{f_1(x)}{f_2(y)} \right) \frac{f_1(x)}{f_2(y)} dF(y) \quad (3.2)$$

Ze względu na swoją konstrukcję bardziej przydatną miarą odległości między rozkładami dochodów wydaje się D_{KL} , która jest powiązana z wykorzystywanym do pomiaru nierówności pojęciem entropii (por. Theil, 1967). Miara ta może być traktowana jako oczekiwana informacja, otrzymana na podstawie pojedynczej obserwacji, potrzebna do odróżnienia rozkładu relatywnego X względem Y od rozkładu jednostajnego (który odpowiada brakowi różnic między rozkładami). Powiązania między dywergencją Kullbacka-Leiblera a rozkładem względnym badał m.in. Mielniczuk (1992).

Należy podkreślić, że obie te miary, zgodnie ze swoim pierwotnym przeznaczeniem, mogą być przydatne przede wszystkim do wykrycia sytuacji, w której oba rozkłady są jednakowe; nie dostarczają natomiast informacji na temat innych interesujących cech rozkładu różnic między porównywanymi populacjami (w tym na temat dominacji stochastycznej). Ponadto, w przypadku zastosowania ich do zmiennych ciągłych, ich obliczenie wymaga dość skomplikowanych technik opartych na estymacji jądrowej.

3.2.2. Miary oparte na porównaniu dystrybuant

W oparciu o pojęcie rozkładu relatywnego Handcock i Morris (2006) zaproponowali kolejne trzy miary nierówności między rozkładami oparte na testach zgodności Cramera-von Misesa, Andersona-Darlinga i Kołmogorowa-Smirnowa, które, w odróżnieniu od dwóch poprzednich propozycji, oparte są na porównaniu

dystrybuant. Zaproponowane indeksy powiązane są z podejściem opartym na rozkładzie relatywnym Y względem Y_0 .

$$D_{CM} = \int_0^1 |G(p) - p|^2 dp \quad (3.3)$$

$$D_{AD} = \int_0^1 \frac{|G(p) - p|^2}{p(1-p)} dp \quad (3.4)$$

$$D_{KS} = \sup_{0 \leq p \leq 1} |G(p) - p| \quad (3.5)$$

gdzie: $G(p)$ – dystrybuanta rozkładu relatywnego X względem Y (por. wzór (3.25)).

Miary D_{AD} i D_{CM} były oryginalnie zaproponowane jako modyfikacje statystyki Kołmogorowa-Smirnowa do badania zgodności przede wszystkim z rozkładem normalnym, przy czym statystyka Andersona-Darlinga wykazuje większą czułość na różnice w ogonach rozkładu. Wydaje się, że porównanie oparte na dystrybuancie rozkładu relatywnego pozwala na efektywne wskazanie podobieństwa rozkładów, jednak wszystkie trzy miary zawierają wartości bezwzględne i są nietypowo unormowane, co utrudnia interpretację wielkości luki pomiędzy rozkładami. Na przykład miara oparta na statystyce Cramera-von Misesa przyjmuje wartość $1/3$ w przypadku, gdy rozkłady na siebie nie zachodzą.

Wykorzystując podobne podejście, Le Breton i in. (2008) zaproponowali dwa interesujące wskaźniki, mierzące obszar między krzywą dystrybuanty rozkładu relatywnego, tzw. krzywą dyskryminacji, a linią nachyloną pod kątem 45 stopni:

$$D_{B1} = \int_0^1 [G(p) - p] dp \quad (3.6)$$

$$D_{B2} = \int_0^1 |G(p) - p| dp \quad (3.7)$$

gdzie $G(p)$ oznacza dystrybuantę rozkładu relatywnego.

Pierwszy ze wskaźników, czyli (3.6), mierzy średnie bezwzględne odchylenie między funkcją dyskryminacyjną a linią równomiernego podziału i może być traktowany jako miara dominacji jednej populacji nad drugą, natomiast drugi wskaźnik, skonstruowany w oparciu o wartość bezwzględną, jest neutralny i można powiedzieć, że obie populacje traktowane są w nim jednakowo.

Warto podkreślić, że żadna z tych miar nie wskazuje jednoznacznie dominacji jednej populacji nad drugą – nawet pierwszy z indeksów sumuje wszystkie nierówności, zarówno te na niekorzyść rozkładu X , jak i te na niekorzyść rozkładu Y , co powoduje wskazanie jedynie uśrednionej „przewagi” jednej populacji nad drugą. Obie miary jednoznacznie wykrywają brak zachodzenia na siebie porównywanych populacji (są wtedy różne od $1/2$). Pierwszy ze wskaźników jest bardziej precyzyjny i spełnia warunek silnej wrażliwości na równość populacji. W efekcie potrafi jednoznacznie zidentyfikować różne stopnie nierówności pomiędzy rozkładami.

3.2.3. Nieklasyczne miary nierównomierności pomiędzy rozkładami oparte na transwariacji Giniego

Miary dominacji ekonomicznej Daguma (REA)

Wysokie nierówności dochodowe między różnymi grupami społecznymi, którym towarzyszy znaczne zróżnicowanie regionalne, nadal stanowią duże wyzwanie dla decydentów społecznych w wielu krajach europejskich. Aby ocenić stopień „dystansu ekonomicznego” (ang. *economic distance*) jednej populacji względem drugiej, można wykorzystać miary zaproponowane przez Daguma (1980), zwane także miarami odległości ekonomicznej lub nierównomierności dochodów pomiędzy rozkładami (ang. *inter-income inequality measures*). Oba wskaźniki przyjmują wartość 1/2 dla populacji, które całkowicie pokrywają się.

Odległość ekonomiczna d_0 pomiędzy rozkładem dochodów X o gęstości $f_1(x)$ i dystrybuancie $F_1(x)$ a rozkładem Y o gęstości $f_2(y)$ i dystrybuancie $F_2(y)$ jest określona jako

$$d_0 = P\{Y > X | E(Y) > E(X)\} = \int_0^\infty \int_0^y dF_1(x) dF_2(y) = E[F_1(Y)] \quad (3.8)$$

gdzie: $E(X)$, $E(Y)$ – wartości oczekiwane odpowiednio zmiennych losowych X i Y .

Miara d_0 związana jest z tzw. prawdopodobieństwem transwariacji. Koncepcja transwariacji (wł. *transvariazione*) została zaproponowana po raz pierwszy po włosku przez Giniego (1916). Prawdopodobieństwo transwariacji Giniego (wł. *probabilità di tranvariazione*) pomiędzy rozkładami X i Y jest określone jako prawdopodobieństwo, że różnica $y-x$ ma znak przeciwny do znaku różnicy pomiędzy średnimi porównywanych rozkładów. Warto zauważyć, że miara d_0 powiązana jest z zaproponowaną wcześniej przez Gastwirtha (1975) miarą podobieństwa rozkładów dochodów znaną jako PROB, która była oryginalnie wykorzystana do porównania rozkładów płac mężczyzn i kobiet w Stanach Zjednoczonych.

Odległość ekonomiczna d_1 pomiędzy rozkładami dochodów o gęstościach $f_1(x)$ i $f_2(y)$ określona jest jako średnia ważona różnic $Y-X$ dla wszystkich $y > x$, zakładając, że $E(Y) > E(X)$, przy czym wagą jest łączna funkcja gęstości $f_1(x)f_2(y)$:

$$d_1 = \int_0^\infty \int_0^y (y-x) dF_1(x) dF_2(y) = E[YF_1(Y)] + E[XF_2(X)] - E(X) \quad (3.9)$$

Można wykazać związek odległości d_1 , określonej wzorem (3.9), z miarą natężenia transwariacji (wł. *intensità di tranvariazione*), która jest sumą wszystkich bezwzględnych różnic dochodów $Y-X$ mających znak przeciwny do znaku różnicy pomiędzy średnimi porównywanych zbiorowości, przy czym Gini nie zakładał, że muszą to być średnie arytmetyczne.

Unormowane w przedziale $[0;1]$ miary dominacji ekonomicznej REA (*Relative Economic Affluence*) przyjmują postać:

$$D_o = 2d_o - 1 \quad (3.10)$$

$$D_1 = [E(Y) - E(X)]/[2d_1 - E(Y) + E(X)] \quad (3.11)$$

Miara dominacji ekonomicznej d_1 może być także uogólniona do postaci form nieliniowych:

$$d_r = \left[\int_0^\infty \int_0^y (y-x)^r dF_1(x) dF_2(y) \right]^{1/r}, \quad r \neq 0 \quad (3.12)$$

Uogólnione miary dominacji ekonomicznej (3.12) są średnimi ważonymi różnic dochodowych $y-x$, przy założeniu, że $E(Y) > E(X)$. Stąd też dla $r = 1$ otrzymujemy średnią arytmetyczną, dla $r = 2$ średnią kwadratową, natomiast dla $r = -1$ średnią harmoniczną. Dobór formuły odległości ekonomicznej d_r zależy od podejścia do problemu nierównomierności rozkładu dochodów. Wybierając duże wartości r , uwypuklamy duże różnice dochodowe, natomiast przy r dążącym do minus nieskończoności d_r będzie zdominowana przez niewielkie różnice między dochodami obu zbiorowości. W krajach o niższym stopniu rozwoju gospodarczego korzystne może być stosowanie odległości ekonomicznych wyższych rzędów, które odzwierciedlają przede wszystkim duże nierównomierności pomiędzy rozkładami dochodów.

Estymacja współczynników odległości ekonomicznej może być przeprowadzona w oparciu o dane empiryczne pogrupowane w k przedziałów klasowych (por. Dagum, 1980):

$$\hat{d}_0 = \sum_{i=1}^k \left[F_1(y_i) - \frac{1}{2} f_1(y_i) \right] f_2(y_i) \quad (3.13)$$

$$\hat{d}_1 = \sum_{i=1}^k y_i [F_1(y_i) - M_1 L_1(y_i)] f_2(y_i) \quad (3.14)$$

gdzie:

y_i – środek i -tego przedziału klasowego,

$f_1(y_i)$ – częstość empiryczna dla rozkładu o mniejszym średnim dochodzie,

$f_2(y_i)$ – częstość empiryczna dla rozkładu o większym średnim dochodzie,

$F_1(y_i)$ – dystrybuanta empiryczna rozkładu o mniejszej średniej,

$L_1(y_i)$ – empiryczna funkcja Lorenza odpowiadająca $F_1(y_i)$,

M_1 – średnia arytmetyczna rozkładu o mniejszej średniej.

Jeśli przyjmiemy, że porównywane populacje mają rozkłady Daguma (por. Kleiber, Kotz, 2003, s. 213)¹ z parametrami odpowiednio a_1, b_1, p_1 oraz a_2, b_2, p_2 , to możemy otrzymać parametryczne estymatory współczynników odległości ekonomicznej. W przypadku odległości d_0 estymator taki przyjmuje postać

$$\hat{d}_0 = p_2 \int_0^1 (1-t)^\tau [(1-t)^a + kt^a]^{-p_1} \quad (3.15)$$

1 Zauważmy, że rozkład Daguma znany jest także jako rozkład Burra III typu i stanowi szczególny przypadek uogólnionego rozkładu beta drugiego rodzaju GB2 (por. Kleiber, Kotz, 2003; Jędrzejczak, Pekasiewicz, 2020b).

natomiast odległość ekonomiczna d_1 dla rozkładu Daguma może być wyrażona wzorem

$$\hat{d}_1 = pb_2 \int_0^1 t^{-\frac{1}{a_2}} (1-t)^p [(1-t)^a + kt^a]^{-p_1} dt + \\ + p_2 b_2 \int_0^1 t^{-\frac{1}{a_2}} (1-t)^p [(1-t)^a + kt^a]^{-p_1} dt - E(X)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \tau &= p_1 a + p_2 - 1 \\ p &= p_1 a + p_2 + \frac{1}{a_2} - 1 \\ a &= \frac{a_1}{a_2} \\ k &= \left(\frac{1}{b_1}\right)^{-a_1} \left[\left(\frac{1}{b_2}\right)^{-a_2}\right]^{-a} \end{aligned} \tag{3.16}$$

Współczynnik D_1 jest symetryczny, ma własność niezmienniczości względem populacji oraz własności niezmienniczości względem skali i przesunięcia, jest jednak jedynie słabo wrażliwy na równość populacji, a więc nie nadaje się do jej jednoznacznego wykrywania (warunkiem koniecznym i wystarczającym dla $D_1 = 0$ jest bowiem równość wartości oczekiwanych porównywanych rozkładów). Jako taka miara D_1 dobrze nadaje się do wykrywania braku zachodzenia na siebie populacji X i Y , gdyż w skrajnym przypadku rozkładów niemających części wspólnej przyjmuje wartość 1 (najbogatsza jednostka w zbiorowości X jest wtedy biedniejsza niż najbiedniejsza jednostka pochodząca z Y). Jej składowe, d_1 , spełniają ponadto ważną własność (por. podrozdz. 3.1), gdyż mierzą stopień nakładania się rozkładów z uwzględnieniem przewagi jednej populacji nad drugą, co wiąże się z faktem, że w odróżnieniu od D_1 nie są symetryczne.

Miara Gastwirtha

Miara podobieństwa rozkładów określona akronimem *PROB* (*Probability Between*) została po raz pierwszy zaproponowana przez Josepha Gastwirtha jako narzędzie pomiaru różnic między rozkładami zarobków mężczyzn i kobiet w USA. Opiera się ona bezpośrednio na idei prawdopodobieństwa transwariacji Giniego i może być wyrażona wzorem (por. Gastwirth, 1975):

$$PROB = \int_0^\infty [1 - F_1(y)] f_2(y) dy \tag{3.17}$$

gdzie:

$F_1(y)$ – dystrybuanta rozkładu zarobków kobiet,

$f_2(y)$ – funkcja gęstości zarobków mężczyzn.

Można wykazać, że: dla $y > x$ $\text{PROB} = 1 - d_0$ (por. wzór (3.8)) – współczynnik ten mierzy więc nie tyle „odległość” między rozkładami, co ich podobieństwo.

Miara PROB ma ciekawą interpretację w kontekście dyskryminacji jednej populacji w stosunku do drugiej, gdyż określa prawdopodobieństwo, z jakim losowo wybrana kobieta zarabia co najmniej tyle samo co losowo wybrany mężczyzna. W przypadku, gdy obie populacje są identyczne, współczynnik przyjmuje wartość $1/2$, co odpowiada sytuacji całkowitego „zachodzenia na siebie” rozważanych rozkładów i jest pożądaną własnością. Jeśli $\text{PROB} < 1/2$, to populacja Y ma pewną przewagę nad X , a jeśli $\text{PROB} > 1/2$, obserwujemy lepszą sytuację populacji X . Jednocześnie miara zaproponowana przez Gastwirtha jednoznacznie wskazuje brak zachodzenia na siebie porównywanych populacji – jeżeli $\text{PROB} = 0$, to najbogatsza jednostka pochodząca z populacji X znajduje się w sytuacji nie lepszej niż najbiedniejsza jednostka z populacji Y , jeśli natomiast $\text{PROB} = 1$, można stwierdzić, że najbiedniejsza jednostka w X jest bogatsza niż dowolna jednostka w Y . Miara wykazuje jedynie słabą wrażliwość na równość populacji, bo chociaż przyjmuje wartość $1/2$ w przypadku identycznych rozkładów, to jednak zależność odwrotna nie zachodzi. Wadą miary jest także brak jednoznacznego wskazania stochastycznej dominacji jednej populacji nad drugą, gdyż różnice $y-x$ i $x-y$ traktowane są jednakowo. Można zauważyć zbieżność przedstawionej miary do znanej statystyki Manna-Whitneya (por. np. Domański, 1990, s. 144).

Miary Deutscha i Silbera

Miary nierównomierności pomiędzy rozkładami, podobne do współczynników Daguma oraz podobnie jak one związane z prawdopodobieństwem i natężeniem transwariacji Giniego, zaproponowali Deutsch i Silber (1997):

$$I'_{G2} = \int_0^\infty dF_1(x) \int_0^x dF_2(y) - \int_0^\infty dF_2(y) \int_0^y dF_1(x) \quad (3.18)$$

$$I'_{G1} = \frac{1}{\mu_x \mu_y} \left[\int_0^\infty x dF_1(x) \int_0^x y dF_2(y) - \int_0^\infty y dF_2(y) \int_0^y x dF_1(x) \right] \quad (3.19)$$

Współczynnik I'_{G2} ma własności i interpretację podobne do miary PROB Gastwirtha i do odległości ekonomicznej Daguma d_0 , jednak w odróżnieniu od tej ostatniej jest unormowany w przedziale $[-1,1]$. $I'_{G2} = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy najbiedniejsza osoba w populacji X jest bogatsza niż najbogatsza osoba w populacji Y . Podobnie $I'_{G2} = -1$ wtedy i tylko wtedy, gdy najbiedniejsza osoba w Y jest bogatsza niż najbogatsza osoba w X . Obie sytuacje określają rozkłady, które na siebie „nie zachodzą”. Dla populacji identycznych współczynnik przyjmuje wartość 0.

Współczynnik I'_{G1} jest oparty nie tylko na gęstościach, ale na wielkościach dochodów, a dokładniej na ważonych różnicach między dochodami porównywanych populacji, i w związku z tym jest zbliżony do współczynnika odległości ekonomicznej D_1 . Jest unormowany podobnie jak I'_{G2} w przedziale $[-1,1]$ i ma taką samą interpretację dla wartości skrajnych. Miara spełnia aksjomaty niezmienniczości względem populacji oraz skali, jednak nie jest niezmiennicza względem przesunięcia.

3.2.4. Nieklasyczne miary nierównomierności między rozkładami oparte na kwantylach

Z punktu widzenia oceny deprywacji pewnych grup ekonomicznych względem innych interesująca jest także rodzina indeksów nierówności między rozkładami oparta na kwantylach, wykorzystująca odległość Minkowskiego, która została zaproponowana przez Eberta (1984). Ogólnie rodzinę takich indeksów wyraża wzór:

$$d^r(X, Y) = \left[\int_0^1 |y_p - x_p|^r dp \right]^{\frac{1}{r}}, \quad r \geq 1 \quad (3.20)$$

gdzie y_p i x_p oznaczają kwantyle rzędu p porównywanych rozkładów.

Indeksy d^r są symetryczne i spełniają własność silnej wrażliwości na równość populacji, gdyż przyjmują wartość 0 tylko w sytuacji braku nierównomierności między rozkładami. Nadają się więc do badania nakładania się rozkładów. Niestety nie są niezmiennicze względem skali i nie są ograniczone z góry, co znacznie utrudnia interpretację wielkości różnic między rozkładami. Ich interesującą własnością jest natomiast postulowana przez autora własność tzw. jednorodności liniowej, w przypadku której pomnożenie wszystkich wartości X i Y przez wspólną stałą powoduje pomnożenie wartości indeksu przez tę stałą. Zamiast jednego indeksu (3.20) można wykorzystać dwa zmodyfikowane indeksy, które lepiej wykrywają dominację stochastyczną pierwszego rzędu jednej populacji nad drugą:

$$d^r(Y - X) = \int_0^1 |y_p - x_p|_+^r dp, \quad r \geq 1 \quad (3.21)$$

$$d^r(X - Y) = \int_0^1 |x_p - y_p|_+^r dp, \quad r \geq 1 \quad (3.22)$$

gdzie: znak „+” oznacza uwzględnienie tylko dodatnich różnic między dochodami.

Na podstawie analizy własności przedstawionych metod można zauważyć, że bez względu na metodę konstrukcji prezentowane miary w większości spełniają warunki niezależności od skali pomiaru i replikacji populacji. Większość miar jest symetryczna i tylko słabo wykrywa nakładanie się rozkładów, co wiąże się z kompensowaniem różnic o znakach dodatnich i ujemnych. Można też stwierdzić, że mimo dużej liczby propozycji większość przedstawionych miar nie spełnia warunków dotyczących pomiaru przewagi (deprywacji) jednej populacji w stosunku do innej, a porównywane populacje traktowane są jednakowo. Wśród miar, które nastawione są na pomiar przewagi ekonomicznej, tylko odległości ekonomiczne Daguma d_0 spełniają warunek właściwego pomiaru części wspólnej rozkładów. Pożądaną własnością miary D_1 jest także jej unormowanie w przedziale $[0,1]$, które ułatwia jej interpretację.

3.3. Zastosowanie miar dystansu ekonomicznego do badania sytuacji dochodowej grup społeczno-ekonomicznych w Polsce

W celu ilustracyjnym współczynniki D_1 (por. wzór 3.11) wykorzystano do zbadania poziomu „dystansu ekonomicznego” między grupami gospodarstw domowych w Polsce. W tym celu oszacowano odległości między rozkładami dochodów dla grup społeczno-ekonomicznych w Polsce w latach 2018 i 2020. Porównywane lata obejmują okres sprzed pandemii COVID-19 i rok 2020, który obejmuje już skutki pandemii i jej wpływ na dochody grup społeczno-ekonomicznych w Polsce. Obliczenia oparte zostały na danych indywidualnych pochodzących z badania BGD (Budżetów Gospodarstw Domowych) prowadzonego przez GUS.

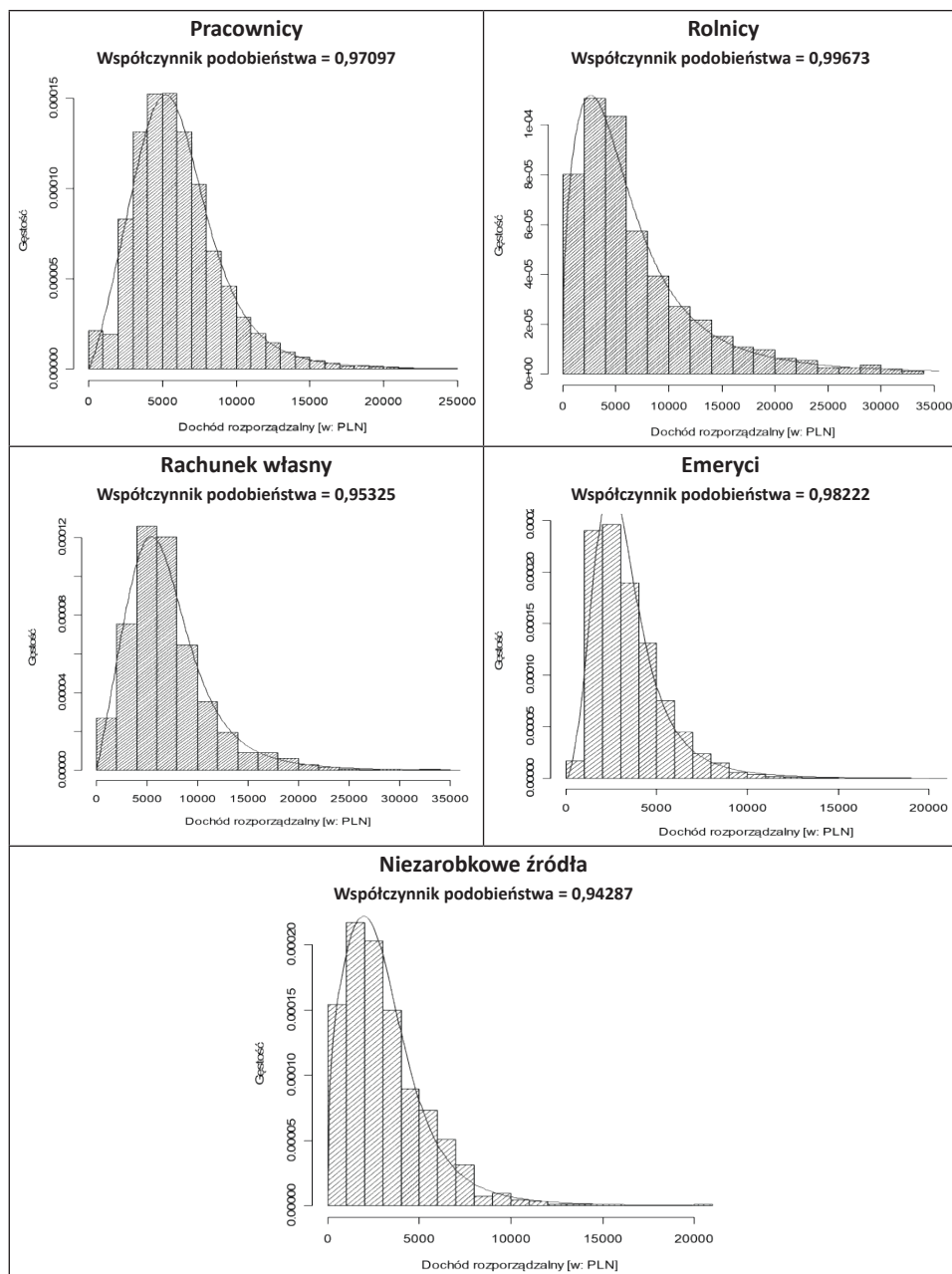
W tabeli 3.1 przedstawiono podstawowe charakterystyki prób dla poszczególnych grup gospodarstw domowych oraz dla całego kraju w latach 2018 i 2020. Obliczeń dokonano, podobnie jak w podrozdziale 2.6, dla całej populacji oraz w podziale na pięć grup społeczno-ekonomicznych, takich jak: gospodarstwa *Pracowników*, *Rolników*, *Pracujących na własny rachunek*, gospodarstwa *Emerytów i rencistów* oraz *Gospodarstwa utrzymujące się z niezarobkowych źródeł*.

Tab. 3.1. Charakterystyki statystyczne rozkładów dochodów grup społeczno-ekonomicznych w Polsce w roku 2018 i 2020 na podstawie prób BGD

Grupa społeczno-ekonomiczna		Liczebność próby	Średnia [PLN]	Odchylenie stand. [PLN]	CV [%]	Mediana [PLN]
Pracownicy	2018	17 102	5428,34	3095,77	57,03	4901,50
	2020	15 974	6183,78	3544,39	57,32	5664,20
Rolnicy	2018	1 437	7135,71	7863,34	110,20	4703,10
	2020	1 217	8567,61	17935,14	209,34	5180,00
Pracujący na własny rachunek	2018	2 435	6750,81	4460,12	66,07	5883,00
	2020	2 481	7509,06	6281,35	83,65	6450,00
Emeryci i renciści	2018	13 621	3055,99	1777,06	58,15	2680,00
	2020	12 184	3453,96	1989,49	57,60	3000,00
Niezarobkowe źródła	2018	1 239	2783,49	2407,13	86,48	2160,00
	2020	928	3175,67	2506,67	78,93	2613,00
Ogółem	2018	35 834	4593,46	3423,94	74,54	3931,53
	2020	32 784	5272,89	5022,52	95,25	4500,00

Źródło: obliczenia własne na podstawie BGD – GUS (2019, 2021).

Uzupełnienie tab. 3.1 stanowi rys. 3.1. Przedstawia on empiryczne rozkłady dochodu rozporządzalnego w Polsce w roku 2020 według pięciu grup społeczno-ekonomicznych, wraz z ich aproksymacją za pomocą trójparametrowego modelu Daguma (por. Kleiber, Kotz, 2003, s. 213; Jędrzejczak, Pekasiewicz, 2020b, s. 47–52). Dodatkowo na rysunkach zamieszczono współczynniki podobieństwa struktur jako miarę zgodności dopasowania rozkładów teoretycznych z empirycznymi.



Rys. 3.1. Empiryczne i teoretyczne rozkłady dochodu rozporządzalnego według grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020 (dopasowanie za pomocą rozkładu Daguma)

Źródło: obliczenia własne na podstawie BGD – GUS (2019, 2021).

Obserwując przedstawione histogramy i dopasowane funkcje gęstości, możemy zauważyć, że rozkłady dochodów w wyróżnionych podpopulacjach znacznie się różnią, zarówno pod względem skali, jak i położenia oraz kształtu (nierównomierności). Potwierdzają to charakterystyki liczbowe zamieszczone w tab. 3.1. Skala tych różnic jest jednak trudna do uchwycenia i niełatwo ocenić stopień „przewagi” jednej grupy społeczno-ekonomicznej nad inną, biorąc pod uwagę wszystkie te aspekty. Widzimy na przykład, że najwyższy średni dochód ma grupa *Rolników*, jednak najwyższa mediana wskazuje, że najbogatsza jest grupa *Pracujących na własny rachunek*. *Rolnicy* to także grupa o największej nierównomierności i najgrubszym prawym „ogonie” rozkładu. W celu oszacowania względnej przewagi grup o wyższych średnich poziomach dochodów nad grupami o niższych średnich posłużono się współczynnikami zaproponowanymi przez Dagum, które biorą pod uwagę różnice dochodowe pomiędzy wszystkimi gospodarstwami domowymi z porównywanych grup.

W tabeli 3.2 przedstawiono „odległości ekonomiczne” pomiędzy grupami społeczno-ekonomicznym w Polsce, oszacowane za pomocą miary D_1 . Każda niepusta kratka wewnątrz tabeli przedstawia odległość ekonomiczną Daguma pomiędzy dwiema grupami społeczno-ekonomicznymi, wyróżnionymi w główce i boku tabeli.

Tab. 3.2. Uporządkowane miary odległości ekonomicznej między rozkładami dochodów w grupach społeczno-ekonomicznych

Grupa społeczno-ekonom.	Rok	WSPÓŁCZYNNIK REA (D_1)				
		Grupa społeczno-ekonomiczna				
		Własny rachunek	Rolnicy	Pracownicy	Emeryci	Źródła niezarobkowe
Niezarobkowe źródła	2018	0,8609	0,7629	0,7720	0,2615	0
	2020	0,8215	0,7806	0,7454	0,1315	
Emeryci	2018	0,8010	0,6792	0,6720	0	
	2020	0,8056	0,7582	0,7185		
Pracownicy	2018	0,3309	0,2186	0		
	2020	0,3792	0,3389			
Rolnicy	2018	0,0295	0			
	2020	0,1397				
Własny rachunek	2018	0				
	2020					

Źródło: obliczenia własne na podstawie BGD- GUS (2019) i GUS (2021).

Analizując współczynniki przedstawione w tab. 3.2, zauważamy, że w 2018 r. największy dystans ekonomiczny dzielił dwie najbogatsze grupy: *Pracujących na własny rachunek* i *Rolników* od najbiedniejszej grupy, czyli *Niezarobkowych źródeł utrzymania*, gdzie współczynniki Daguma wynosiły odpowiednio: $D_{1(\text{WłasnyRach./Niezarob.})} = 0,8609$ i $D_{1(\text{Rolnicy/Niezarob.})} = 0,7629$. Sytuacja dochodowa *Pracujących na*

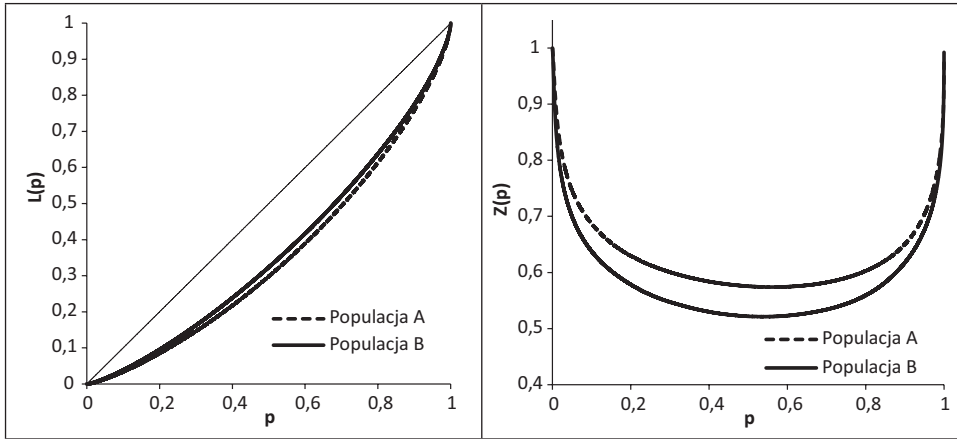
własny rachunek była więc aż o 86,09% lepsza niż sytuacja gospodarstw domowych utrzymujących się z niezarobkowych źródeł, a więc żyjących z różnego rodzaju zasiłków, w tym głównie z zasiłku dla bezrobotnych. W 2020 r. dystans obu najbogatszych grup w stosunku do grupy najbiedniejszej spadł lub pozostał na niezmiennym poziomie; zauważyć można natomiast wzrost dystansu między grupami najbogatszymi a najliczniejszą grupą gospodarstw *Pracowników*. Współczynniki odległości ekonomicznej w 2020 r. wynosiły: $D_{1(\text{WłasnyRach./Pracow.})} = 0,3792$ i $D_{1(\text{Rolnicy/Pracow.})} = 0,3389$, co oznacza wzrost o odpowiednio 5 i 12 punktów procentowych, który może wynikać z pogorszenia się warunków na rynku pracy w wyniku pandemii. Ta sama przyczyna mogła spowodować znaczne pogorszenie się sytuacji gospodarstw domowych *Emerytów i rencistów* w stosunku do grup *Pracowników* i *Rolników*, i jednocześnie zbliżenie tej grupy do najbiedniejszych gospodarstw utrzymujących się z zasiłków – obecnie gospodarstwa *Emerytów i rencistów* są bogatsze od *Niezarobkowych źródeł* tylko o 13,15% ($D_{1(\text{Emeryci./Niezarob.})} = 0,1315$), chociaż w 2018 r. dystans ten wynosił 26,15% ($D_{1(\text{Emeryci./Niezarob.})} = 0,2615$).

3.4. Porównywanie rozkładów dochodów za pomocą metod graficznych

3.4.1. Funkcje gęstości i krzywe koncentracji

Często stosowanym podejściem jest porównywanie rozkładów dochodów różnych grup jednostek ekonomicznych z wykorzystaniem histogramów lub odpowiednich funkcji gęstości, otrzymanych w wyniku aproksymacji rozkładów empirycznych za pomocą wybranych rozkładów teoretycznych. Porównanie takie nie umożliwia jednak pełnej oceny różnic pomiędzy rozkładami, przede wszystkim dlatego, że uwzględnia jednocześnie położenie, kształt i skalę porównywanych rozkładów.

Zastosowanie punktowych miar nierównomierności Giniego-Lorenza, Zengi lub Bonferroniego, zwanych też krzywymi nierównomierności lub krzywymi koncentracji (por. rozdział 2), umożliwia graficzne porównywanie rozkładów dochodów dwóch lub więcej populacji z punktu widzenia nierównomierności rozkładu badanej cechy, a także śledzenie zmian tej samej populacji w czasie dla wszystkich kwantyli rozkładu. Porównanie takie zapewnia spełnienie warunku niezależności względem skali pomiaru oraz wiele innych aksjomatów stawianych miarom nierównomierności dochodów. Najbardziej uniwersalną krzywą, która opisuje tzw. punktową koncentrację dochodów, jest krzywa Zengi, która porównuje zawsze rozłączne grupy jednostek ekonomicznych i nadaje jednakowe wagi dla wszystkich wartości porównywanych dochodów niezależnie od ich rangi czy wielkości.



Rys. 3.2. Przykładowe krzywe koncentracji Lorenza (lewy panel) i Zengi (prawy panel) dla dwóch rozkładów dochodów A i B

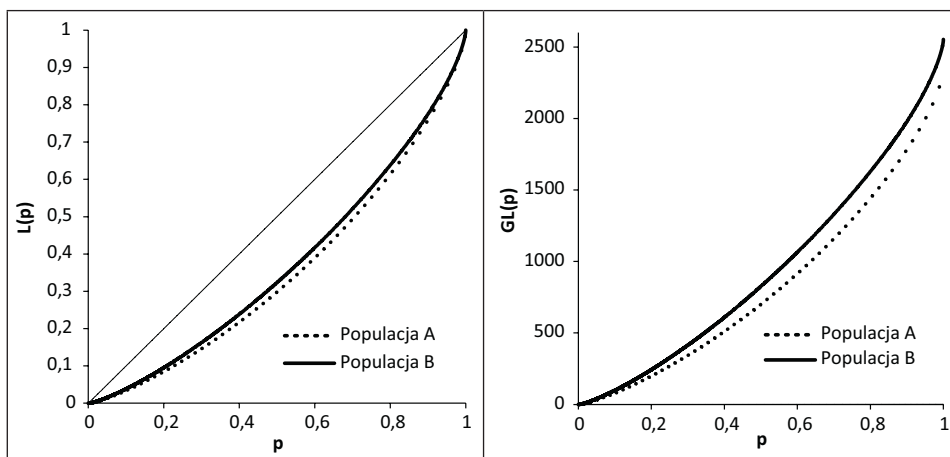
Źródło: opracowanie własne.

Przykład takiego porównania przedstawia rys. 3.2, gdzie pokazane są krzywe Lorenza i krzywe Zengi dla dwóch populacji, wskazujące na różnicę w stopniu nierównościowości porównywanych grup. Mimo wyraźnej „luki” między krzywymi nie można jednoznacznie stwierdzić, która z porównywanych populacji jest w bardziej korzystnej sytuacji, gdyż porównanie takie uwzględnia jedynie różnice w nierównościach wewnątrz grup, nie mierząc nierówności pomiędzy nimi. Metoda taka może być więc przydatna jedynie dla zbiorowości o takich samych wartościach średniego dochodu, natomiast dla różnych średnich można zastosować pewną modyfikację krzywej Lorenza, zwaną uogólnioną krzywą Lorenza, którą przedstawia wzór:

$$GL(p) = \int_0^p F^{-1}(t) dt \quad (3.23)$$

Na kolejnym rysunku (rys. 3.3) widzimy porównanie krzywej Lorenza i uogólnionej krzywej Lorenza dla tego samego rozkładu.

Można zauważyć, że różnice między rozkładami są bardziej widoczne na panelu prawym, gdyż uogólnione funkcje Lorenza uwzględniają jednocześnie różnice w nierównościach i dysproporcje między średnimi poziomami dochodów. Zauważmy także, że rozkład B dominuje A w sensie Lorenza (tzw. *Lorenz dominance*), ponieważ krzywa Lorenza dla jednego z rozkładów (B) leży całkowicie powyżej krzywej Lorenza dla drugiego rozkładu (A). Na prawym panelu można też zauważyć dominację stochastyczną drugiego rzędu (ang. *second-order stochastic dominance*) rozkładu B nad rozkładem A, gdyż uogólniona krzywa Lorenza dla B leży całkowicie nad A. Jednocześnie pole pod uogólnioną krzywą Lorenza odpowiada popularnej skróconej funkcji dobrobytu zaproponowanej przez Sena (1973), gdzie dobrobyt społeczny przedstawiony jest jako funkcja średniego dochodu oraz miary nierówności, jaką jest indeks Giniego: $SWF = \mu(1-G)$, (por. podrozdz. 2.5).



Rys. 3.3. Porównanie krzywych koncentracji Lorenza (lewy panel) i uogólnionych krzywych Lorenza (prawy panel) dla dwóch rozkładów dochodów A i B

Źródło: opracowanie własne.

3.4.2. Podejście nieklasyczne – metoda rozkładu względnego

Jak już wspomniano, jednym ze szczególnie często rozważanych przejawów zjawiska nierówności między rozkładami jest nierówność w rozkładach dochodów kobiet i mężczyzn, tzw. luka płci (ang. *gender gap*). Istnieje wiele metod, które można zastosować do pomiaru „luki” obrazującej stopień zróżnicowania dochodów kobiet i mężczyzn – często stosuje się proste opisowe miary statystyczne, jak porównywanie średnich czy median; rzadziej wykorzystywane są bardziej skomplikowane miary odległości pomiędzy rozkładami, które zostały omówione w poprzednich podrozdziałach (3.2 i 3.3). Stosowane są też specjalnie przeznaczone do tego proste metody dekompozycji, uwzględniające wpływ zmiennych objaśniających na różnice charakterystyk opisowych. Wśród metod dekompozycji najczęściej stosowana jest dekompozycja Oaxaca-Blindera (por. Oaxaca, 1973; Blinder, 1973), która próbuje wyjaśnić różnice między średnimi dochodami kobiet i mężczyzn poprzez wyodrębnienie wpływu różnic między zmiennymi objaśniającymi dla tych grup. Podobne metody można zastosować w celu pomiaru „luki” pomiędzy grupami ludności wyróżnionymi ze względu na inne kryteria potencjalnie dyskryminujące (wiek, rasa, wyznanie, miejsce zamieszkania).

Ze względu na to, że tzw. luka płci (podobnie jak inne luki dochodowe) jest związana z całkowitym rozkładem dochodów w populacji, trudno uchwycić pełny zakres zjawiska za pomocą pojedynczych mierników, nawet wtedy, gdy obok miar średnich zastosujemy miary nierównomierności rozkładów, w tym krzywe koncentracji, gdyż obejmują one zakres nierówności wewnątrz każdego z porównywanych rozkładów osobno. Jak już podkreślano, aby w pełni rozpoznać charakter rozbieżności między badanymi grupami, należy skupić się na porównywaniu

całych rozkładów, czyli np. wszystkich kwantyli badanych populacji, tak aby uwzględnić różnice średnich, zróżnicowania i asymetrii porównywanych grup. Do technik opartych na takim podejściu zaliczyć możemy m.in. bardzo popularną w badaniu tego problemu regresję kwantylową – interesujące podejście oparte na regresji kwantylowej i rozkładach kontrfaktycznych zaproponowali na przykładzie danych portugalskich Machado i Mata (2005). We Włoszech różne podejścia oparte na regresji kwantylowej wykorzystała ostatnio Furno (2020). Interesującą pracę w tym zakresie, dotyczącą porównywania nierówności dochodowych w Indiach za pomocą RIF (*Recentered Influence Function*), przedstawili także Khanna, Goel i Morissette (2016). W Polsce przykłady zastosowań regresji kwantylowej stanowią prace Newell i Sochy (2005) oraz Rokickiej i Ruzik (2010). Konstrukcję rozkładu kontrfaktycznego symulacyjną metodą Machady-Maty (bazującą na równaniach regresji kwantylowej) przeprowadzili Landmesser, Karpio, Łukasiewicz (2015), Landmesser (2016) oraz Karpio i in. (2016). W pracy Landmesser (2018) możemy znaleźć bardzo interesującą modyfikację technik estymacji rozkładu dochodów za pomocą dwumianowego modelu logitowego (Chernozhukov, Fernandez-Val, Melly, 2013), uporządkowanego modelu probitowego (Fortin, Lemieux, 1998) oraz modelu hazardu (Donald, Green, Paarsch, 2000), co umożliwiło przeprowadzenie dekompozycji nierówności rozkładu dochodów dla kobiet i mężczyzn w Polsce według kwantyli rozkładu.

Wyniki otrzymane za pomocą tych metod, niekiedy dość skomplikowanych obliczeniowo, są często trudne do interpretacji i nie pozwalają na pełną ilustrację graficzną różnic pomiędzy rozkładami. Propozycją, która pod względem prostoty oraz graficznej prezentacji wyników przewyższa te podejścia, jest metoda rozkładu relatywnego, zwana także metodą transformacji rang (ang. *grade transformation*), która została szczegółowo opisana w monografii Handcocka i Morrisa (2006). Przedstawiona metoda nawiązuje do wcześniejszych, często szeroko znanych metod porównywania rozkładów, jak wykresy prawdopodobieństwa P-P i Q-Q (Wilk, Gnanadesikan, 1968), analiza zmian porównawczych (Parzen 1977, 1992), „transformacja ocen” (Ćwik, Mielniczuk, 1989, 1993) oraz pionowa funkcja kwantylowa dla dwóch prób (Li i in., 1996).

Niech Y oznacza zmienną losową reprezentującą badany rozkład dochodów o gęstości $f(y)$ i dystrybuancie $F(y)$, tzw. rozkład porównawczy (ang. *comparison distribution*). Niech Y_0 oznacza zmienną losową reprezentującą rozkład referencyjny lub rozkład odniesienia (ang. *reference distribution*) o gęstości $f_0(y)$ i dystrybuancie $F_0(y)$. Celem jest zbadanie różnic między rozkładami Y i Y_0 , używając Y_0 jako rozkładu odniesienia.

Rozkład względny zmiennej Y względem Y_0 (ang. *relative distribution of Y with respect to Y_0*) jest określony jako rozkład zmiennej losowej:

$$R = F_0(Y) \quad (3.24)$$

R jest uzyskiwane z Y przez transformację (tzw. *grade transformation*, por. Ćwik, Mielniczuk, 1989, 1993) za pomocą dystrybuanty zmiennej Y_0 , czyli F_0 . Zmienna R określa więc rangi zmiennej losowej Y w odniesieniu do rozkładu zmiennej losowej Y_0 , czyli inaczej mówiąc, wartości dochodu jednostki pochodzącej z badanej populacji przypisuje rangę, jaką miałby ten dochód w rozkładzie drugiej populacji.

Dystrybuanta zmiennej losowej R (tzw. względna dystrybuanta) wyrażona jest jako

$$G(r) = F(F_0^{-1}(r)) \text{ dla } r \in [0,1] \quad (3.25)$$

Funkcja gęstości zmiennej losowej R (tzw. gęstość względna) może być otrzymana jako pochodna $G(r)$ i ma postać:

$$g(r) = \frac{f(F_0^{-1}(r))}{f_0(F_0^{-1}(r))} \text{ dla } r \in [0,1] \quad (3.26)$$

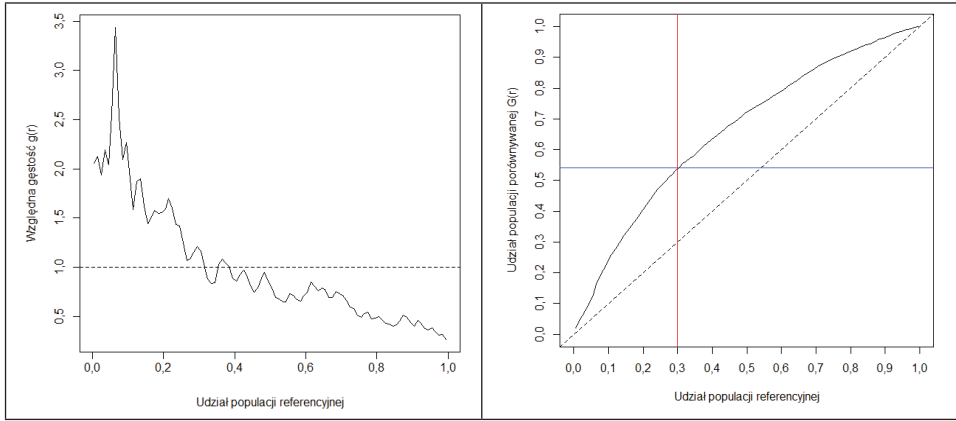
Zauważmy, że chociaż względna dystrybuanta bezpośrednio wyrażona jest za pomocą skali, jaką tworzą rzędy kwantyli, to jednak pośrednio porównuje wartości badanej zmiennej na oryginalnej skali pomiaru, przy czym $y_p = F_0^{-1}(G(r))$ stanowi „punkt odcięcia”. Jeżeli przez y_p oznaczymy kwantyl zmiennej R dla danej wartości r , wyznaczony według skali pomiarowej zmiennej Y , to wtedy y_r można wyrazić jako $F_0^{-1}(r)$, a względna gęstość przyjmie postać:

$$g(r) = \frac{f(y_p)}{f_0(y_p)}, \quad y_p = F_0^{-1}(r) \geq 0 \quad (3.27)$$

Formuła ta pokazuje, że gęstość względna może być interpretowana jako iloraz gęstości porównywanych rozkładów. Gęstość zmiennej R można więc interpretować jako iloraz udziału jednostek o danej wartości zmiennej Y ($F_0^{-1}(r)$) w grupie badanej do udziału takich jednostek w grupie referencyjnej (por. wzór (3.27)). Dystrybuanta zmiennej losowej R może być interpretowana jako udział jednostek grupy badanej, których dochód jest poniżej kwantyla rzędu p dla grupy referencyjnej.

Jeśli zmienne Y i Y_0 mają identyczne rozkłady, to zmienna losowa R uzyskana przez taką transformację to tzw. przekształcenie równomierne, czyli R ma rozkład równomierny na przedziale $[0,1]$. Odchylenie rozkładu zmiennej losowej R od rozkładu równomiernego (które można przedstawić graficznie np. jako odchylenie wykresu dystrybuanty R od przekątnej kwadratu o długości boku równej 1) może być traktowane jako miara „luki” między porównywanymi rozkładami. Względna gęstość i dystrybuanta mogą być także wyznaczone dla rozkładów teoretycznych – takie parametryczne podejście zaproponowane zostało w pracy Greselin, Jędrzejczak i Trzczińskiej (2023).

Przykłady wykresów funkcji gęstości $g(r)$ i dystrybuanty $G(r)$ przedstawia rys. 3.4.



Rys. 3.4. Wykresy względnej gęstości (lewy panel) i względnej dystrybuanty (prawy panel) pewnego rozkładu dochodów względem rozkładu referencyjnego

Źródło: opracowanie własne.

Na lewym panelu widzimy znaczną dyspersję funkcji gęstości rozkładu względnego względem linii $y = 1$, odpowiadającej rozkładowi równomiernemu zmiennej losowej R , który odpowiadałby sytuacji braku dysproporcji dochodowych między populacjami. Na prawym panelu pokazano dodatkowo linie umożliwiające interpretację poziomu luki dla $r = 0,3$. Widzimy, że aż 57% jednostek populacji badanej ma dochody poniżej trzeciego decyla populacji referencyjnej.

Można zauważyć, że dystrybuanta rozkładu relatywnego jest powiązana z koncepcją dominacji stochastycznej pierwszego rzędu. Niech $F_0 \geq_1 F$ oznacza dominację stochastyczną pierwszego rzędu rozkładu F_0 nad F . Dominację pierwszego rzędu można również zapisać w postaci kwantylowej (Garcia-Gómez i in., 2019). Mówimy, że $F_0 \geq_1 F$ wtedy i tylko wtedy, gdy $F_0^{-1}(p) \geq F^{-1}(p)$ dla wszystkich $p \in [0; 1]$, ze ścisłą nierównością dla przynajmniej jednej wartości p . Oznacza to, że porządkując jednostki każdej populacji pod względem ich poziomu dochodów, rozkład F_0 dominuje rozkład F w sensie dominacji stochastycznej pierwszego rzędu, jeżeli poziom dochodu dla każdego p w rozkładzie F_0 jest co najmniej tak wysoki jak odpowiadający mu poziom dochodu dla tej samej pozycji w rozkładzie F . Podejście kwantylowe jest bardziej intuicyjne od podejścia opartego na dystrybuantach, gdyż porównuje względne położenie każdej jednostki w obu rozkładach, nie zaś skumulowane prawdopodobieństwa. Co więcej, dominacja pierwszego rzędu implikuje dominację wszystkich wyższych rzędów, wśród których można wymienić dominację Lorenza (por. podrozdz. 2.5). W świetle tych rozważań można stwierdzić, że jeżeli dystrybuanta rozkładu względnego leży powyżej przekątnej, która odpowiada dystrybuancie rozkładu równomiernego, to możemy powiedzieć, że rozkład referencyjny F_0 dominuje rozkład porównywany F w sensie dominacji stochastycznej pierwszego rzędu.

Populacje porównawcza i odniesienia są na ogół rozłączne, co umożliwia przytoczoną tu jednoznaczną interpretację charakterystyk rozkładu relatywnego, która oparta jest na uwypukleniu kontrastu czy też „luki” między rozkładami. W niektórych sytuacjach zamiast porównania dwóch rozłącznych populacji celem badania może być porównanie podzbioru pewnej populacji z całą populacją, co także może być przedmiotem rozważań opartych na idei rozkładu relatywnego, jednak interpretacja otrzymanych wyników w kontekście różnic między rozkładami będzie wtedy trudniejsza. Innym powodem zastosowania podejścia opartego na łącznym rozkładzie referencyjnym, który zawiera też rozkład badany (tzw. *pooled reference*, por. Handcock, Morris, 2006), jest sytuacja, gdy badana grupa jest bardzo mała w stosunku do grupy referencyjnej, co uniemożliwia efektywną estymację charakterystyk rozkładu bez konieczności odniesienia się do większej populacji. Dużym problemem może być też rozłączność porównywanych rozkładów, czyli sytuacja, kiedy jednostki o najniższych dochodach w jednej z porównywanych populacji mają dochody wyższe od wszystkich dochodów drugiej populacji. Taka sytuacja może być rozwiązana za pomocą zastosowania łącznego rozkładu referencyjnego (ang. *pooled population*), składającego się z obu wymieszanych grup, jednak interpretacja wyników takiej analizy prowadzić będzie na ogół do błędnych wniosków. Mimo tych zastrzeżeń wydaje się, że metoda rozkładu relatywnego w najpełniejszy sposób pokazuje wynikający z nierówności dochodowych rozdźwięk między rozkładami, a także pozwala na graficzną prezentację tego zjawiska.

3.4.3. Metody dekompozycji luki dochodowej

Na ogół możemy wyróżnić pewne zmienne towarzyszące (mieralne lub niemieralne), wpływające na wysokość dochodów osób lub gospodarstw domowych, które zmieniają się systematycznie w porównywanych populacjach. Z punktu widzenia zrozumienia zjawiska luki dochodowej niezwykle interesujący jest wpływ tych właśnie zmiennych na kształt rozkładu relatywnego. Często rozważanym zagadnieniem jest badanie luki dochodowej między mężczyznami i kobietami, czyli grupami różniącymi się pod względem wielu cech demograficznych i społeczno-ekonomicznych (np. stażem pracy czy zajmowanymi stanowiskami). Celem badania może być także ocena różnic między różnymi grupami etnicznymi czy regionami lub też różnicy między rozkładami dochodów tej samej grupy przed wprowadzeniem zmian i po nim (np. w rozkładzie czasu pracy). W kontekście poszukiwania przyczyn różnic pomiędzy rozkładami dochodów musimy odpowiedzieć na następujące pytania:

- Jak różnią się rozkłady zmiennej objaśniającej w obu porównywanych populacjach?
- Jak różni się w tych populacjach zależność między zmienną badaną a zmienną objaśniającą?

Mimo że na ogół mamy do czynienia z sytuacją, że oba te czynniki działają jednocześnie, to wygodnie jest dokonać oceny wpływu każdego z nich osobno. Opierając się na podejściu przedstawionym w pracy Handcocka i Morris (2006), możemy dokonać dekompozycji ogólnego rozkładu relatywnego na dwa czynniki: pierwszy, mierzący efekt zmian w rozkładzie brzegowym zmiennej towarzyszącej, i drugi, definiujący zmiany rezydualne. Inaczej mówiąc, pierwszy element mierzyć będzie jedynie różnice w rozkładzie zmiennej towarzyszącej dla porównywanych populacji, zakładając stałość współzależności. Drugi element oparty będzie na rozkładzie kontrfaktycznym, w którym dla populacji referencyjnej (np. populacji mężczyzn) przyjmuje się hipotetyczną sytuację, w której rozkład brzegowy zmiennej towarzyszącej odpowiada populacji porównawczej (np. populacji kobiet).

Niech (Y_0, Z_0) i (Y, Z) oznaczają wektory losowe opisujące populację referencyjną i populację porównawczą, gdzie Y_0 i Y są zmiennymi badanymi, a Z_0 i Z są kategorycznymi zmiennymi towarzyszącymi o wartościach indeksowanych po $k = 1, \dots, K$. Niech $\{\pi_k\}_{k=1}^K$ oraz $\{\pi_k^0\}_{k=1}^K$ będą odpowiednio funkcjami prawdopodobieństwa zmiennych Z oraz Z_0 , które reprezentują strukturę obu populacji ze względu na wyróżnione czynniki. Gęstość brzegowa zmiennej losowej Y może być teraz zapisana jako

$$f(y) := \sum_{k=1}^K \pi_k f_{Y|Z}(y|k) \quad (3.28)$$

gdzie $f_{Y|Z}(y|k)$ oznaczają gęstości warunkowe Y pod warunkiem, że $Z = k$, dla $k = 1, \dots, K$, natomiast dla zmiennej Y_0 otrzymujemy analogiczne wyrażenie:

$$f_0(y) := \sum_{k=1}^K \pi_k^0 f_{Y_0|Z_0}(y|k) \quad (3.29)$$

W świetle tych formuł można zauważyć, że różnice między gęstościami porównywanych rozkładów $f(y)$ i $f_0(y)$ są wynikiem różnic w gęstościach warunkowych $f_{Y|Z}(y|k)$ oraz $f_{Y_0|Z_0}(y|k)$, dla $k = 1, \dots, K$, co odpowiada różnym wzorcom zależności obserwowanym w obu populacjach. Idea taka może być wykorzystana do skonstruowania rozkładu kontrfaktycznego, który pozwoli następnie na dekompozycję i wyodrębnienie wpływu obu czynników wpływających na rozbieżności między rozkładami.

Niech Y_{0c} oznacza zmienną losową opisującą grupę referencyjną Y_0 przy strukturze zmiennej towarzyszącej odpowiadającej grupie badanej Y , $\{\pi_k\}_{k=1}^K$, o gęstości:

$$f_{0c}(y) := \sum_{k=1}^K \pi_k f_{Y_0|Z_0}(y|k) \quad (3.30)$$

Utrzymując stały skład populacji w obu grupach, można prawidłowo zidentyfikować różnice w relacjach zmienna – odpowiedź. Można wykazać, że rozkład $f_{0c}(y)$ jest ważoną wersją oryginalnego rozkładu zmiennej Y , w której wagami są względne gęstości zmiennej towarzyszącej.

Porównanie gęstości $f_{0c}(y)$ z gęstością $f(y)$ zakłada więc stały skład populacji i dlatego mierzy jedynie różnice w relacjach między zmienną towarzyszącą a dochodami. Jeśli porównamy natomiast gęstości $f_0(y)$ i $f_{0c}(y)$, które zakładają tę samą zależność między zmiennymi w obu populacjach, to porównanie takie wyizoluje wpływ różnic kompozycyjnych. Ostatecznie dekompozycja rozkładu relatywnego może być zapisana za pomocą ilorazów gęstości:

$$\frac{f(y_r)}{f_0(y_r)} = \frac{f_{0c}(y_r)}{f_0(y_r)} \cdot \frac{f(y_r)}{f_{0c}(y_r)} \quad (3.31)$$

Prawa strona równania (3.31) określa kolejno:

- efekt różnic w rozkładzie brzegowym zmiennej towarzyszącej w porównywanych populacjach (tzw. efekt składu lub kompozycji),
- efekt struktury (tzw. efekt resztowy lub rezydualny), który może być spowodowany różnicami w dochodach odpowiadających tym samym poziomom zmiennej towarzyszącej i który można interpretować jako różnice w relacji między tą zmienną a zmienną badaną (ang. *covariate response*).

Wzór (3.30) można łatwo rozszerzyć na przypadek, kiedy zmienna Z jest ciągłą o gęstości $f_Z(z)$, $z \in R$. W ten sposób otrzymujemy (Handcock, Morris, 2006):

$$f_{0L}(y) := \int_{-\infty}^{\infty} f_Z(z) f_{y_0|z_0}(y|z) dz \quad (3.32)$$

Oczywiście przedstawiona dekompozycja, oparta na konstrukcji rozkładu kontrfaktycznego dla pojedynczej zmiennej Z i objaśniająca różnice między rozkładami przy założeniu, że inne czynniki są pozostawione na stałym poziomie, może być rozszerzona na przypadek wielowymiarowy. W monografii Handcocka i Morris (2003) znajdujemy dwie propozycje takiej dekompozycji – jedna z nich oparta jest na podejściu sekwencyjnym, gdzie efekt resztowy traktowany jest jako łączny efekt odpowiedzi na wszystkie zmienne, który podlega następnie sekwencyjnej dekompozycji na efekty cząstkowe. Innym podejściem jest metoda blokowa, która może być stosowana, gdy współzmiennie tworzą pewną hierarchię, w której są grupowane bloki na każdym poziomie hierarchii (najczęściej są to dwa poziomy).

Oprócz przedstawionej dekompozycji, uwzględniającej wpływ różnych zmiennych dodatkowych na kształtowanie się luki między rozkładami, możemy dokonać także dekompozycji tej luki na następujące składniki:

- efekt wynikający jedynie ze zmian skali (ang. *scale shift*),
- efekt przesunięcia, wynikający ze zmiany położenia rozkładów (ang. *location shift*),
- efekt wynikający ze zmian ich kształtu (ang. *shape shift*).

Oddzielenie zmian położenia od zmian kształtu porównywanych rozkładów prowadzi do interesujących wyników, które mogą służyć przede wszystkim do wyjaśnienia zmian, jakie zachodzą w rozkładzie dochodów w czasie. Zmiany położenia rozkładów mogą mieć charakter addytywny lub multiplikatywny, przy czym

szczególnie te drugie są nierozzerwalnie związane ze zmianami skali. Efekty zmian skali mają duże znaczenie z punktu widzenia wykrywania efektów polityki gospodarczej; możemy je interpretować jako sytuację, kiedy dochody wszystkich jednostek ekonomicznych są zwiększane za pomocą tego samego mnożnika, np. na skutek rewaloryzacji płac i emerytur wynikającej ze wzrostu kosztów utrzymania. Z drugiej strony efektem polityki społecznej nakierowanej na niwelowanie dysproporcji w rozkładzie dochodów może być zmiana kształtu rozkładu, która może przyjmować różne formy. Możemy mieć do czynienia z redystrybucją dochodów w kierunku grup najuboższych kosztem grup bogatszych, co prowadzi do zmniejszenia asymetrii, lub też przeciwnie – na skutek podnoszenia kwalifikacji może dojść do zwiększenia tzw. prawego ogona rozkładu. W dłuższym okresie w wielu krajach można też obserwować jeszcze inny efekt związany z procesem zanikania klasy średniej, który przejawia się w kształcie rozkładu jako przesuwanie się częstości ze środka rozkładu w kierunku ogonów.

Rozważmy dekompozycję luki dochodowej o charakterze addytywnym, opartą na średniej arytmetycznej jako mierze położenia (por. Handcock, Morris, 2006). Niech Y_{0L} oznacza hipotetyczną zmienną losową opisującą grupę referencyjną Y_0 , o wartości średniej odpowiadającej zmiennej losowej Y , czyli $Y_{0L} = Y_0 + \rho$, przy czym $\rho = \mu_Y - \mu_{Y_0}$. Gęstość zmiennej losowej Y_{0L} przedstawia wzór

$$f_{0L}(y) := f_0(y - \rho) \quad (3.33)$$

natomiast jej dystrybuanta określona jest następująco

$$F_{0L}(y) := F_0(y - \rho). \quad (3.34)$$

Gęstość zmiennej losowej Y_{0L} zachowuje kształt gęstości zmiennej Y_0 i może być wykorzystana do następującej dekompozycji względnej gęstości porównywanych rozkładów:

$$\frac{f(y_r)}{f_0(y_r)} = \frac{f_{0L}(y_r)}{f_0(y_r)} \times \frac{f(y_r)}{f_{0L}(y_r)} \quad (3.35)$$

Prawa strona równania (3.35) określa kolejno:

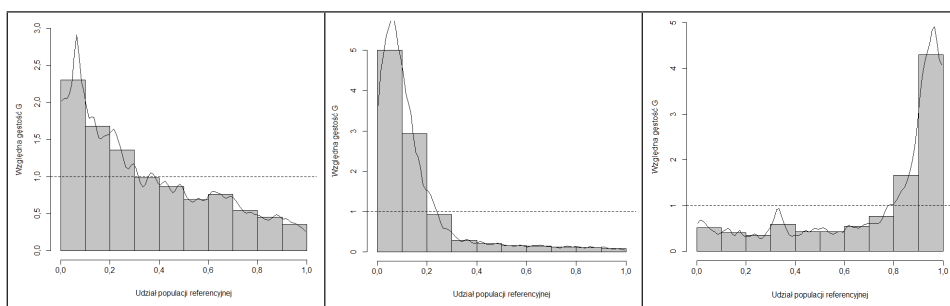
- ilorz gęstości uwzględniający jedynie zmianę położenia rozkładów (przy ustalonym kształcie takim jak w rozkładzie Y_0),
- ilorz gęstości uwzględniający jedynie zmianę kształtu porównywanych rozkładów (przy stałym położeniu na poziomie rozkładu zmiennej Y).

Juhn i in. (1991) opracowali metodę izolowania wpływu różnic w parametrach położenia (średnie) i skali (wariancje) na średnie różnice płac między dwiema grupami, stosując podejście oparte na modelach regresji. Następnie wykorzystali tę metodę do badania różnic rasowych w płacach. Z kolei Blau i Kahn (1994) stosują tę samą metodę do oceny różnic między płciami. Główne ograniczenie metod dekompozycji opartych na regresji związane jest z faktem, że określają one wpływ

czynników jedynie na średnie różnice między rozkładami. Podejście takie nie zapewnia w pełni dystrybucyjnego podejścia do różnic w lokalizacji i/lub kształcie między dwoma rozkładami oraz nie pozwala na ocenę wpływu zmiennych towarzyszących na kształtowanie się luki dochodowej dla całego rozkładu.

Wykorzystanie metod dekompozycji luki dochodowej określonych formułami (3.31) i (3.35) pozwala na określenie, odpowiednio, wpływu zmiennych objaśniających oraz wpływu różnic kształtu i położenia między dwoma rozkładami na rozkład względny, czyli ich lukę dochodową. Oba czynniki, podobnie jak lewa strona równania, są gęstościami względnymi i są tak samo interpretowane (por. Handcock, Morris, 2006).

Dodatkową zaletą przedstawionych metod dekompozycji jest ich prezentacja graficzna w postaci zestawu trzech rysunków (rys. 3.5), która dostarcza wizualnej informacji na temat obu efektów i ich wpływu na lukę dochodową – w przypadku braku różnic w położeniu lub kształcie obserwujemy rozkłady równomierne. Odchylenia od równomierności w poszczególnych częściach rozkładu, czyli dla różnych kwantyli, pozwalają rozpoznać wpływ zmian położenia (panel środkowy) lub kształtu (panel prawy) na wielkość obserwowanych dysproporcji dochodowych (panel lewy).



Rys. 3.5. Przykład dekompozycji luki dochodowej według efektu położenia i kształtu porównywanych rozkładów

Źródło: opracowanie własne.

W przedstawionym przykładzie (rys. 3.5) możemy zauważyć ciekawą sytuację, że efekty skali i kształtu, determinujące dysproporcje dochodowe między porównywanymi populacjami, w pewnym sensie się kompensują. W środkowym panelu widzimy, że wpływ skali zauważalny jest przede wszystkim w trzech pierwszych grupach decylowych, co powoduje dużo większy odsetek grupy badanej w niskich grupach dochodowych. Z kolei efekt różnic kształtu działa przeciwnie – w panelu prawym największe dysproporcje obserwujemy w ostatnich grupach decylowych, czyli w prawym ogonie rozkładu. W związku z tym, gdyby nie kompensujący wpływ różnic w kształcie rozkładów, obserwowana luka między nimi byłaby znacznie większa, co można zauważyć w środkowym panelu.

3.5. Zastosowanie graficznych metod porównywania rozkładów

3.5.1. Analiza rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce i we Włoszech według makroregionów

Porównanie różnic dochodowych między kobietami a mężczyznami w krajach i regionach Unii Europejskiej (UE) wydaje się szczególnie interesujące w kontekście polityki społecznej i gospodarczej zmierzającej do tzw. zrównoważonego rozwoju. W bazie danych Eurostatu można znaleźć wskaźnik o nazwie „Nieskorygowana różnica w wynagrodzeniach kobiet i mężczyzn” (*Unadjusted gender pay gap*), zdefiniowany jako względna różnica między średnimi zarobkami brutto, pochodzącymi z prowadzonego co cztery lata Badania Struktury Zarobków (<https://ec.europa.eu/eurostat/web/microdata/structure-of-earnings-survey>). Według tego badania zróżnicowanie wynagrodzenia ze względu na płeć w UE w 2018 r. wynosiło 14,1% i zmieniło się tylko minimalnie w ciągu ostatniej dekady – oznacza to, że kobiety zarabiają średnio o 14,1% mniej niż mężczyźni w przeliczeniu na godzinę pracy. Kolejną miarą stosowaną przez Eurostat jest tzw. Ogólna różnica w zarobkach ze względu na płeć (*Gender overall earnings gap*), która mierzy łącznie różnice w średnich płacach godzinowych, średniej miesięcznej liczbie przepracowanych godzin (przed wszelkimi korektami dotyczącymi pracy w niepełnym wymiarze czasu pracy) oraz we wskaźnikach zatrudnienia. Według tej miary w 2018 r. luka płci wyniosła 36,7% i wzrosła w stosunku do poprzedniego badania przeprowadzonego w 2014 r. o 5,1 punktu procentowego (<https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/teqges01/default/table?lang=en>). Podobne sumaryczne wskaźniki można łatwo uzyskać na podstawie danych pochodzących z EU-SILC (Badanie Dochodów i Warunków Życia) poprzez porównanie średnich lub median dochodów, które są ogólnie dostępne dla obu płci. Takie podejście wydaje się jednak niezadowolające, gdyż badane zjawisko związane jest z całym rozkładem dochodów i trudno uchwycić pełen zakres różnic za pomocą wymienionych tu pojedynczych miar. Do pełnej analizy zjawiska należy wyjść poza typowe porównania oparte na średnich lub medianach dochodów w kierunku porównania całych rozkładów dochodów kobiet w stosunku do dochodów mężczyzn, a także, w celu wyjaśnienia przyczyn rozbieżności, wziąć pod uwagę zmienne towarzyszące. Podejście takie zastosowano w niniejszej analizie.

Celem było porównanie rozkładów dochodów w Polsce i we Włoszech, ponieważ kraje te, mimo podobnego do 2015 r. średniego poziomu nierówności, różnią się pod wieloma względami, co stanowi interesujące tło do rozważań w kontekście rozkładu nierówności dochodowych pomiędzy różne grupy społeczne i regiony. Jak wiadomo, Włochy, mimo obecnego pogorszenia sytuacji ekonomicznej, to dobrze ugruntowana gospodarka rynkowa, podczas gdy w Polsce nadal widoczne są efekty przejścia od gospodarki centralnie planowanej do gospodarki rynkowej. Co

bardzo istotne dla naszych rozważań, badanie stopnia tolerancji dla nierówności dochodowych w różnych krajach europejskich, prowadzone przez instytut badań społecznych Tárki (Tárki, 2009), potwierdziło znacznie niższy poziom akceptacji nierówności w bloku posocjalistycznym niż w innych krajach europejskich.

Do celów analizy wykorzystano porównanie rozkładów za pomocą:

- funkcji gęstości,
- krzywych koncentracji,
- podejścia opartego na rozkładzie względnym.

Obliczenia oparto na danych indywidualnych (mikrodanych) pochodzących z reprezentacyjnego badania EU-SILC, prowadzonego w ramach Unii Europejskiej na temat dochodów i warunków życia ludności i gospodarstw domowych w krajach członkowskich (Eurostat, 2015, 2018).

EU-SILC jest badaniem reprezentacyjnym mającym na celu zebranie aktualnych i porównywalnych danych przekrojowych oraz panelowych dotyczących dochodów, ubóstwa, wykluczenia społecznego i warunków życia. Instrument ten jest ściśle powiązany z Europejskim Systemem Statystycznym (ESS) i koordynowany przez Eurostat. W badaniu przyjęto, że zmienną badaną jest dochód osobisty brutto (ang. *personal gross income*), mierzony w skali roku, na który składają się następujące zmienne:

- PY010G – dochód z tytułu zatrudnienia (ang. *employee gross income*),
- PY050G – świadczenia pieniężne z tytułu samozatrudnienia (ang. *cash benefits from self-employment*),
- PY080G – indywidualne plany emerytalne (ang. *gross individual pension plans*),
- PY090G – zasiłki dla bezrobotnych (ang. *gross unemployment benefits*),
- PY100G – świadczenia emerytalne z tytułu wieku (ang. *old-age benefits*),
- PY110G – świadczenia z pomocy społecznej (ang. *survivor benefits*),
- PY130G – renty inwalidzkie (ang. *disability benefits*),
- PY140G – dodatki na edukację (ang. *education-related allowances*).

Dochód brutto pracownika z tytułu zatrudnienia obejmuje następujące pozycje: płace i pensje wypłacane w gotówce za przepracowany czas lub pracę wykonaną w ramach głównej i jakiegokolwiek dodatkowej lub dorywczej pracy, wynagrodzenie za czas nieprzepracowany (np. urlopy), podwyższone stawki wynagrodzenia za nadgodziny, opłaty wypłacane dyrektorom zarejestrowanych przedsiębiorstw, płatności akordowe, płatności na rzecz opieki nad dziećmi, prowizje, napiwki i gratyfikacje, dopłaty (np. tzw. trzynastki), wypłaty z podziału zysków i premie wypłacane w gotówce, dopłaty uzależnione od wydajności, dodatki wypłacane za pracę w odległych lokalizacjach (uwzględniane w warunkach pracy), dodatki na transport do lub z pracy (Eurostat, 2015). Podejście oparte na tzw. rozkładzie relatywnym (ang. *relative distribution method*) przedstawione jest w pracy Handcocka i Morrisa (2006).

Tabele 3.3 i 3.4 zawierają statystyki opisowe, otrzymane na podstawie prób odpowiednio dla Polski i Włoch (por. Greselin, Jędrzejczak, 2020). Akronimy takie jak PL1 odpowiadają kodowi regionu zgodnie z Nomenklaturą Jednostek

Terytorialnych do Celów Statystycznych (NUTS 1), tj. klasyfikacją statystyczną jednostek gospodarczych we Wspólnocie Europejskiej. Według tego standardu „PL” oznacza Polskę, „IT” oznacza Włochy.

Tabele 3.5 i 3.6 zawierają wybrane kwantyle (rzędów 0,5 i 0,98) oraz miary nierównomierności Giniego i Zengi dla dochodów mężczyzn i kobiet w tych samych przekrojach, otrzymane na podstawie parametrów modelu teoretycznego, za jaki przyjęto trójparametrowy rozkład Daguma (por. Greselin, Jędrzejczak, 2020). Podejście takie służy wyrównywaniu nieprawidłowości wynikających z metody gromadzenia danych; ułatwia także badanie własności charakterystyk liczbowych, wyrażonych jako funkcje określonych parametrów rozkładu teoretycznego (por. Jędrzejczak, Pekasiewicz, 2020b). Parametry rozkładu Daguma zostały oszacowane metodą największej wiarygodności za pomocą pakietu VGAM w środowisku R.

Tab. 3.3. Charakterystyki statystyczne rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce według makroregionów

Płeć/Region	Liczebność próby	Średnia [euro]	Odch. stand. [euro]	CV [%]	Kwantyl $p = 0,1$	Kwantyl $p = 0,9$
Mężczyźni	9 933	8 161,19	6 653,44	81,53	2 592,31	15 056,28
PL1 Centralny	1 671	8 706,55	8 254,98	94,81	2 736,37	16 629,50
PL2 Południowy	1 643	8 856,33	6 803,08	76,82	2 897,50	16 026,34
PL3 Wschodni	2 144	7 238,46	5 706,81	78,84	2 314,73	13 089,05
PL4 Płn.-zach.	1 619	7 840,48	5 700,71	72,71	2 520,37	14 407,67
PL5 Płd.-zach.	1 062	8 832,24	7 105,86	80,45	2 890,47	16 531,06
PL6 Północny	1 789	8 011,59	6 258,61	78,12	2 543,79	14 748,23
Kobiety	10 418	5 971,75	4 353,53	72,90	2 433,64	10 684,22
PL1 Centralny	1 840	6 465,56	5 068,22	78,39	2 379,03	12 217,93
PL2 Południowy	1 636	6 026,90	4 126,82	68,47	2 379,03	10 686,66
PL3 Wschodni	2 287	5 628,20	4 251,29	75,54	2 381,86	10 208,30
PL4 Płn.-zach.	1 682	5 938,50	4 223,81	71,13	2 453,39	10 551,47
PL5 Płd.-zach.	1 166	6 089,52	4 029,06	66,16	2 670,94	10 458,62
PL6 Północny	1 807	5 809,89	4 167,98	71,74	2 379,90	10 452,55
Polska	20 351	7 040,27	5 701,24	80,98	2 418,85	13 269,61

Źródło: obliczenia własne na podstawie polskiej edycji EU-SILC (2015).

Tab. 3.4. Charakterystyki statystyczne rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech według makroregionów

Płeć/Region	Liczebność próby	Średnia [euro]	Odch. stand. [euro]	CV [%]	Kwantyl $p = 0,1$	Kwantyl $p = 0,9$
Mężczyźni	15 636	29 848,67	29 694,50	99,48	8 049,5	52 943,0
IT1 Płn. Zachód	3 999	33 525,19	31 776,78	94,78	10 500,0	58 407,6
IT2 Płn. Wschód	3 832	33 296,54	30 983,48	93,05	9 805,0	59 568,1
IT3 Centralny	3 677	29 648,77	25 267,16	85,22	8 872,0	52 767,4
IT4 Południowy	3 004	23 070,73	22 050,75	95,58	5 706,8	41 165,5
IT5 Wyspy	1 124	23 782,30	42 048,10	176,80	4 684,1	41 305,5
Kobiety	14 195	19 623,46	16 253,38	82,83	5 192,2	35 126,6
IT1 Płn. Zachód	3 738	20 775,53	17 509,70	84,28	6 455,9	35 570,2
IT2 Płn. Wschód	3 547	21 785,86	17 332,07	79,56	6 669,0	39 280,4
IT3 Centralny	3 417	15 923,52	12 648,31	79,82	5 365,8	35 641,4
IT4 Południowy	2 574	15 634,07	12 648,31	80,90	3 627,0	30 838,8
IT5 Wyspy	919	16 552,74	14 363,40	86,77	3 627,0	31 297,4
Włochy	29 831	24 983,03	24 777,90	99,18	6 442,0	45 188,0

Źródło: obliczenia własne na podstawie włoskiej edycji EU-SILC (2015).

Tab. 3.5. Oszacowane parametry rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce według makroregionów

Region/Płeć	Mediana [euro]	98%Q [euro]	Parametry rozkładu Daguma			Współczynniki		
			a	p	b	Gini	Zenga	
PL1 Centralny	M	6 678	32 106	2,759	0,690	8 198	0,395	0,741
	K	5 118	21 863	2,969	0,662	6 446	0,400	0,559
PL2 Południowy	M	7 285	27 948	3,149	0,620	9 243	0,380	0,707
	K	5 024	18 793	3,456	0,592	6 490	0,335	0,681
PL3 Wschodni	M	6 034	22 743	3,230	0,532	8 167	0,369	0,720
	K	4 631	17 713	3,235	0,689	5 541	0,340	0,684
PL4 Płn.-zach.	M	6 568	24 144	3,299	0,531	8 927	0,363	0,713
	K	4 983	19 719	3,491	0,579	6 380	0,335	0,681
PL5 Płd.-zach.	M	6 868	30 961	2,837	0,711	8 385	0,382	0,727
	K	5 115	18 084	3,638	0,633	6 361	0,313	0,653
PL6 Północny	M	6 344	26 501	3,201	0,544	8 881	0,370	0,720
	K	4 884	18 348	3,315	0,612	6 103	0,345	0,691
Polska	M	6 614	26 855	3,067	0,592	8 634	0,374	0,723
	K	4 954	19 079	3,291	0,633	6 162	0,344	0,689

Źródło: obliczenia własne na podstawie włoskiej edycji EU-SILC (2015).

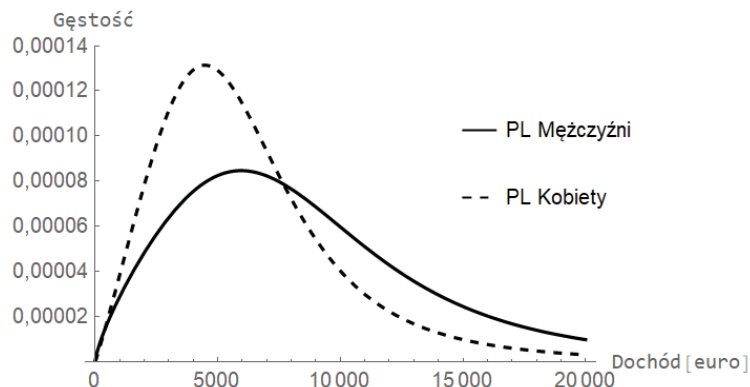
Tab. 3.6. Oszacowane parametry rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech według makroregionów

Region/Pteć	Mediana [euro]	$Y_{0,98}$ [euro]	Parametry rozkładu Daguma			Współczynniki		
			a	p	b	Giniego	Zengi	
IT1 Płn. Zachód	M	26 558	115 004	3,155	0,543	36 268	0,381	0,732
	K	18 336	70 201	3,398	0,448	26 847	0,375	0,729
IT2 Płn. Wschód	M	26 924	119 106	3,176	0,574	35 119	0,378	0,726
	K	17 954	69 697	3,546	0,423	26 063	0,375	0,731
IT3 Centralny	M	24 312	105 968	3,182	0,518	32 272	0,382	0,734
	K	17 008	67 820	3,483	0,402	26 041	0,383	0,739
IT4 Południowy	M	19 459	78 504	3,361	0,417	29 145	0,397	0,753
	K	11 988	43 996	3,140	0,419	20 472	0,401	0,756
IT5 Wyspy	M	19 082	83 811	3,171	0,388	30 242	0,446	0,794
	K	13 291	53 752	3,411	0,344	23 835	0,414	0,770
Włochy	M	24 250	106 527	3,173	0,491	34 161	0,395	0,747
	K	16 513	64 208	3,442	0,401	25 673	0,388	0,744

Źródło: obliczenia własne na podstawie polskiej edycji EU-SILC (2015).

Na podstawie tab. 3.5 i 3.6 można zauważyć, że różnice między medianami dochodów dla obu płci były wyższe we Włoszech, gdzie mężczyźni byli bardziej zaможni niż kobiety średnio o 47% (w Polsce było to 34%). W przeciwieństwie do różnic między średnimi poziomami dochodów kobiet i mężczyzn (podobną jak dla median zależność zaobserwowano dla średnich) większą rozbieżność między poziomami nierówności dochodowych zaobserwowano w Polsce. Indeks Giniego oszacowany dla mężczyzn w Polsce był o 9% wyższy niż dla kobiet; we Włoszech różnica ta była mniejsza i wynosiła jedynie 1,8%. Dla włoskich mężczyzn wskaźnik Zengi wyniósł $Z = 0,747$. Oznacza to, że średnio rzecz biorąc, średni dochód $p\%$ najbiedniejszych mężczyzn był tam o $1-74,7 = 25,3\%$ niższy od średniego dochodu $(1-p)\%$ najbogatszej frakcji mężczyzn w próbie (por. Greselin, Jędrzejczak, 2020). Dla włoskich kobiet wskaźnik Zengi miał zbliżoną wartość $Z = 0,744$, a więc średni dochód biedniejszej części kobiet był średnio o 25,6% niższy niż średni dochód najbogatszej części kobiet w próbie. W Polsce wartości wskaźników Zengi dla mężczyzn i kobiet wynosiły odpowiednio 0,723 i 0,689.

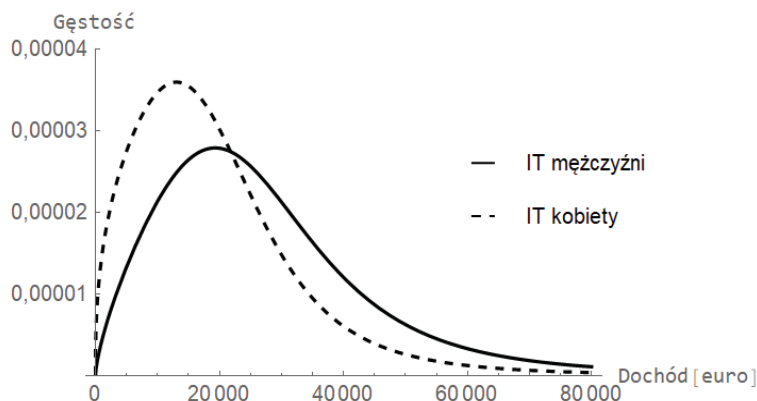
Ciekawe wyniki uzyskano, analizując różnice regionalne – porównując jedynie średnie poziomy dochodów, można zauważyć, że różnice między regionami były znacznie mniejsze w Polsce niż we Włoszech. Odwrotnie wygląda sytuacja, gdy porównujemy poziomy nierówności dochodowych w poszczególnych regionach – wielkości współczynników Giniego i Zengi były bardziej zróżnicowane w Polsce. Można więc stwierdzić, że nierówności dochodowe we Włoszech skupione są raczej między regionami, natomiast w Polsce w większym stopniu wewnątrz nich. Ponadto we Włoszech najwyższa nierówność wystąpiła w najbiedniejszym regionie IT5 (Wyspy), podczas gdy w Polsce największe nierówności wystąpiły w najbogatszym regionie *Centralnym*. Próba interpretacji tego zjawiska została zawarta w artykule Jędrzejczak (2015a), gdzie odmienną przestruenną zróżnicowania nierówności dochodowych w Polsce i we Włoszech rozważana była z punktu widzenia zasłności historycznych i poziomu rozwoju gospodarczego.



Rys. 3.6. Aproksymacja rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w roku 2015 za pomocą rozkładu Daguma

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).

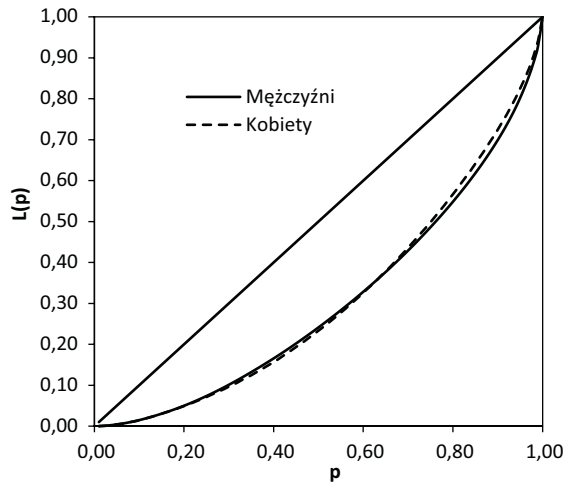
Rysunki 3.6 i 3.7 przedstawiają rozkłady dochodów mężczyzn i kobiet odpowiednio dla Polski i Włoch, otrzymane w wyniku aproksymacji rozkładów empirycznych za pomocą modelu Daguma. Na rysunkach można zauważyć, że funkcję gęstości dla obu krajów mają podobny kształt (parametry a i p), różnią się jednak pod względem skali (parametr b), co wynika ze znacznych różnic miar położenia, gdyż rozkłady mężczyzn są przesunięte wyraźnie na prawo względem rozkładów kobiet. To spostrzeżenie, podobnie jak wnioski wynikające z charakterystyk zawartych w tabelach, jest jednak niewystarczające do oceny stopnia rozbieżności między porównywanymi grupami. Statystyki zawarte w tabelach są miarami uśrednionymi, ukazują więc jedynie różnice w średnich poziomach dochodów oraz w poziomach syntetycznych miar nierówności. Do pogłębionej analizy wykorzystamy w pierwszej kolejności punktowe miary nierówności, jakimi są funkcje Lorenza i Zengi (2.11 i 2.32).



Rys. 3.7. Aproksymacja rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech w roku 2015 za pomocą rozkładu Daguma

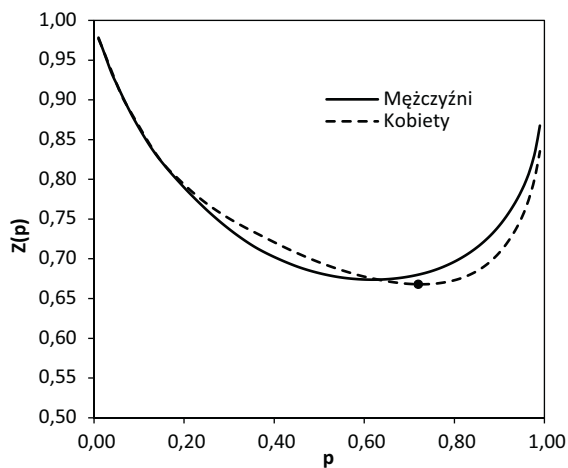
Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).

Krzywe Lorenza i Zengi przedstawione zostały na rys. 3.8–3.11. Można łatwo zauważyć, że funkcje Lorenza dla Włoch (rys. 3.8) i dla Polski (rys. 3.10) dostarczają niewiele informacji o nierównościach wewnątrz porównywanych grup, co jest zgodne z uwagami dotyczącymi własności krzywych koncentracji, przedstawionymi w rozdziale pierwszym. Krzywe Lorenza dla obu płci są niemal identyczne, przy czym dla Włoch przecinają się, wskazując nieznacznie większą nierówność wśród mężczyzn tylko w wyższych grupach dochodowych. Dla Polski nierówność mężczyzn według krzywej Lorenza jest wyższa niż kobiet dla wszystkich poziomów p .



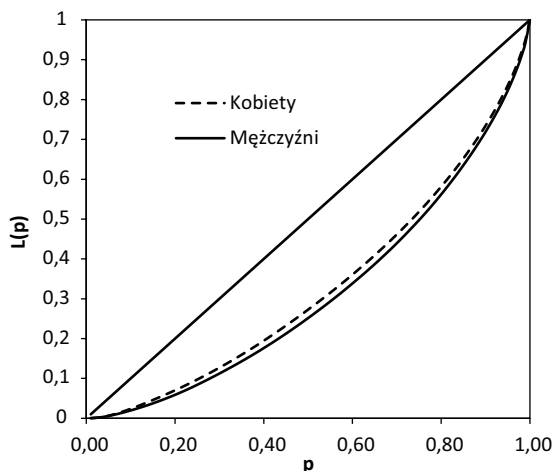
Rys. 3.8. Funkcje Lorenza dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech, 2015 r.

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).



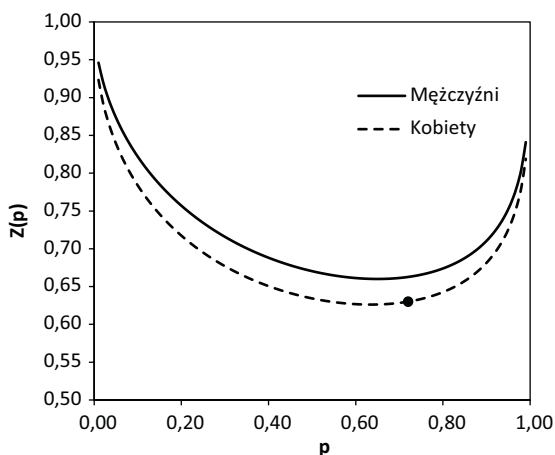
Rys. 3.9. Funkcje Zengi dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech w 2015 r.

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).



Rys. 3.10. Funkcje Lorenza dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w 2015 r.

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).



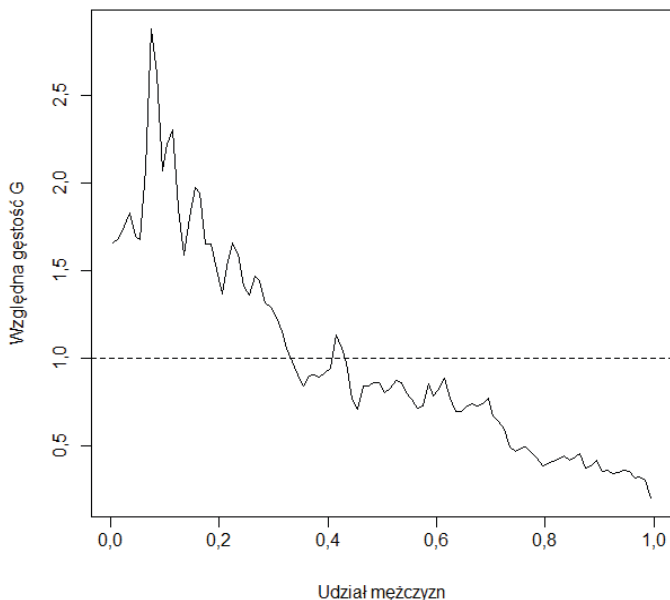
Rys. 3.11. Funkcje Zengi dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w 2015 r.

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).

Różnice w nierównościach rozkładów dochodów kobiet i mężczyzn są znacznie lepiej widoczne na rys. 3.9 i 3.11, na których przedstawiono krzywe Zengi (por. podrozdz. 2.2). Krzywe Zengi, ze względu na to, że oparte są na porównaniu (dla każdego p) nienakładających się i przeciwstawnych grup populacji (odpowiadających udziałom odpowiednio p i $1-p$), są bardziej wrażliwe na zmiany nierówności w każdym punkcie rozkładu dochodów. W Polsce krzywa Zengi dla mężczyzn leży wyraźnie powyżej krzywej dla kobiet, co pozwala rozpoznać wyższe nierówności dochodowe dla tej grupy w całym przedziale dochodów. We Włoszech krzywe Zengi pokazują znacznie mniejszą rozbieżność między grupami płci. Dodatkowo

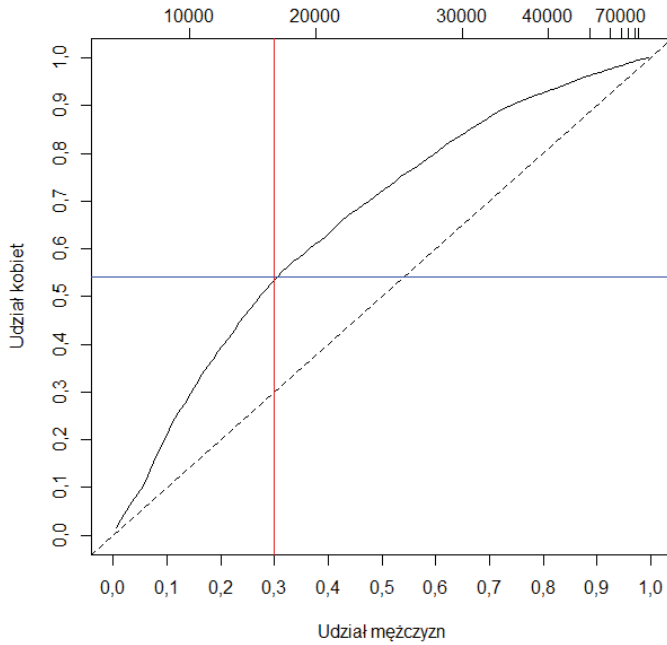
krzywe przecinają się, zmienia się więc relacja między poziomami nierówności: dochody mężczyzn są bardziej nierównomierne dla grup o wyższych dochodach, podczas gdy dla dochodów niskich i średnich rozkład dochodów mężczyzn jest w porównaniu z kobietami bardziej jednorodny. Jako przykład interpretacji wykorzystamy wyróżniony punkt na krzywej Zengi dotyczącej kobiet we Włoszech (przerywana linia na rys. 3.9) – można stwierdzić, że 72% najbiedniejszych kobiet ma średni dochód równy jedynie 33% średniego dochodu 28% najbogatszych kobiet. Dla Polski udział ten wynosi 37%, wskazuje więc na mniejszą nierównomierność rozkładu dochodów kobiet.

Analiza krzywych koncentracji jest bardzo istotna z punktu widzenia porównywania rozkładów dochodów, nie dostarcza jednak pełnego obrazu różnic między rozkładami. Można powiedzieć, że porównanie krzywych koncentracji pokazuje różnice między rozkładami wynikające jedynie z różnych poziomów nierówności wewnątrz tych rozkładów – nie jest to jednak równoważne z pełną analizą nierówności międzygrupowych, które zależą także od średnich dochodów w grupach. Oczywiście w wielu przypadkach podpopulacje o wyższych poziomach dochodów mają też większe poziomy nierówności, co wynika z występowania w nich bardzo wysokich dochodów, jednak nie musi tak być. Możemy sobie wyobrazić dwie populacje posiadające różne średnie poziomy dochodu, w których nierówności dochodowe wcale nie występują; podobnie dla rozkładów o tych samych średnich czy medianach możemy obserwować znacząco różne poziomy nierówności.



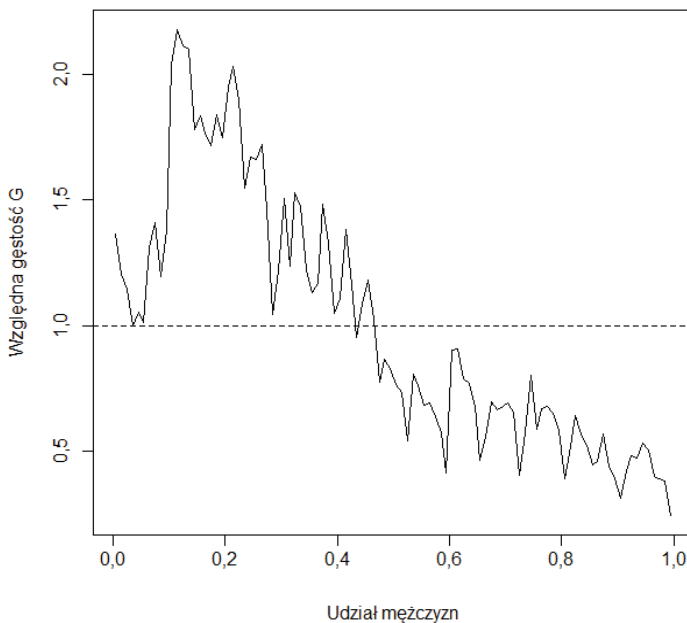
Rys. 3.12. Względna gęstość dochodów kobiet w stosunku do mężczyzn we Włoszech w 2015 r.

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).



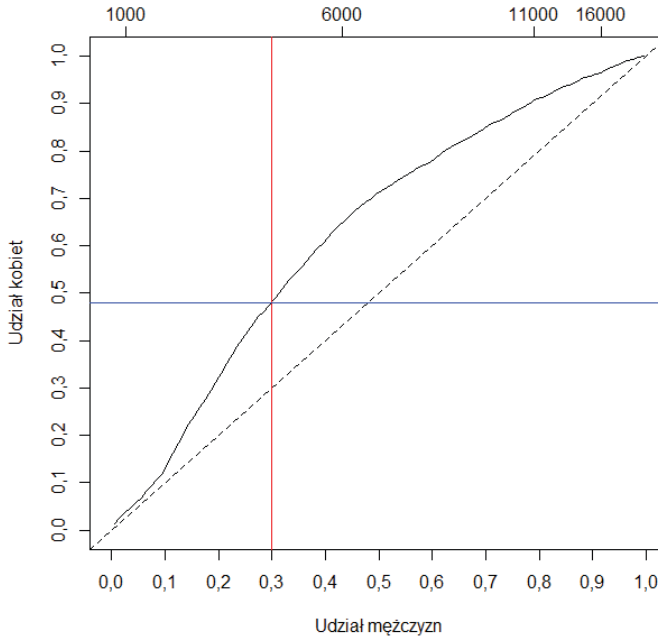
Rys. 3.13. Luka dochodowa między mężczyznami a kobietami we Włoszech w 2015 r.

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).



Rys. 3.14. Względna gęstość dochodów kobiet w stosunku do mężczyzn w Polsce w 2015 r.

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).

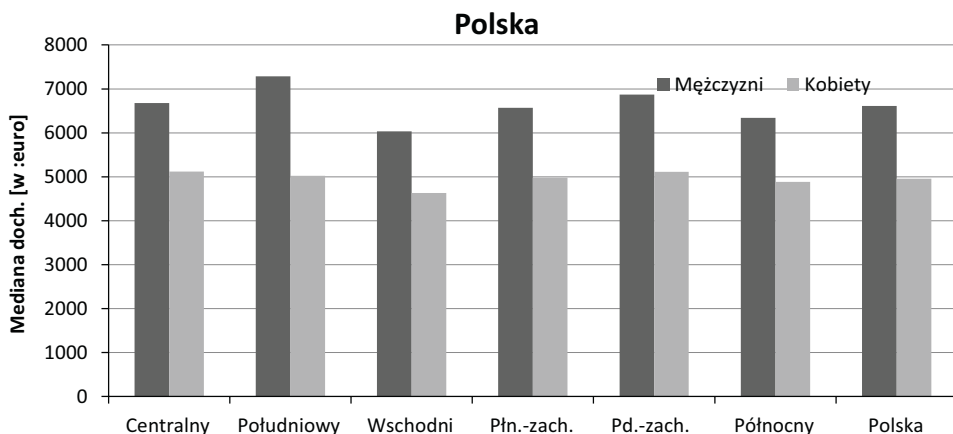


Rys. 3.15. Luka dochodowa między mężczyznami a kobietami w Polsce w 2015 r.

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).

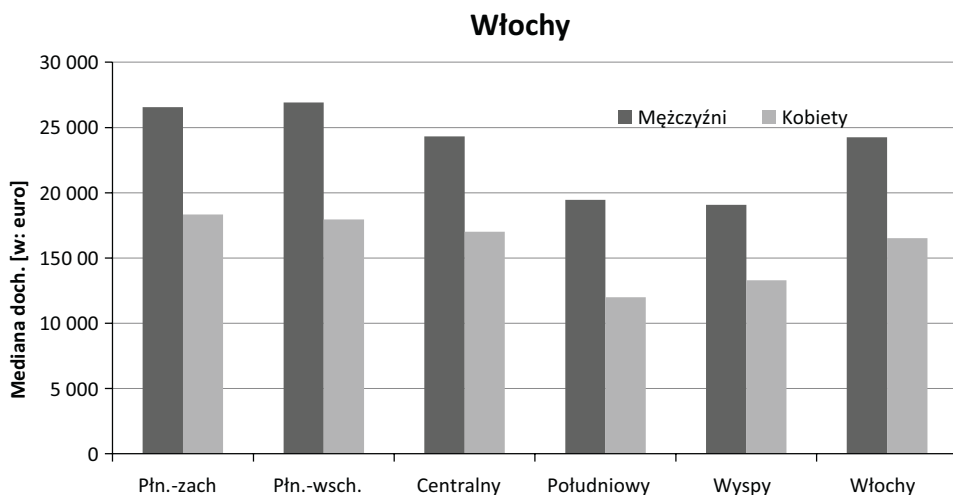
Bardziej szczegółowych i pogłębionych informacji na temat całości różnic między porównywanymi rozkładami dostarcza omówione w podrozdziale 3.4.2 podejście oparte na rozkładzie relatywnym. Wyniki analiz opartych na tym podejściu pokazane zostały na rys. 3.12–3.15, przy czym rys. 3.12 i 3.13 przedstawiają odpowiednio względną gęstość i względną dystrybuantę dla Włoch, podczas gdy funkcje te dla Polski zostały pokazane na rys. 3.14 i 3.15. Każdy punkt krzywej ma dokładną interpretację: na rys. 3.13 widzimy na przykład, że dla trzeciego decyla rozkładu zarobków mężczyzn we Włoszech, czyli $p = 0,3$, mamy $G(p) = 0,54$. Oznacza to, że ok. 54% kobiet zarabia mniej niż hipotetyczny mężczyzna, odpowiadający trzeciemu decylowi dochodu. Dla Polski wielkości te wyglądają nieco inaczej – jedynie 48% kobiet zarabia mniej niż mężczyzna odpowiadający trzeciemu decylowi dochodu (por. rys. 3.15). Luka dochodowa między kobietami a mężczyznami dla Polski jest więc nieco mniejsza. Jedną z interesujących własności wykresów względnej dystrybuanty jest to, że na górnej osi można pokazać dodatkowo wielkości dochodów, np. w euro, odpowiadające wybranym kwantylom (por. rys. 3.13). Zauważmy, że odległości między poziomami dochodów są wyrażone raczej w liczbie osób niż w euro. Obserwujemy zatem, że odległość między 0 a 10 000 euro jest większa niż odległość między 10 000 a 20 000 euro, ponieważ większy odsetek badanych jednostek ma dochody mieszczące się w pierwszym przedziale dochodów niż w drugim. Podsumowując, można stwierdzić, że informacja uchwyciona

przez różnice między krzywymi gęstości na rys. 3.5 i 3.6 jest tutaj przekształcona na bezpośrednią ocenę luki dochodowej między mężczyznami a kobietami, co widzimy na rys. 3.13 i 3.15.



Rys. 3.16. Luka dochodowa w Polsce według makroregionów (mediany dochodów) w oparciu o dane EU-SILC 2015

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).



Rys. 3.17. Luka dochodowa we Włoszech według makroregionów (mediany dochodów) w oparciu o dane EU-SILC 2015

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015).

Oprócz analizy luki dochodowej na poziomie całych populacji porównywanych krajów rozważane było także terytorialne zróżnicowanie tego zjawiska. Podejście takie wynikało z zaobserwowanej we wcześniejszych pracach autora (por. Jędrzejczak, 2015) wyraźnej dysproporcji między makroregionami oraz regionami pod

względem średniego poziomu dochodów, ich nierównomierności, a także innych parametrów rozkładu dochodów. Zdecydowano się wziąć po uwagę makroregiony (NUTS 1), a wyniki takiej analizy, uwzględniające różnicę w medianach dochodów dla obu grup płci, są dostępne na rys. 3.16 oraz 3.17. Bardziej szczegółowe wyniki porównań, w tym graficzną prezentację luk dochodowych w makroregionach dla Polski i Włoch, przedstawiono w suplemencie artykułu Greselin i Jędrzejczak (2020).

Na podstawie rys. 3.16 i 3.17 można zauważyć, że, po pierwsze, luka dochodowa między kobietami a mężczyznami we Włoszech jest dość zróżnicowana regionalnie, podczas gdy w Polsce jest bardziej stabilna. Istotną obserwacją jest ponadto to, że we Włoszech największą lukę dochodową obserwuje się w najbardziej rozwiniętym i najbogatszym regionie *Północno-wschodnim*, podczas gdy w Polsce największa luka występuje w regionie *Południowym*. W obu krajach zauważyć można ciekawą relację: wbrew naszym oczekiwaniom regiony o największych nierównościach mają najmniejsze różnice między dochodami mężczyzn i kobiet. W Polsce jest to region *Centralny*, a we Włoszech dzieje się to na *Wyspach*. W obu regionach stosunkowo niewielkie różnice między medianami dochodów wynikać mogą z bardzo wysokiej nierówności dochodowej obserwowanej w podpopulacji mężczyzn, a niewielkiej wśród kobiet.

3.5.2. Analiza zmian rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 2015–2018

Przedstawione w poprzednim podrozdziale wyniki analiz luki dochodowej w Polsce skłaniają do dalszych badań tego zjawiska w naszym kraju, szczególnie jeśli chodzi o zmiany obserwowanych dysproporcji w czasie, istnieją bowiem czynniki, które mogą prowadzić zarówno do pogłębienia, jak i zmniejszenia różnic dochodowych między kobietami a mężczyznami. Zjawiskiem, które może działać w kierunku pogłębienia zauważonych różnic, jest niewątpliwie ogólnoświatowa tendencja do zwiększania się nierównomierności rozkładu dochodów, szczególnie w skrajnych grupach dochodowych, która ma miejsce w wielu krajach, także europejskich. Według danych ONZ (<https://unstats.un.org/sdgs/report/2020/goal-10/>) najbogatsze 10% populacji posiada nawet do 40% światowego dochodu, podczas gdy najbiedniejszym 10% przypada tylko od 2 do 7%. Jeśli weźmiemy pod uwagę nierówność wzrostu liczby ludności w krajach rozwijających się w porównaniu z krajami rozwiniętymi, to światowe nierówności dochodowe wzrosły aż o 11%. Warto wspomnieć, że sprawa kierunku, w jakim zmierzają światowe nierówności, pozostaje kwestią sporną. Na przykład Kot i Ostasiewicz (2019) wykazali, że nierówności dochodowe na świecie spadają. W krajach Unii Europejskiej w ostatnich latach (szczególnie w okresie 2016–2018) obserwowaliśmy pewną stabilizację, a nawet zmniejszenie nierówności dochodowych, w zależności od przyjętej metody pomiaru zjawiska (<https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/tessi190/>

default/table). Sytuacja wygląda jednak inaczej, jeśli chodzi o szczególnie wrażliwe grupy, do których można zaliczyć mniejszości narodowe, niepełnosprawnych, a także kobiety, których dochody względem mężczyzn mierzone są przez Eurostat za pomocą tzw. *Overall gender gap* (<https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/teqges01/default/table?lang=en>).

Z kolei czynnikiem działającym w kierunku zmniejszania powstających różnic jest polityka zrównoważonego rozwoju (ang. *sustainable development*), proklamowana zarówno na poziomie Unii Europejskiej (już w roku 1957 w Traktatach Rzymskich), jak i przez Organizację Narodów Zjednoczonych. We wrześniu 2015 r. światowi przywódcy przyjęli program ONZ „Przekształcamy nasz świat: Agenda na rzecz zrównoważonego rozwoju 2030” ustanawiający zestaw celów zrównoważonego rozwoju, aby położyć kres ubóstwu, chronić planetę, zapewniać ochronę praw człowieka i zagwarantować dobrobyt dla wszystkich. Warto podkreślić, że wśród 17 sformułowanych wówczas celów na piątym miejscu znajduje się postulat równości płci (*Gender equality*), a na 10. miejscu zmniejszanie nierówności (*Reduced inequalities within and among countries*). Chodzi tu o nierówności w różnych przekrojach – zarówno dysproporcje rozwoju obserwowane między krajami, jak i wewnątrz nich – a więc nierówności między grupami społecznymi, etnicznymi, a także między podpopulacjami wyróżnionymi według płci czy też regionu.

Celem analizy będzie ocena zmian luki dochodowej w Polsce według makroregionów w latach 2015 i 2018 na podstawie danych pochodzących z badania EU-SILC. Wykorzystane zostaną metody oparte na porównaniu funkcji gęstości, krzywych koncentracji oraz metoda rozkładu relatywnego.

W tabeli 3.7 zaprezentowano podstawowe charakterystyki liczbowe rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce i według makroregionów w roku 2018, czyli po zmianie podziału administracyjnego kraju pod względem jednostek NUTS 1. Rys. 3.18 przedstawia funkcje gęstości dla rozkładów dochodów kobiet i mężczyzn w Polsce oszacowane metodą największej wiarygodności, przyjmując za rozkład teoretyczny przytaczany wcześniej trójparametrowy rozkład Daguma.

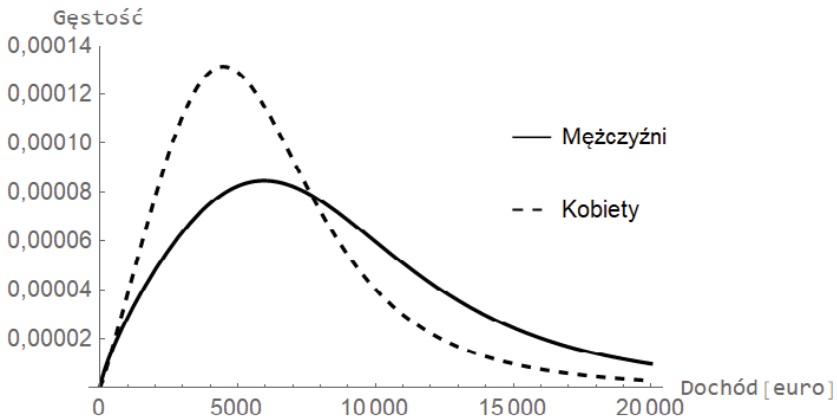
Tab. 3.7. Charakterystyki statystyczne rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce według makroregionów w roku 2018 na podstawie prób EU-SILC

Płeć/Region/2018	Liczebność próby	Średnia [euro]	Odch. stand. [euro]	CV [%]	Kwantyl $p = 0,1$	Mediana $p = 0,5$	Kwantyl $p = 0,9$
Mężczyźni	13 738	8 944,9	6 776,1	75,8	2 907,5	7 431,9	16 604,6
PL2 Południowy	2 395	9 502,8	6 825,3	71,8	3 200,1	7 836,4	17 258,3
PL4 Płn.-zach.	2 265	8 795,7	6 486,5	73,8	2 996,8	7 220,6	15 411,8
PL5 Płd.-zach.	1 409	9 652,7	6 983,3	72,4	3 146,6	7 899,7	17 456,7
PL6 Północny	2 431	8 995,9	6 605,0	73,4	2 876,8	7 436,0	15 917,0
PL7 Centralny	1 556	7 969,7	5 664,6	71,1	2 888,7	6 767,9	13 888,2
PL8 Wschodni	2 134	7 756,5	5 598,9	72,2	2 649,8	6 612,5	14 180,5
PL9 Mazowieckie	1 548	10 192,2	8 957,2	87,9	2 804,4	7 918,0	19 803,7

Tab. 3.7 (cd.)

Płeć/Region/2018	Liczebność próby	Średnia [euro]	Odch. stand. [euro]	CV [%]	Kwantyl $p = 0,1$	Mediana $p = 0,5$	Kwantyl $p = 0,9$
Kobiety	14 508	6 726,3	5 066,4	75,3	2 733,4	5 571,0	12 066,7
PL2 Południowy	2 446	6 823,2	4 821,9	70,7	2 616,3	5 645,1	11 512,5
PL4 Płn.-zach.	2 380	6 665,7	4 944,3	74,2	2 788,6	5 562,0	11 606,1
PL5 Płd.-zach.	1 505	6 831,8	4 712,4	69,0	2 787,3	5 644,8	12 301,6
PL6 Północny	2 536	6 783,7	5 290,5	78,0	2 566,7	5 372,3	10 469,0
PL7 Centralny	1 704	6 400,2	4 479,2	70,0	2 896,0	5 471,9	11 294,6
PL8 Wschodni	2 284	5 983,4	4 160,5	69,5	2 531,5	5 007,5	10 928,6
PL9 Mazowieckie	1 653	7 848,5	6 771,6	86,3	2 801,8	6 010,6	15 061,1
Polska	28 346	7 805,2	6 061,5	77,7	2 800,8	6 315,3	14 382,0

Źródło: obliczenia własne na podstawie polskiej edycji EU-SILC (2018).



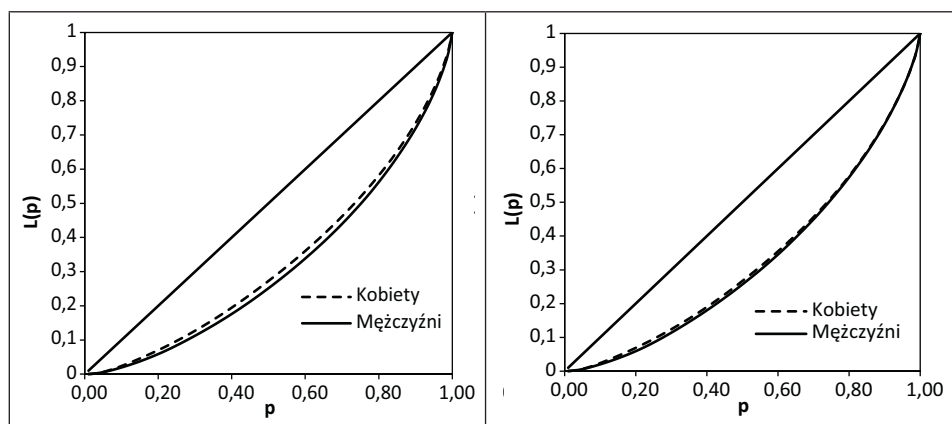
Rys. 3.18. Aproksymacja rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w roku 2018 za pomocą rozkładu Daguma

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2018).

Na rysunku 3.18 możemy zauważyć różnice w położeniu i kształcie porównywanych rozkładów, co potwierdza wstępną analizę przeprowadzoną na podstawie charakterystyk liczbowych pokazanych w tab. 3.7. Rozkład dochodów mężczyzn jest przesunięty w prawo, charakteryzuje się większą dyspersją i asymetrią.

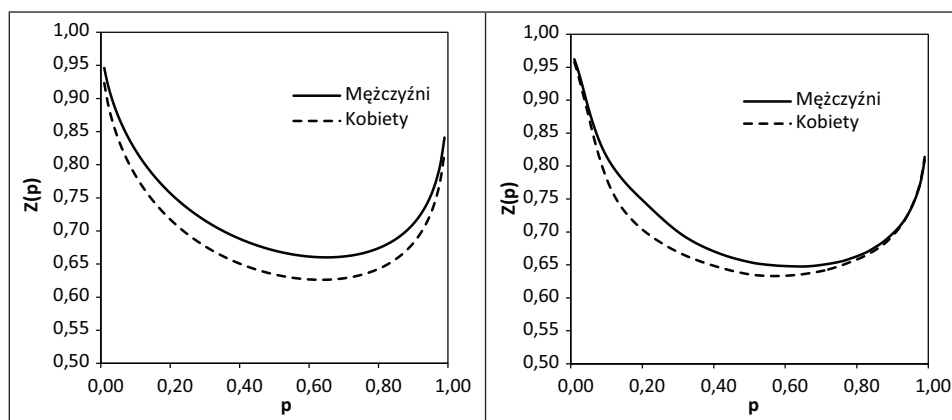
Porównując dane zawarte w tab. 3.7 z wielkościami zawartymi w tab. 3.3, można zauważyć, że w porównywaniu do roku 2015 wzrosły średnie i mediany dochodów obu grup, przy jednoczesnym nieznacznym wzroście dyspersji rozkładu kobiet i wyraźnym spadku dyspersji i asymetrii w rozkładzie mężczyzn. W efekcie relacje między funkcjami gęstości obu grup płci przedstawione na rys. 3.18 wyglądają podobnie jak na rys. 3.6, obrazującym rozkłady dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w roku 2015, chociaż można zauważyć większą dysproporcję między rozkładami dla wysokich grup dochodowych. Należy podkreślić, że porównanie funkcji gęstości nie pozwala na ocenę „luki” pomiędzy rozkładami, o czym wspomiano w podrozdziale 3.4.1.

Pogłębioną ocenę różnic pomiędzy rozkładami dochodów kobiet i mężczyzn z punktu widzenia ich nierównomierności umożliwiają krzywe koncentracji Lorenza i Zengi przedstawione na rys. 3.19 i 3.20. Są one niezależne od skali, w której przedstawione są dochody, i pozwalają na porównanie nierówności dla każdego $p \in [0,1]$. Jak już wcześniej wykazano, krzywe Lorenza znacznie słabiej wykrywają różnice między rozkładami ze względu na swój „wymuszony przebieg” (por. rozdział 2), co można zauważyć także w przypadku oceny różnic między rozkładami kobiet i mężczyzn w Polsce oraz zmian tych rozkładów w czasie (rys. 3.19). Krzywe Lorenza, biegnące bardzo blisko siebie w roku 2015, praktycznie pokrywają się w roku 2018, a oparte na nich syntetyczne indeksy Giniego różnią się tylko nieznacznie. Dla mężczyzn otrzymujemy następujące wartości indeksów: $G_{2015} = 0,374$, $G_{2018} = 0,382$, zaś dla kobiet: $G_{2015} = 0,344$, $G_{2018} = 0,350$.



Rys. 3.19. Funkcje Lorenza dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 2015 (panel lewy) i 2018 (panel prawy)

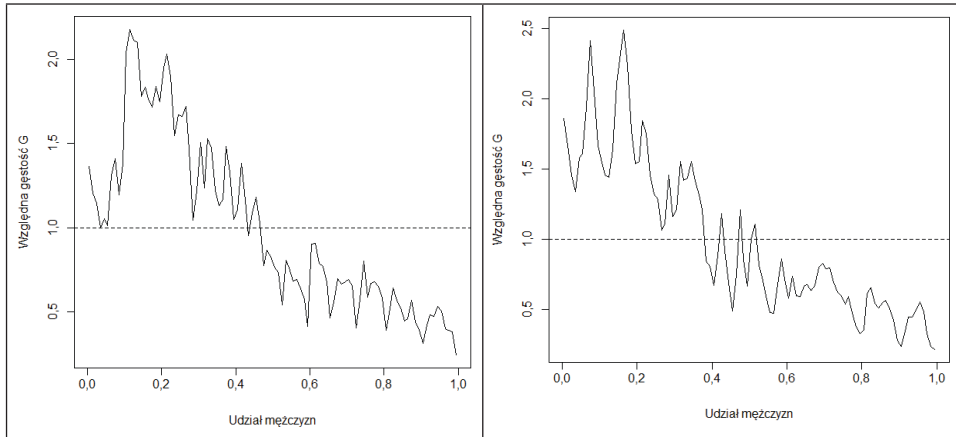
Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015) i EU-SILC (2018).



Rys. 3.20. Funkcje Zengi dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 2015 (panel lewy) i 2018 (panel prawy)

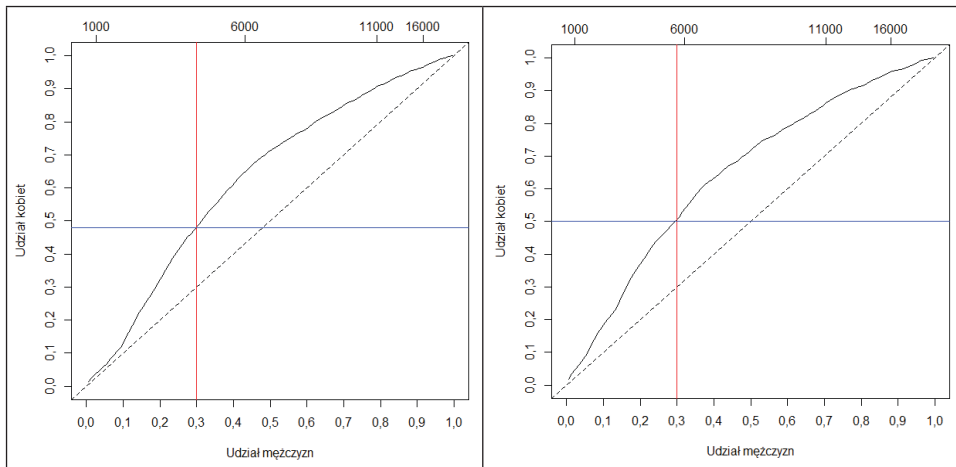
Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015) i EU-SILC (2018).

Pełnej informacji o różnicach między rozkładami kobiet i mężczyzn dostarcza podejście oparte na rozkładzie relatywnym (rys. 3.21 i 3.22), które bierze pod uwagę relację między gęstościami obu rozkładów, a więc uwzględnia różnice zarówno poziomów dochodów, jak i ich nierównomierności. Na rys. 3.23 i 3.24 możemy dodatkowo porównać lukę dochodową w różnych makroregionach Polski.



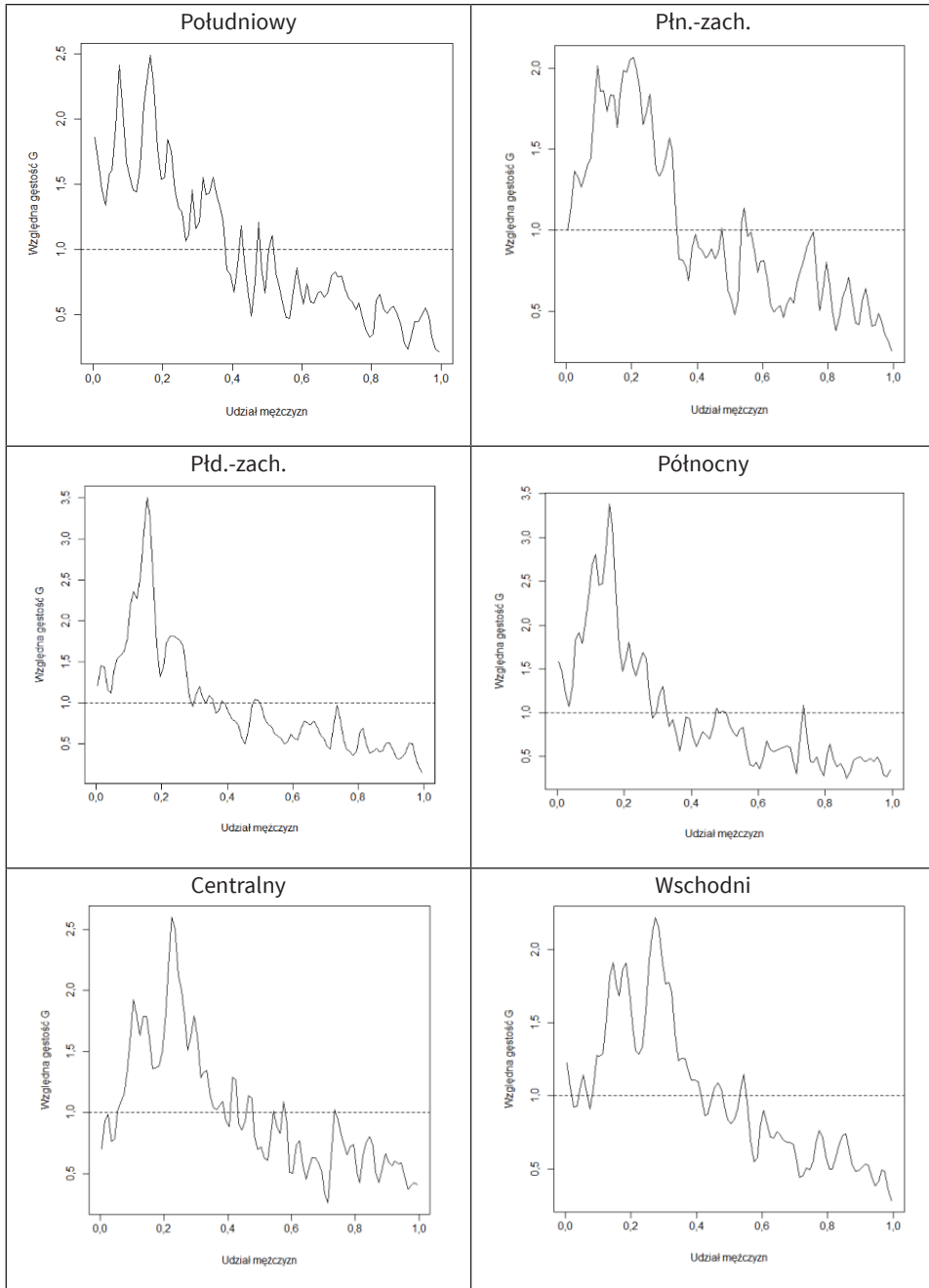
Rys. 3.21. Rozkłady relatywne kobiet względem mężczyzn w Polsce w latach 2015 (panel lewy) i 2018 (panel prawy)

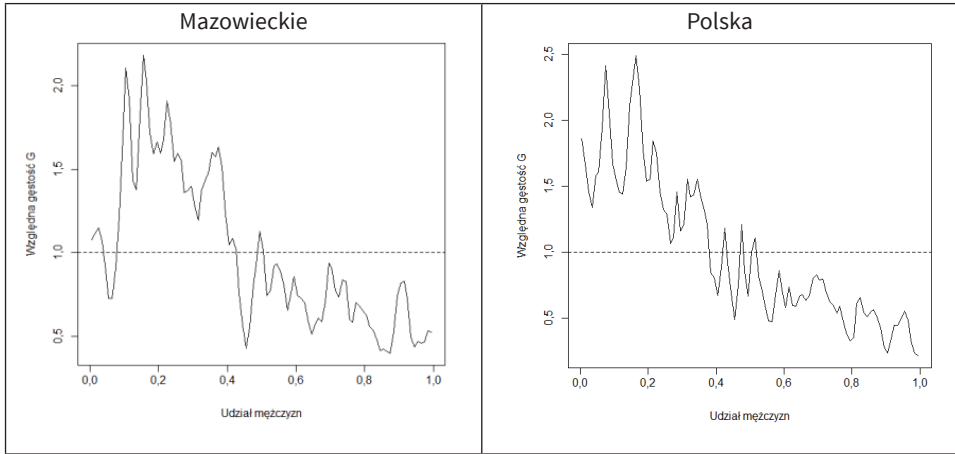
Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015) i EU-SILC (2018).



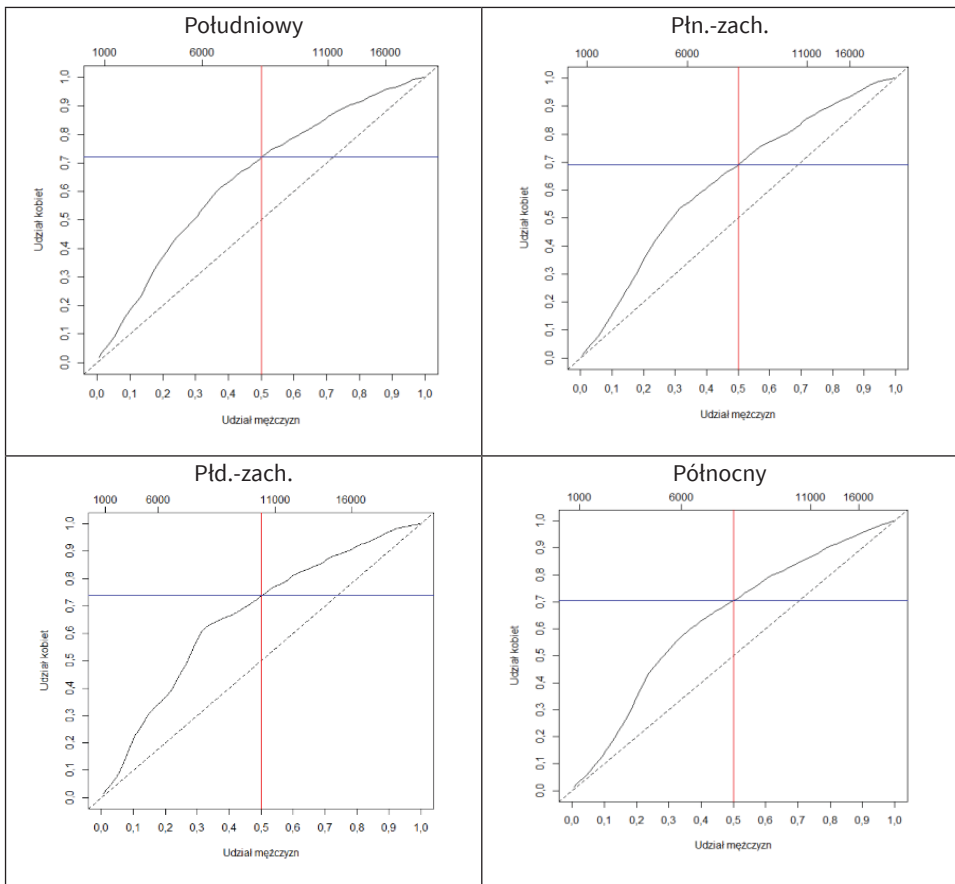
Rys. 3.22. Luka dochodowa między mężczyznami a kobietami w Polsce w latach 2015 i 2018

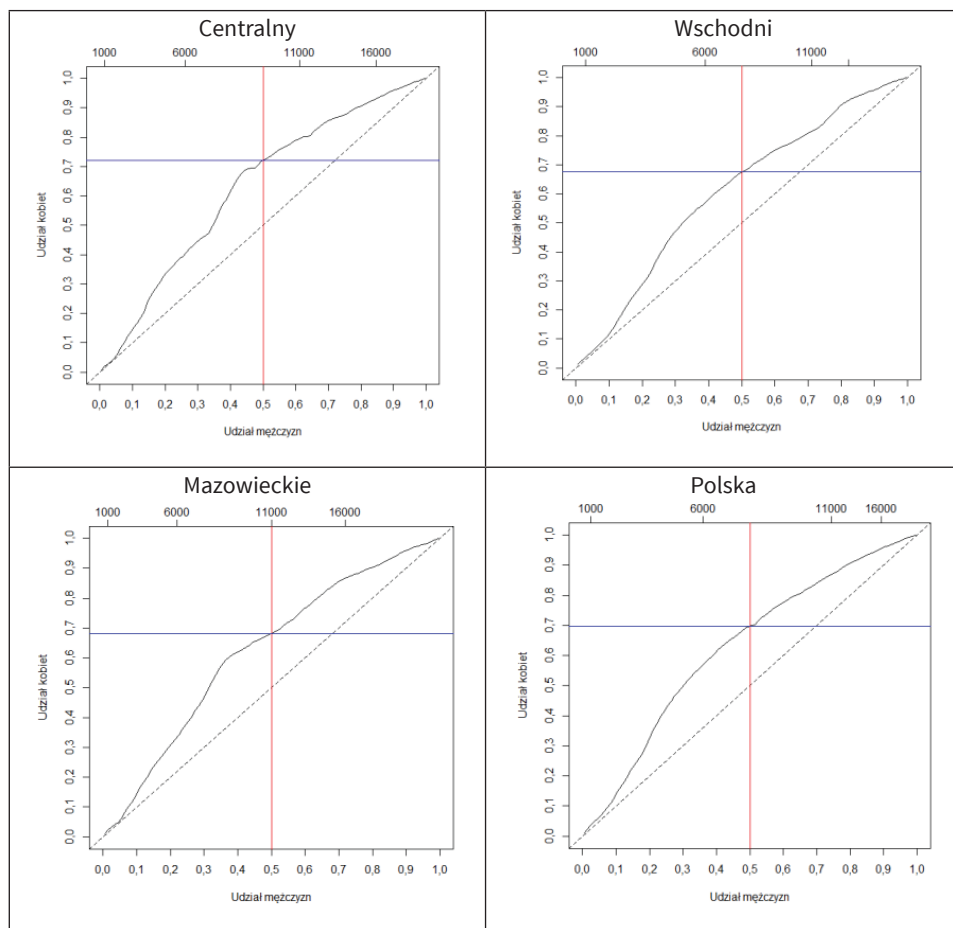
Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2015) i EU-SILC (2018).





Rys. 3.23. Rozkłady relatywne kobiet względem mężczyzn w Polsce według NUTS1 w roku 2018
Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2018).





Rys. 3.24. Luka dochodowa między mężczyznami a kobietami w Polsce według NUTS1 w roku 2018

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2018).

Analizując zarówno względną gęstość (rys. 3.21), jak i względną dystrybuantę (rys. 3.22) dla całego kraju, można zauważyć, że luka płci w Polsce zwiększyła się w porównywanych latach. W roku 2018 aż 50% kobiet zarabiała mniej niż mężczyzna odpowiadający trzeciemu decylovi rozkładu – w roku 2015 udział ten był mniejszy i wynosił 48%.

Należy podkreślić, że w roku 2018 nastąpiły zmiany w podziale Polski na makroregiony (NUTS1). Dotychczasowy podział na sześć makroregionów został zastąpiony podziałem na siedem jednostek, przy czym największe zmiany dotknęły makroregionu *Centralnego*, który został podzielony na dwa mniejsze: *Centralny* i *Województwo mazowieckie*. Jednocześnie do makroregionu centralnego dołączono województwo świętokrzyskie. Analizując gęstość i dystrybuantę rozkładu relatywnego dla makroregionów (rys. 3.23 i 3.24), zauważamy, że największą lukę dochodową w roku 2018 zaobserwowano w makroregionach *Południowym*

i Południowo-zachodnim, podczas gdy najmniejsze różnice między dochodami mężczyzn i kobiet były w nowo utworzonym makroregionie *Województwo mazowieckie*, obejmującym miasto stołeczne Warszawę.

3.5.3. Analiza wpływu czynników społeczno-ekonomicznych na kształtowanie się luki dochodowej między kobietami a mężczyznami w Polsce

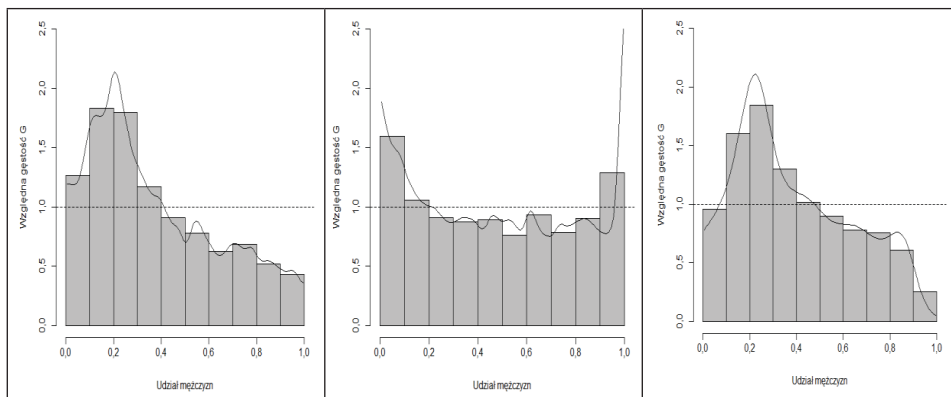
W poprzednich podrozdziałach pokazano zmiany, jakie zaszły w rozkładach dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 2015–2018. Otrzymane wyniki ujawniły istnienie trwałych dysproporcji między dochodami mężczyzn i kobiet w regionach oraz wzrost luki dochodowej dla całego kraju. Rozbieżności między dochodami mężczyzn i kobiet zaobserwowane w Polsce zostały porównane z sytuacją we Włoszech, ze szczególnym uwzględnieniem rozbieżności między regionami, co pozwoliło na sformułowanie wniosków dotyczących podobieństw oraz różnic w kształtowaniu się badanego zjawiska w porównywanych krajach i regionach.

Kolejnym krokiem jest poszukiwanie czynników społeczno-ekonomicznych, które mogłyby wyjaśnić obserwowane różnice w rozkładach dochodów dla mężczyzn i kobiet w Polsce. W tym celu, w oparciu o dane za rok 2018, przeprowadzono dekompozycję rozkładu relatywnego, która została następnie wykorzystana do oceny wpływu różnych zmiennych społeczno-ekonomicznych na kształtowanie się różnic między rozkładami.

W badaniu EU-SILC, w zbiorach zawierających informacje na poziomie jednostkowym Personal Register (R-File) oraz Personal Data (P-File), znajduje się szereg zmiennych, które mogłyby wyjaśnić zaobserwowane różnice między dochodami kobiet i mężczyzn. Wybrano następujące zmienne znajdujące się w zbiorze Personal Data (P-File):

- PL150: Stanowisko kierownicze (ang. *Managerial position*),
- PL060, PL100: Liczba przepracowanych godzin (ang. *Number of hours worked*),
- PE040: Poziom wykształcenia (ang. *Education level*),
- PB190: Stan cywilny (ang. *Marital status*).

Rysunek 3.25 przedstawia dekompozycję relatywnego rozkładu dochodów kobiet względem mężczyzn, przyjmując za zmienną objaśniającą zajmowane stanowisko (kierownicze lub nie, PL150: *Managerial position*). Panel pierwszy od lewej pokazuje (nieskorygowaną) gęstość względną różnic dochodów między kobietami a mężczyznami, panel środkowy reprezentuje efekty różnic w rozkładach zmiennej objaśniającej, a prawy panel reprezentuje rozkład kontrfaktyczny, czyli oczekiwaną względną gęstość (ang. *expected relative density*) dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet przy założeniu takich samych profili zajmowanych stanowisk w obu grupach. Graficzne przedstawienie trzech względnych gęstości na jednym rysunku zapewnia użyteczne narzędzie oceny względnej wielkości i charakteru wpływu poszczególnych komponentów na rozkład luki dochodowej pomiędzy porównywanymi zbiorowościami kobiet i mężczyzn.

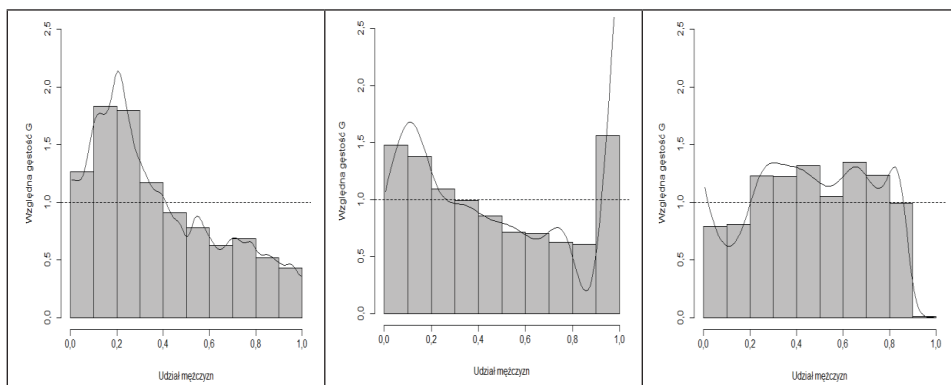


Rys. 3.25. Dekompozycja luki dochodowej między kobietami i mężczyznami według zajmowanego stanowiska

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2018).

Łatwo zauważyć, że rozkład prezentowany na środkowym panelu jest U-kształtny i w centralnej części bliski rozkładowi równomiernemu. Oznacza to, że różnica w strukturze zajmowanych stanowisk kierowniczych zaobserwowana między dwiema kohortami w środkowej części rozkładu ma niewielki wpływ na obserwowaną lukę dochodową. Większe różnice zaobserwowano natomiast w skrajnych decylach, co sugeruje pewną polaryzację dochodów tych grup w związku z zajmowanym stanowiskiem. Kobiety z ostatniej grupy decylowej zajmują wyższe stanowiska, co jednak nie przekłada się na ich zarobki. Skutkiem tego jest zwiększenie się w tych grupach luki dochodowej skorygowanej rodzajem stanowiska w rozkładzie kontrfaktycznym (panel prawy).

Kolejny rysunek pokazuje dekompozycję względnego rozkładu dochodów kobiet względem mężczyzn według liczby przepracowanych godzin (PL060, PL100); lewy panel: rozkład oryginalny, nieskorygowany; środkowy panel: wpływ zmian w rozkładzie przepracowanych godzin; prawy panel: rozkład skorygowany liczbą przepracowanych godzin.



Rys. 3.26. Dekompozycja luki dochodowej między kobietami i mężczyznami według czasu pracy

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2018).

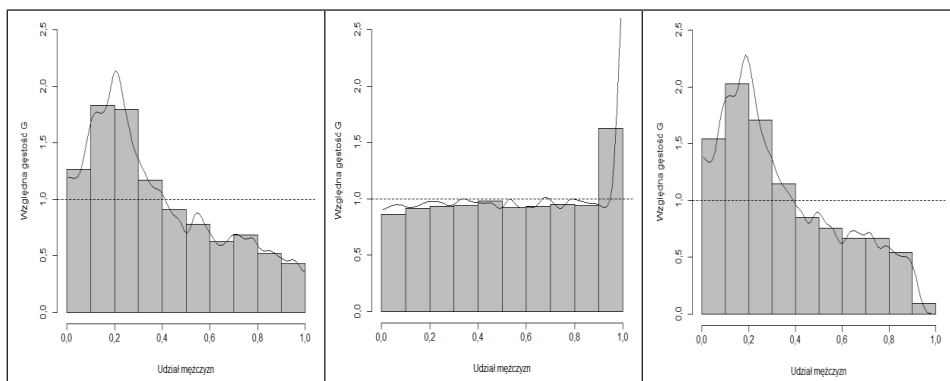
W środkowym panelu rys. 3.26 możemy zaobserwować gęstość względnej zmiennej losowej, która jest utworzona przez porównanie skorygowanego (za pomocą liczby przepracowanych godzin) rozkładu dochodów mężczyzn w relacji do rozkładu nieskorygowanego, co pozwala ocenić wpływ różnic w strukturze przepracowanych godzin na zaobserwowaną lukę dochodową. Ogólnie można stwierdzić, że znaczna część obserwowanej luki dochodowej między mężczyznami a kobietami wynika z różnic czasu pracy – po skorygowaniu rozkładu relatywnego za pomocą tej właśnie zmiennej otrzymujemy rozkład bardziej zbliżony do równomiernego (panel prawy) niż rozkład oryginalny (panel lewy). Panel środkowy reprezentuje tę część luki dochodowej, którą można przypisać skutkom zmian w rozkładzie przepracowanych tygodniowo godzin. Widzimy, że po uwzględnieniu czasu pracy najbardziej poprawia się relatywna sytuacja kobiet w ostatnich decylach, co pokazuje prawy, a może nawet bardziej wyraźnie – środkowy rysunek. Gdyby kobiety w tych grupach pracowały tyle samo co mężczyźni (czyli więcej), to przy obecnej strukturze zarobków luka dochodowa wyraźnie by się zmniejszyła. Interesującą sytuację obserwujemy w ostatniej grupie decylowej, gdzie po uwzględnieniu korekty ze względu na liczbę przepracowanych godzin luka dochodowa wzrasta tak, że udział kobiet z najwyższej grupy decylowej staje się minimalny w porównaniu z udziałem mężczyzn. Może to wynikać z faktu, że w tej grupie dochodowej kobiety pracują o wiele więcej godzin. Różnice czasu pracy nie objaśniają więc różnic dochodowych 10% najbogatszych osób. W dwóch pierwszych decylach rozkładu sytuacja dochodowa kobiet z punktu widzenia zarobków w odniesieniu do czasu pracy pozostaje także niekorzystna – w rozkładzie kontrfaktycznym obserwujemy spadek udziału kobiet w dwóch pierwszych grupach decylowych.

Kolejny zestaw rysunków przedstawia efekt dostosowania względnego rozkładu dochodów kobiet w stosunku do mężczyzn, z uwzględnieniem poziomów wykształcenia. Poziom wykształcenia, a właściwie „Najwyższy osiągnięty poziom wykształcenia zgodny ze standardem ISCED” (*Highest ISCED level attained*) to zmienna określona w bazie EU-SILC symbolem PE040. Zmienna ta posiada dziewięć kategorii, wyróżnionych zgodnie z Międzynarodową standardową klasyfikacją edukacji (*International Standard Classification of Education*, ISCED 2011) (por. <http://www.uis.unesco.org/Education/Documents/isced-2011-en.pdf>):

- 000 *Less than primary education* (Niepełne podstawowe)
- 100 *Primary education* (Podstawowe),
- 200 *Lower secondary education* (Gimnazjalne),
- 300 *Upper secondary education* (Ponadgimnazjalne),
- 400 *Post-secondary non-tertiary education* (Policealne),
- 500 *Short cycle tertiary* (Studia krótkiego cyklu),
- 600 *Bachelor or equivalent* (Studia licencjackie lub ich odpowiedniki),
- 700 *Master or equivalent* (Studia magisterskie lub ich odpowiedniki),
- 800 *Doctorate or equivalent* (Studia doktoranckie lub ich odpowiedniki).

Osoby, które z jakiegoś powodu nie ukończyły danego poziomu edukacji, powinny być zakodowane zgodnie z najwyższym poziomem, który pomyślnie ukończyły.

Na rysunku 3.27 panel pierwszy od lewej pokazuje (nieskorygowaną) gęstość względną różnic dochodów między kobietami a mężczyznami, panel środkowy reprezentuje efekty różnic w rozkładach poziomów edukacji, a prawy panel przedstawia oczekiwaną względną gęstość dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet przy założeniu takich samych profili edukacyjnych w obu grupach. Przedstawia więc tzw. efekt resztowy dekompozycji wyrażonej wzorem (3.31), ujawniając różnice wynikające z odmiennej sytuacji na rynku pracy dla kobiet i mężczyzn o tym samym poziomie wykształcenia.



Rys. 3.27. Dekompozycja luki dochodowej między kobietami i mężczyznami według poziomu wykształcenia

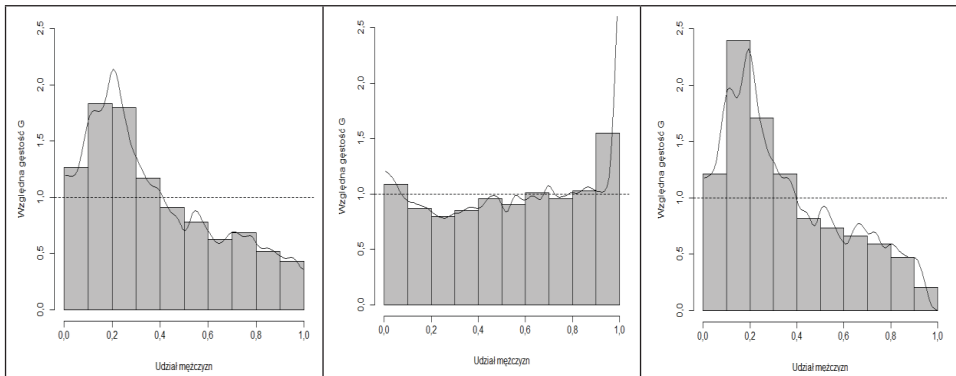
Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2018).

Można zauważyć, że rozkład relatywny przedstawiony na środkowym panelu rys. 3.27 zbliżony jest do równomiernego; różnica w poziomach wykształcenia nie objaśnia więc luki dochodowej między kobietami a mężczyznami. Interesująca sytuacja ma miejsce w ostatniej grupie decylowej, gdzie obserwujemy zdecydowanie większy udział kobiet lepiej wykształconych, które otrzymują relatywnie niskie zarobki. Wykształcenie nie przekłada się więc na wysokość ich dochodów, dlatego też ostatni słupek histogramu w rozkładzie kontrfaktycznym ulega znacznemu obniżeniu (panel prawy).

Stan cywilny to kolejna zmienna towarzysząca, która została wytypowana jako potencjalnie powiązana z rozkładem luki dochodowej między kobietami a mężczyznami. W bazie danych EU-SILC zmienna Stan cywilny (*Marital status*) ma symbol PB190. Zgodnie z opisem jest to zmienna kategoriowa o następujących wariantach:

- 1 – *Single* (kawaler, panna)
- 2 – *Married* (żonaty, zamężna)
- 3 – *Separated* (w separacji)
- 4 – *Widowed* (wdowiec, wdowa)
- 5 – *Divorced* (rozwidziony, rozwiedziona)

Wpływ różnic w strukturach zbiorowości mężczyzn i kobiet ze względu na stan cywilny na kształtowanie się luki dochodowej w Polsce został przedstawiony na rys. 3.28. Panel pierwszy przedstawia gęstość oryginalnego rozkładu relatywnego, natomiast panel środkowy pokazuje wpływ zmian struktury przy założeniu, że obie grupy mają rozkłady warunkowe odpowiadające grupie referencyjnej, którą stanowili mężczyźni. Panel trzeci pokazuje gęstość rozkładu relatywnego skonstruowanego przy założeniu, że obie grupy mają taką samą strukturę ze względu na stan cywilny – pozwala więc wykryć różnice w odpowiedzi na dany poziom zmiennej towarzyszącej (ang. *covariate-level response*).



Rys. 3.28. Dekompozycja luki dochodowej między kobietami i mężczyznami według stanu cywilnego

Źródło: obliczenia własne na podstawie EU-SILC (2018).

Analizując wykresy przedstawione na rys. 3.28, zauważamy, że różnice struktury porównywanych zbiorowości ze względu na stan cywilny nie wyjaśniają różnic dochodowych określanych jako luka płci. Wręcz przeciwnie, w środkowym panelu obserwujemy coraz większą wysokość słupków wraz z przesuwaniem się do wyższych grup decylowych. Może to oznaczać sytuację, w której profile dochodowe kobiet i mężczyzn o określonym stanie cywilnym są odmienne. Po przeanalizowaniu dochodów dla różnych kategorii zmiennej PB190 widzimy, że najwyższe dochody osiągają kawalerowie, a następnie mężczyźni rozwiedzeni, natomiast wśród kobiet najwyższe dochody zaobserwowano dla zamężnych, a następnie dla rozwiedzionych. Mimo że najwyższe dochody osiągają kawalerowie, to kobiety w analogicznej grupie radzą sobie zdecydowanie gorzej; ponadto różnice w dochodach na niekorzyść kobiet są największe dla zamężnych i rozwiedzionych, co może mieć związek z pełnieniem funkcji rodzicielskich. W efekcie tej sytuacji na panelu prawym widzimy większą lukę dochodową niż na panelu lewym, co oznacza, że gdyby mężczyźni mieli taki sam rozkład stanu cywilnego co kobiety, to ich dochody byłyby jeszcze wyższe.

3.6. Uwagi końcowe

Nierówności dochodowe są cechą całego rozkładu dochodów, nie zaś jednostek statystycznych osiągających dochody, dlatego też rozkład dochodu powinien być uwzględniony zarówno w trakcie oceny nierówności wewnątrz danej populacji, jak i przy porównywaniu populacji między sobą. Uwzględnienie rozkładu dochodów przy szacowaniu miar nierówności dochodowych wydaje się oczywiste – charakterystyka różnych miar nierówności omówiona została w poprzednim rozdziale. Inaczej wygląda sytuacja w przypadku porównywania rozkładów – zamiast narzędzi opartych na porównywaniu całych rozkładów na ogół stosowane jest podejście oparte na ocenie różnic między podstawowymi charakterystykami liczbowymi tych rozkładów, takimi jak średnie arytmetyczne, mediany, odchylenia standardowe czy indeksy Giniego.

Porównywanie rozkładów dochodów może być rozumiane w różny sposób – jako ocena „nierówności pomiędzy rozkładami”, „odległości ekonomicznej”, przewagi czy też dominacji jednego rozkładu nad innym albo pomiar „luki” pomiędzy rozkładami. Celem rozdziału było poszukiwanie miar odpowiednich do pomiaru różnic między rozkładami dochodów, które jednocześnie pokazują, która z badanych populacji jest w lepszej sytuacji ekonomicznej. W ramach metod porównywania rozkładów dochodów wyróżniono dwa podejścia:

- oparte na charakterystykach liczbowych,
- oparte na charakterystykach funkcyjnych.

Wyróżniono szereg własności, którymi powinny charakteryzować się takie miary. Na podstawie przeprowadzonych analiz można zauważyć, że bez względu na metodę konstrukcji wszystkie prezentowane współczynniki spełniają podstawowe warunki, czyli niezależność od skali i replikacji populacji. Większość miar jest symetryczna i tylko słabo wykrywa nakładanie się rozkładów, co wiąże się z kompensowaniem różnic o znakach dodatnich i ujemnych. Można też stwierdzić, że mimo dużej liczby propozycji w literaturze przedmiotu porównywane populacje traktowane są na ogół jednakowo i dlatego większość miar nie spełnia warunków dotyczących pomiaru deprivacji jednej populacji w stosunku do innej. Wśród miar, które oparte są na pomiarze podobieństwa rozkładów i jednocześnie określają przewagę ekonomiczną jednej populacji nad drugą, na uwagę zasługują współczynniki Daguma. Dużą zaletą tych współczynników jest to, że podobnie jak popularny indeks nierównomierności Giniego są powiązane z ideą transwariacji i średniej różnicy Giniego. Mierzą więc wszystkie możliwe różnice między parami jednostek porównywanych zbiorowości, a tym samym są wrażliwe na różnice ich średnich, dyspersji i asymetrii. Pożądaną własnością miar zaproponowanych przez Daguma jest także ich unormowanie w przedziale $[0,1]$, które ułatwia interpretację.

Spośród metod z drugiej grupy, wykorzystujących pewne charakterystyki funkcyjne oparte na rozkładach porównywanych zbiorowości, omówione zostały podejścia oparte na porównywaniu gęstości, krzywych koncentracji, uogólnionych

krzywych koncentracji oraz metoda rozkładu relatywnego. Wszystkie te metody pozwalają na przedstawienie różnic między rozkładami w sposób graficzny, co jest niewątpliwą zaletą w stosunku do współczynników podobieństwa. Metody oparte na krzywych koncentracji mają także tę zaletę, że wprowadzają element normatywny i mogą być interpretowane z punktu widzenia społecznego dobrobytu i dominacji stochastycznej. Nie zawsze pozwalają jednak na pełne uporządkowanie rozkładów, np. w przypadku przecinających się krzywych koncentracji potrzebne są dodatkowe założenia na temat funkcji użyteczności. Ponadto w przypadku uogólnionych krzywych Lorenza, które są zależne od skali, trudno zinterpretować różnice między rozkładami dla różnych wartości p .

Metodą, której poświęcono dużo miejsca w niniejszym rozdziale, jest metoda rozkładu relatywnego. Umożliwia ona pełne porównanie rozkładów dochodów i ma ciekawą interpretację graficzną, gdyż przedstawia różnice między rozkładami w postaci „luki”. Rozkład relatywny oparty jest na transformacji dwóch rozkładów w jeden rozkład, zawierający wszystkie informacje niezbędne do porównania niezmienniczego względem skali. Rozkład relatywny określa zbiór rang, jakie miałyby obserwacje z jednego rozkładu, gdyby zostały umieszczone w innym rozkładzie, dlatego też ma jasną interpretację ekonomiczną dla wszystkich kwantyli rozkładu. Ponadto możemy dokonać dekompozycji rozkładu relatywnego na czynniki określające wpływ różnic w kształcie i położeniu porównywanych zbiorowości, a także, poprzez konstrukcję rozkładów kontrfaktycznych, określić wpływ zmiennych objaśniających na obserwowane różnice dochodowe. W odróżnieniu od klasycznych metod dekompozycji różnic dochodowych, opartych na modelach regresji liniowej, metoda dekompozycji rozkładu relatywnego, ze względu na swoją konstrukcję, pozwala na wykrycie związków przyczynowo-skutkowych.

Rozdział 4

Metody dekompozycji nierówności dochodowych

4.1. Uwagi wstępne

W wielu pracach poświęconych nierównościom dochodowym, obserwowanym w populacjach złożonych z osób lub gospodarstw domowych, dużo uwagi poświęca się próbom określenia udziału w całkowitej nierówności poszczególnych części tych zbiorowości, zwanych dalej podpopulacjami, wyodrębnionych ze względu na różne cechy społeczno-ekonomiczne (wiek, płeć, zawód, skład gospodarstwa domowego, grupy etniczne). Dla badacza-ekonomisty interesujące jest bowiem, w jakim stopniu zaobserwowane nierówności dochodowe zależą od różnic dochodowych związanych ze strukturalnymi charakterystykami populacji, które mogłyby wyjaśnić i uzasadnić te różnice (np. poziom wykształcenia), lub też przeciwnie, pokazać różnice nieuzasadnione społecznie (np. różnice między regionami) i ich wpływ na całkowitą nierównomierność rozkładu. Podejście takie nazywamy **dekompozycją według podpopulacji** (ang. *group decomposition*). Może być ono szczególnie przydatne dla decydentów kształtujących politykę społeczną i ekonomiczną, którzy na podstawie obserwacji trendów dotyczących udziałów poszczególnych grup społecznych czy regionów w całkowitej nierównomierności rozkładu mogliby wdrożyć odpowiednią politykę przeciwdziałania nierównościom.

W pogłębionych analizach nierówności dochodowych bada się także wpływ poszczególnych składników dochodu (jak dochody z pracy czy dochody z własności) na całkowitą nierównomierność rozkładu – mówimy wtedy o **dekompozycji według źródeł** (komponentów) dochodu (ang. *source decomposition*). Oba te podejścia mogą przyczynić się do lepszej oceny wpływu różnych czynników społeczno-ekonomicznych na poziom dochodów oraz ich rozkład pomiędzy różne grupy jednostek. Dlatego też własność dekompozycji, zarówno według podpopulacji, jak i ze względu na źródła dochodu, jest tak pożądaną własnością miar nierównomierności rozkładów dochodów (por. podrozdz. 2.1).

W badaniach mających na celu dekompozycję nierówności dochodowych kluczową rolę odgrywa wybór odpowiedniego współczynnika nierówności I . Już Shorrocks (1980) podkreślał, że każda dekompozycja indeksu nierówności na

zmiennosc wewnątrz- i międzygrupową (odpowiednio I_w i I_b) niesie ze sobą zupełnie inne interpretacje obu tych składników. Z kolei Lerman i Yitzhaki (1995) w badaniu poświęconym wpływowi podatków i transferów społecznych na nierówności pokazali, że nawet stosując jeden indeks nierówności, można otrzymać różne dekompozycje, jeśli interesują nas np. zmiany nierówności w czasie.

Problemom dekompozycji popularnych miar nierówności poświęcone były liczne prace, z których do najważniejszych można zaliczyć prace Rao (1969), Pyatta (1976), Shorrocksa (1980), Lermana i Yitzakiego (1985), Tarsitano (1990), Silbera (1989), Daguma (1997a, 1997b), Radaellego i Zengi (2005) oraz Monti (2008). Celem przywołanych prac była dekompozycja (według źródeł, subpopulacji) klasycznych wskaźników nierówności: Giniego, Bonferroniego, Herfindahla i Theila. Szczególną uwagę zwrócono na definicję klasy „addytywnie rozkładalnych miar nierówności” (ang. *additively decomposable inequality measures*) oraz na przezwyciężenie trudności z grupową dekompozycją indeksu Giniego (por. Bourguignon, 1979; Shorrocks, 1980, 1984; Cowell, 1980).

Poszukiwania klasy miar „rozkładalnych” doprowadziły do sformułowania szeregu aksjomatów, których spełnienie gwarantowałoby odpowiednie własności takiej miary i jej komponentów. Bourguignon (1979) i Shorrocks (1980) zaproponowali następujące aksjomaty:

1. Agregowalność (ang. *aggregativity*)

Własność ta zakłada, że obliczenie indeksu nierówności dla całej populacji jest możliwe na podstawie informacji o odpowiednich indeksach dla podpopulacji i ich charakterystykach opisowych, takich jak średnie czy liczebności.

2. Addytywna rozkładalność (ang. *additive decomposability*)

Miara agregowalna ma własność addytywnej rozkładalności, jeśli spełniony jest następujący warunek: $I_w = \sum_{i=1}^k I_{w_i}$, czyli składnik określający udział nierówności wewnątrzgrupowej I_w jest sumą wkładów poszczególnych k podpopulacji I_{w_i} w tę nierówność. Tak więc aksjomat ten wyklucza bardzo prawdopodobną sytuację interakcji między nierównościami w grupach.

3. Różniczkowalność (ang. *differentiability*)

Miara nierówności jest różniczkowalną funkcją dochodu.

4. Ciągłość (ang. *continuity*)

Miara nierówności podlegająca dekompozycji jest ciągłą funkcją dochodu.

Oprócz wymienionych aksjomatów pojawiających się w kontekście dekompozycji wciąż aktualne pozostają pożądane własności miar nierówności, takie jak zasada niezależności od skali, symetrii, replikacji populacji czy też transferu Pigou-Daltona (por. rozdział 2). Bourguignon (1979) wykazał, zakładając spełnienie aksjomatów niezależności od skali, różniczkowalności i replikacji populacji, że miara addytywnie rozkładalna (ang. *additively decomposable inequality measure*) może być wyrażona jako suma nierówności między średnimi z grup oraz średniej ważonej z nierówności wewnątrz grup, przy czym wagi nie muszą sumować się do 1, gdyż w przypadku ogólnym zależą od udziału grup w populacji i/lub w łącznym dochodzie. Szczególnym przypadkiem takiej miary jest współczynnik Theila (por.

formuła (2.6)), dla którego wagami są udziały dochodów grup w łącznym dochodzie populacji, które oczywiście sumują się do 1.

Istotną rolę w poszukiwaniu „addytywnie rozkładalnej miary nierówności” odegrało twierdzenie Shorrocksa (1980), które mówi, że miara addytywnie rozkładalna, która spełnia jednocześnie aksjomaty homogeniczności, symetrii, replikacji populacji i jest różniczkowalna, należy do klasy GE (*Generalized Entropy*), określanej jako **jednoparametrowa rodzina uogólnionych miar entropii** postaci¹:

$$\begin{aligned}
 GE_c &= (1/n) \left(\frac{1}{c(c-1)} \right) \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^c - 1 \right], & c \neq 0, 1 \\
 GE_c &= (1/n) \sum_{i=1}^n \log \left(\frac{\bar{y}}{y_i} \right), & c = 0 \\
 GE_c &= (1/n) \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right) \log \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right), & c = 1
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

gdzie: \bar{y} oznacza średnią arytmetyczną dochodu, c jest parametrem identyfikującym typ miary. Dla $c = 0$ otrzymujemy indeks z wagami równymi udziałom jednostek (grup) w populacji, dla $c = 1$ otrzymujemy indeks z wagami równymi udziałom jednostek (grup) w dochodzie, natomiast dla pozostałych przypadków dla $0 < c < 1$ wagami są mieszaniny udziałów w dochodzie i populacji. Shorrocks (1980) wykazał, że w dekompozycji według podpopulacji wagami mogą być wielkości $\left(\frac{n_i}{n} \right) \left(\frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \right)^c$, gdzie \bar{y}_i oznacza średni dochód podpopulacji i , zaś n_i liczebność tej podpopulacji. Wagi te sumują się do jedynki jedynie dla $c = 0$ i $c = 1$.

Jako szczególne przypadki miar klasy GE można otrzymać współczynniki proponowane przez Bourguignona (1979), np. współczynnik nierówności Theila otrzymujemy dla $c = 1$. Przyjmując $c = 1 - \varepsilon$, otrzymujemy indeksy Atkinsona z różnym stopniem niechęci do nierówności ε . Warto zauważyć, że szczególnymi przypadkami rodziny GE są też znane miary dyspersji: GE_0 to średnie odchylenie logarytmiczne, zaś GE_2 odpowiada połowie kwadratu współczynnika zmienności.

Zauważmy więc, że zarówno indeksy oparte na entropii, do których należy współczynnik Theila, jak i niektóre proste miary oparte na odchyleniach od średniej, należące do rodziny uogólnionych miar entropii, mogą być w stosunkowo łatwy sposób rozłożone na dwa składniki: jeden mierzący nierówności wewnątrz grup i drugi określający stopień nierówności międzygrupowych. Niektóre inne miary nierówności przedstawione w rozdziale 2 nie spełniają jednak restrykcyjnych warunków

1 Warto zauważyć, że rodzina miar GE była także wyprowadzona niezależnie przez Cowella (1980) oraz Zagiera (1983), jednak badacze ci przyjęli nieco inne niż Shorrocks założenia dotyczące pomiaru nierówności, np. Cowell wprowadził tzw. symetrię cząstkową, która ograniczała zasadę anonimowości do jednostek wewnątrz podpopulacji.

addytywnej rozkładalności podanych w twierdzeniu Shorrocksa, w tym najpopularniejsza z tych miar, czyli współczynnik Giniego. Mogłoby się więc wydawać, że należałoby wybrać miary oparte np. na entropii i zaniechać dekompozycji opartej na współczynniku Giniego, co postulowali m.in. Bourguignon (1979), Shorrocks (1980, 1984) oraz Cowell (1980). Z drugiej jednak strony współczynnik Giniego ma bardzo interesujące własności statystyczne i m.in. dlatego dekompozycja tego współczynnika nie jest tak prosta jak w przypadku innych miar nierówności. Przyczyną problemów z dekompozycją jest fakt, że indeks Giniego opiera się na różnicach pomiędzy dochodami dla wszystkich par jednostek obserwowanych w badanej populacji i zależy nie tylko od dochodów, ale także od rang poszczególnych jednostek ekonomicznych. Dekompozycja według podpopulacji wymaga więc wprowadzenia tzw. trzeciego składnika, związanego z zachodzeniem na siebie (ang. *overlapping*) rozkładów porównywanych podpopulacji, jednak podejście takie stanowi dla badacza prawdziwe wyzwanie obliczeniowe i interpretacyjne. Z drugiej strony może ono dostarczyć wielu interesujących informacji o nierówności rozkładu w różnych przekrojach z uwzględnieniem „odległości ekonomicznych” między rozważanymi grupami (por. Dagum, 1997a) oraz o stopniu rozwarstwienia grup społecznych (por. Yitzhaki, Lerman, 1991).

Prace statystyków poświęcone dekompozycji nierówności dochodowych skupiły się więc w dwóch głównych nurtach, które obejmowały:

- próby dekompozycji indeksu Giniego na dwa lub trzy składniki (m.in. Bhattacharya, Mahalanobis, 1967; Rao, 1969; Mehran, 1975; Pyatt, 1976; Lerman, Yitzhaki, 1985; Tarsitano, 1990; Silber, 1989; Dagum, 1997a, 1997b);
- propozycje nowych indeksów nierówności, które mimo że nie są oparte na entropii, spełniają warunek addytywnej rozkładalności (Zenga, 1984, 2007).

Na szczególną uwagę zasługuje fakt, że w przypadku indeksu Zengi (2007) możliwe jest jednolite podejście do dekompozycji według podpopulacji (Radaelli, 2008, 2010; Zenga, 2016a), jak i według źródeł dochodu (Zenga i in., 2012), co umożliwi spójną interpretację ekonomiczną. W ramach tych propozycji punktem wyjścia jest uzyskanie „addytywnych” dekompozycji wskaźnika punktowego $I_h(Y)$, a następnie, uśredniając te dekompozycje, uzyskuje się odpowiadające im dekompozycje wskaźnika syntetycznego $I(Y)$. Podobna idea została wykorzystana następnie przez Zengę (2013), który rozszerzył podejście dwuetapowe na dekompozycję według źródeł indeksów Giniego i Bonferroniego. Można wykazać (Zenga, Jędrzejczak, 2020), że wkład poszczególnych źródeł X_j do syntetycznego wskaźnika Giniego otrzymanego metodą dwuetapową jest równy wkładom otrzymanym dla tego indeksu przez innych autorów – Rao (1969), Lermana i Yitzhakię (1985) oraz Radaellego i Zengę (2005). Warto jednak podkreślić, że wymienione dekompozycje nie mogą dostarczyć informacji na temat udziału X_j we wskaźniku punktowym Giniego, ponieważ opierają się na następującej postaci syntetycznego wskaźnika Giniego: $G(Y) = \Delta(Y) / [2\mu(Y)]$, gdzie $\Delta(Y)$ jest średnią różnicą Giniego. Formuła ta, choć ma dobrą interpretację ekonomiczną, nie uwzględnia jednak podejścia punktowego opartego na krzywej koncentracji.

Zenga i Valli (2016) zaproponowali dekompozycję według podpopulacji dla syntetycznej miary nierówności Bonferroniego, natomiast Zenga (2016b) dokonał nowej dekompozycji według podpopulacji dla punktowych i syntetycznych współczynników Giniego. Podejście dwuetapowe zostało wykorzystane do rozkładu według źródeł i podpopulacji dla opartego na kwantylach wskaźnika nierówności Zengi (1984). Szczegółowe informacje na temat tych ostatnich dekompozycji znajdziemy w pracach Arcagniego i Zengi (2014) i Arcagniego (2017) (w przypadku dekompozycji według źródeł) oraz Porro i Zengi (2014) w przypadku dekompozycji według podpopulacji.

Ostatnio Pasquazzi i Zenga (2018) zastosowali dwuetapową dekompozycję według źródeł dochodu trzech indeksów: Giniego (1914), Bonferroniego (1930) i Zengi (2007) do analizy danych o dochodach pochodzących z *European Community Household Panel* (ECHP). Dekompozycja indeksu Zengi według populacji i źródeł została także przedstawiona w pracy Zengi i Jędrzejczak (2020), gdzie zaproponowane metody zastosowano do porównania rozkładów dochodów gospodarstw domowych w Polsce i we Włoszech w oparciu o dane z GUS i *Banca d'Italia*. Różne dekompozycje indeksu Giniego z zastosowaniem do danych polskich omówiono i zastosowano w pracach Jędrzejczak (2010, 2015a).

Przedstawiona w pracy dekompozycyjna analiza nierównomierności empirycznych rozkładów dochodów obejmować będzie szerokie spektrum problemów i podejść – począwszy od nierówności wewnątrz grup społecznych, poprzez miary dystansu między tymi grupami, współczynniki określające stopień rozwarstwienia populacji, wpływ udziałów poszczególnych komponentów dochodu na całkowitą nierównomierność rozkładu, po zmiany koncentracji rozkładu dochodów w czasie. Nierównomierność rozkładu dochodu danej grupy trudno bowiem analizować w oderwaniu od innych grup, a także bez uwzględnienia czynników, które na nią wpływają. Należy też zaznaczyć, że problematyka ta jest w polskiej literaturze stosunkowo mało znana.

4.2. Podejście klasyczne – dekompozycja współczynnika Giniego

4.2.1. Dekompozycje współczynnika Giniego według podpopulacji

Pierwsze próby dekompozycji indeksu Giniego były zgodne z klasycznym podejściem znanym z dekompozycji indeksu Theila (por. wzór (2.10)) i rozważały tylko dwa składniki: komponent wewnątrzgrupowy i komponent międzygrupowy, przy czym ten drugi generalnie oparty był na upraszczającym założeniu, że każda jednostka ma średni dochód grupy, do której należy. Pierwszą próbę takiej dekompozycji indeksu Giniego według podpopulacji znajdziemy w pracy Soltowa

(1960), który przeanalizował wpływ zmian w wykształceniu, wieku i zawodzie na rozkład dochodów. Dekompozycja indeksu Giniego, która uwzględniała porównania między parami podgrup, została po raz pierwszy zaproponowana przez Bhattacharyę i Mahalanobisa (1967); w rzeczywistości zaproponowana przez autorów dekompozycja odnosiła się bezpośrednio do średniej różnicy Giniego Δ . Pomysł przedstawiony w przytaczanej pracy opierał się na zdefiniowanym *a priori* składniku międzygrupowym, który określony został jako średnia różnica Giniego między średnimi z podgrup, natomiast drugi składnik – wewnątrzgrupowy – miał być otrzymany jako reszta, jaka pozostaje po odjęciu od współczynnika Giniego składnika mierzącego nierówność między grupami. Określony *a priori* składnik międzygrupowy, który uwzględniał jedynie różnice między średnimi w grupach, a więc nie obejmował wszystkich nierówności pomiędzy grupami uwzględnianych przez współczynnik Giniego, nie mierzył w istocie tego, co miał mierzyć. W efekcie otrzymany składnik mierzący nierówność wewnątrz grup był także niewłaściwie zdefiniowany. Obie wspomniane dekompozycje były nieadekwatne również dlatego, że pomijały istnienie „nakładających się” grup jednostek, a także ignorowały istnienie różnych wariacji i asymetrii rozkładów dochodów w podpopulacjach.

Mookherjee i Shorrocks (1982) rozważali dekompozycję współczynnika Giniego na trzy składniki, ale uznali, że otrzymany trzeci składnik jest trudny do interpretacji („impossible to interpret with any precision, except to say that it is the residual necessary to maintain the identity”). Trzeci dodatkowy element, który pojawia się przy próbach dekompozycji indeksu Giniego, określane w literaturze jako *crossover term*, *interaction term* albo *overlapping*, związany jest z „zachodzeniem na siebie” podpopulacji. To właśnie obecność tego składnika stała się źródłem wielu dyskusji i doprowadziła niektórych badaczy (por. Shorrocks, 1984) do zanegowania indeksu Giniego jako miary spełniającej postulat rozkładalności na czynniki (ang. *decomposability*). Z drugiej jednak strony dodatkowy składnik określający interakcje pomiędzy podpopulacjami mógł być traktowany jak zaleta tej miary, umożliwił bowiem bardziej wnikliwą analizę skomplikowanego zjawiska, jakim jest nierównomierność rozkładu dochodów oparta na porównaniach interpersonalnych.

Rola „trzeciego składnika” w dekompozycji według podpopulacji dyskutowana była m.in. przez Pyatta (1976), Mehra (1975), Silbera (1989), Yitzhaki i Lermana (1991), Yitzhaki (1994), Deutscha i Silbera (1999), co dało kilka interesujących formuł. Większość z nich jest jednak bardzo skomplikowana i nie zawsze jasna jest interpretacja poszczególnych komponentów. Ciekawą trójelementową dekompozycję i interpretację współczynnika Giniego zaproponował Pyatt (1976) w ramach teorii gier. Według niego indeks Giniego można postrzegać jako przeciętny zysk, jakiego można się spodziewać, jeśli dana osoba miałaby do wyboru dochód własny lub inny dochód wybrany losowo z całej populacji badanych jednostek ekonomicznych. Pyatt podzielił indeks Giniego na sumę trzech nieujemnych składników: pierwszy zależy od różnic w średnich dochodach między podgrupami i pozostaje jedynym dodatnim składnikiem w szczególnym przypadku, gdy nie

ma zmienności wewnątrz grup; oraz pozostałe dwa składniki zależne od poziomu zmienności w podgrupach. W szczególności drugi składnik zależy od współczynników Giniego otrzymanych w każdej podgrupie, a trzeci mierzy zachodzenie na siebie grup i znika w przypadku, gdy przedziały zmienności podpopulacji są rozłączne. W przeciwnym razie jest dodatni i mierzy stopień zachodzenia na siebie podpopulacji. Analogiczne podejście, oparte na algebrze macierzy, można znaleźć u Silbera (1989); autor rozkłada indeks Giniego na sumę składników mierzących nierówności wewnątrz i między grupami oraz tzw. interakcję, dając jasną i intuicyjną interpretację tego ostatniego w kategoriach rankingu jednostek pod względem poziomu ich dochodów.

Mehran (1975) zdefiniował kłopotliwy „trzeci składnik” jako interakcję interpretowaną jako „miara dominacji dochodowej jednej podgrupy nad drugą, niezależnie od różnic między ich średnimi dochodami”.

4.2.2. Nieklasyczna dekompozycja współczynnika Giniego według podpopulacji

Bardzo interesujące podejście do dekompozycji współczynnika Giniego według podpopulacji zostało przedstawione przez Dagum (1997a). Jako niezwykle istotny element interpretacyjny wykorzystuje ono koncepcję odległości ekonomicznej między podpopulacjami. Inne podejście, które również znalazło zastosowanie w praktyce, przedstawione zostało przez Yitzhaki i Lermana (1991), którzy rozważając problem nierówności z socjologicznego punktu widzenia, zaproponowali dekompozycję wskaźnika Giniego na sumę trzech składników, przy czym trzeci składnik odpowiada za rozwarstwienie (ang. *stratification*) podgrup, rozumiane jako „izolacja” lub odseparowanie danej grupy w stosunku do innych grup. Rozważane przez tych autorów składniki wewnątrzgrupowe i międzygrupowe są inaczej zdefiniowane w stosunku do rozważanych powyżej, gdyż zostały oparte na formule kowariancyjnej indeksu Giniego (por. Lerman, Yitzhaki, 1984). Zaproponowane podejście umożliwia wykorzystanie indeksu Giniego jako narzędzia do badania rozwarstwienia społecznego i segmentacji. Podejście dekompozycyjne może mieć także zastosowanie w badaniu procesu koncentracji dochodów w czasie oraz ich redystrybucji (Vernizzi, 2007).

Dekompozycja indeksu Giniego według podpopulacji zaproponowana przez Dagum oparta jest na formule (2.18), przedstawiającej ten współczynnik jako względną miarę dyspersji, będącą ilorazem średniej różnicy Δ i średniego dochodu (por. Dagum, 1997a):

$$G = \frac{\Delta}{\bar{y}} = \frac{\sum_{r=1}^n \sum_{i=1}^n |y_i - y_r|}{2n^2 \bar{y}} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{h=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_h} |y_{ji} - y_{hr}|}{2n^2 \bar{y}} \quad (4.2)$$

gdzie: $\frac{1}{n^2} \sum_{r=1}^n \sum_{i=1}^n |y_i - y_r| = E|Y_i - Y_j| = \Delta$

Ostatnie wyrażenie zawarte w formule (4.2) przedstawia indeks Giniego dla populacji podzielonej na k podpopulacji (podgrup). Tak więc współczynnik Giniego dla j -tej podpopulacji przyjmuje postać:

$$G_j = \frac{\Delta}{2\bar{y}_j} = \frac{1}{2\bar{y}_j} \sum_{r=1}^{n_h} \sum_{i=1}^{n_j} |y_{ji} - y_{jr}| / n_j^2, j = 1, \dots, k \quad (4.3)$$

gdzie: \bar{y}_j – średni dochód w podpopulacji j , n_j – częstość w podpopulacji j .

Współczynnik Giniego wyrażony za pomocą średniej różnicy Giniego może być także uogólniony dla przypadku dwóch populacji, mierząc wtedy nierówności pomiędzy nimi. Taki współczynnik zwany rozszerzonym indeksem Giniego (ang. *extended Gini index*) między grupą j a grupą h jest określony następująco:

$$G_{jh} = \frac{\Delta_{jh}}{\bar{y}_j + \bar{y}_h} = \frac{1}{\bar{y}_j + \bar{y}_h} \sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_h} |y_{ji} - y_{hr}| / n_j n_h, j \neq h \quad (4.4)$$

$$G_{jj} = G_j$$

gdzie: Δ_{jh} – średnia różnica Giniego dla dwóch zbiorowości.

Na podstawie (4.3) i (4.4) można wykazać (por. Dagum, 1997a), że współczynnik G dla populacji o liczebności n podzielonej na k podpopulacji o liczebnościach n_j ($j = 1, \dots, k$) może być przedstawiony jako średnia z indeksów Giniego wewnątrz tych podpopulacji (G_{jj}) oraz z rozszerzonych indeksów Giniego (G_{jh}), ważonych iloczynami udziałów liczebności i dochodu j -tej i h -tej podgrupy w całej populacji:

$$G = \sum_j \sum_h G_{jh} p_j s_h \quad (4.5)$$

gdzie: $p_j = \frac{n_j}{n}, \quad s_j = \frac{n_j \bar{y}_j}{n \bar{y}}$

Wykorzystując własność symetrii miar G_{jh} oraz Δ_{jh} , a także równość (4.5), indeks Giniego można rozłożyć na dwa składniki (Dagum, 1997a):

$$G = \sum_{j=1}^k G_j p_j s_j + \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} (p_j s_h + p_h s_j) \quad (4.6)$$

$$G = G_w + G_{gb}.$$

Pierwszy składnik prawej strony formuły (4.6), oznaczony jako G_w , określa udział nierównomierności wewnątrzgrupowej w całej nierównomierności rozkładu mierzonej współczynnikiem Giniego. Drugi komponent tej formuły (G_{gb}) określa udział nierówności międzygrupowych we współczynniku Giniego, obliczonych dla całej populacji (nazwanych przez Daguma nierównościami międzygrupowymi brutto, ang. *gross between inequality*). Łatwo zauważyć, że współczynnik

G rozłożony na dwa składniki daje nietypowy składnik określający zmienność międzygrupową G_{gb} , mierzy bowiem wszystkie różnice między parami podpopulacji, nie zaś tylko różnice między średnimi dla tych podpopulacji, jak w przypadku miar opartych na entropii, do których zaliczamy współczynnik Thiela. Różnice między podpopulacjami, które uwzględnia G_{gb} , można określić jako:

- różnice w średnich wartościach dochodu między podgrupami,
- różnice w kształcie rozkładów wynikające z różnych poziomów dyspersji i asymetrii.

Różnice między dochodami jednostek pochodzących z dwóch różnych podpopulacji mogą mieć taki sam znak jak różnica między ich średnimi lub też mogą mieć znak przeciwny. Nawet w populacji o dużo wyższej średniej mogą być bowiem jednostki, których dochód jest niższy niż dochody niektórych jednostek pochodzących z populacji o niższej średniej.

Taka interpretacja komponentu G_{gb} sugeruje możliwość dalszej dekompozycji współczynnika Giniego według podpopulacji. Wkład nierówności międzygrupowych brutto w całkowitą nierównomierność rozkładu można bowiem podzielić jeszcze na dwa składniki – pierwszy uwzględniający różnice zgodnie z różnicami między średnimi i pozostałą część, zwaną transwariacją (wł. *transvariazione*). Tak więc współczynnik Giniego dla populacji o liczebności n podzielonej na k podpopulacji można przedstawić następująco (Dagum, 1997a):

$$G = G_w + G_b + G_t \tag{4.7}$$

gdzie: G_w oznacza wkład nierówności wewnątrzgrupowych w wartość współczynnika G , określony wzorem:

$$G_w = \sum_{j=1}^k G_j p_j s_j \tag{4.8}$$

G_b oznacza wkład nierówności międzygrupowej netto określony wzorem:

$$G_b = \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} (p_j s_h + p_h s_j) D_{jh} \tag{4.9}$$

G_t oznacza udział transwariacji we współczynniku Giniego:

$$G_t = \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} (p_j s_h + p_h s_j) (1 - D_{jh}), \tag{4.10}$$

przy czym: D_{jh} oznacza odległość ekonomiczną między podpopulacjami, określoną jako średnia arytmetyczna różnic między dochodami zbiorowości j i h , takimi, że $y_j > y_h$, unormowaną w przedziale $[0,1]$ (por. Dagum, 1980 oraz formuła (3.11)).

Warto zauważyć, że jeżeli rozkłady dochodów w podpopulacjach nie mają części wspólnej, to $G_t = 0$. Jeśli rozważana populacja składa się z k podpopulacji o identycznych rozkładach, to $G_b = 0$, $G_w = \frac{1}{k} G$, $G_t = \left(1 - \frac{1}{k}\right) G$.

Kluczową rolę w zaproponowanej przez Daguma dekompozycji indeksu Giniego odgrywa niewątpliwie koncepcja transwariacji przedstawiona po raz pierwszy przez Giniego (1916). Transwariacja między dwiema populacjami istnieje wtedy, gdy różnica dochodów przynajmniej jednej pary jednostek pochodzących z tych populacji ma znak przeciwny do znaku różnicy odpowiednich średnich dla tych populacji. **Prawdopodobieństwo transwariacji** można więc określić jako liczbę takich par podzieloną przez największą możliwą ich liczbę dla porównywanych populacji. Prawdopodobieństwo transwariacji przyjmuje wartości z przedziału $[0;1]$ i jest tym większe, im bardziej dwa porównywane rozkłady na siebie „zachodzą”. Jeśli oprócz częstości występowania takich par (określanych często jako *transvarying pairs*) uwzględnimy także różnice między ich dochodami, to otrzymamy miarę określoną przez Giniego (1959) jako **natężenie transwariacji** (wł. *intensita di transvariazione*). Idea transwariacji jest więc zbliżona do idei zachodzenia na siebie rozkładów (ang. *distribution overlapping*). Ideę tę wykorzystał także Dagum, wprowadzając koncepcję odległości ekonomicznych D_0 i D_1 (por. Dagum, 1980 oraz formuły (3.10) i (3.11)), która miała na celu mierzenie stopnia dominacji ekonomicznej jednej populacji nad drugą.

Odległość ekonomiczna D_{jh} , która występuje w formułach (4.9) i (4.10), znana także jako *REA* (ang. *relative economic affluence*, por. podrozdział 3.2.3.), jest bezpośrednio powiązana z natężeniem transwariacji, które można określić jako $1 - D_{jh}$. Miarę D_{jh} można więc interpretować jako względną przewagę ekonomiczną populacji j nad populacją h , uwzględniającą nie tylko częstość, ale także wielkość zaobserwowanych różnic dochodowych (por. Dagum, 1980).

Podejście to jest interesujące, gdyż łączy zagadnienie dekompozycji nierówności z koncepcją podobieństwa rozkładów oraz pomiaru odległości między rozkładami. Opierając się na średniej różnicy Giniego Δ (por. formuła (2.16)), dostrzegamy istotę współczynnika koncentracji Giniego jako miary obejmującej wszystkie możliwe różnice między dochodami w badanej zbiorowości. Z drugiej jednak strony, stosując to podejście, napotykamy pewne trudności interpretacyjne. Przede wszystkim składnik mierzący nierówności międzygrupowe można uznać za nietypowy, gdyż nie jest on oparty na różnicach między średnimi, zaś składnik mierzący nierówność wewnątrzgrupową może się wydawać niezgodny z intuicją, nie jest bowiem średnią z indeksów Giniego wewnątrz grup. Monti (2007) wykazała ponadto, że dekompozycja Daguma (1997a) jest równoważna formule zaproponowanej dużo wcześniej przez Mehrana (1975) oraz później, najwyraźniej bez wiedzy o tej pierwszej, przez Mookherjee i Shorrocks (1982). Nietrudno wykazać, że składniki G_w , G_b i G_t występujące w dekompozycji indeksu Giniego zaproponowanej przez Daguma (por. wzory (4.7), (4.8), (4.9)) równe są, odpowiednio, nierówności wewnątrzgrupowej, międzygrupowej i „interakcji” według Mookherjee i Shorrocks, i są również równoważne odpowiednim składnikom przedstawionym przez Mehrana. Żaden z wymienionych autorów nie przedstawił jednak tak jednolitej koncepcji dekompozycji współczynnika Giniego powiązanej z miarami odległości między rozkładami, jak zrobił to Dagum. Warto także zaznaczyć, że w dekompozycji Daguma formuła na nierówność międzygrupową

nie wymaga przyjęcia założenia o równomierności rozkładu dochodów wewnątrz grup. Co więcej, tylko Dagum wyjaśnia wyraźnie, że składnik G_t powiązany jest zarówno z nierównością między grupami, jak i wewnątrz grup.

Problem „trzeciego składnika”, który pojawia się przy próbach dekompozycji współczynnika Giniego według podpopulacji, został rozwiązany w bardzo interesujący sposób przez Lermana i Yitzhakię (1991). Autorzy tego pomysłu, opierając się na zaproponowanej wcześniej formule kowariancyjnej dla indeksu Giniego (por. Lerman, Yitzhaki, 1985), przedstawili dekompozycję tego współczynnika, uwzględniającą obok udziału nierówności wewnątrzgrupowej i międzygrupowej także wpływ rozwarstwienia społecznego.

Rozwarstwienie społeczne jest jednym z ważnych problemów diskutowanych przez polityków społecznych, ekonomistów i socjologów. W pracach na ten temat coraz więcej uwagi poświęca się nierównościom, a w szczególności nierówności rozkładu dochodów, jako jednemu z wyznaczników rozwarstwienia, stosując syntetyczne miary koncentracji dochodów, takie jak współczynnik Theila lub Giniego. Z koncepcją rozwarstwienia powiązana jest również koncepcja polaryzacji ekonomicznej rozumianej jako proces zanikania klasy średniej – nowe propozycje w tym zakresie, wykorzystujące funkcję Lorenza, zostały przedstawione ostatnio przez Kota (2008).

Już w pracach Bailey'a (1985) oraz Allisona (1978) poświęconych koncepcji nierówności, rozwarstwienia i segmentacji społecznej sformułowany został wniosek, że współczynniki nierówności, które dają się rozłożyć tylko na dwa składniki (tzw. *decomposable inequality measures*, por. Shorrocks, 1984), nie dają precyzyjnej informacji na temat rozwarstwienia badanych grup. Metoda dekompozycji indeksu Giniego zaproponowana przez Lermana i Yitzhakię daje taką możliwość, wprowadzając **indeks rozwarstwienia** (ang. *stratification index*) jako miarę odrębności danej grupy od pozostałych grup. Indeks rozwarstwienia dla i -tej podpopulacji (Yitzhaki, Lerman, 1991) ma postać:

$$Q_i = \frac{\text{cov}_i[(F_i(y) - F_{n-i}(y)), y]}{\text{cov}_i[F_i(y), y]} \quad (4.11)$$

gdzie:

$\text{cov}_i(x, y)$ – kowariancja między x i y tylko w obrębie jednostek należących do i -tej grupy,

$F_i(y)$ – rangi jednostek w grupie i ,

$F_{n-i}(y)$ – rangi jednostek w populacji otrzymane bez uwzględnienia i -tej grupy.

Zauważmy, że zaproponowany indeks rozwarstwienia (4.11) ma następujące właściwości:

- mierzy stopień rozwarstwienia dla każdej podpopulacji osobno, ale w odniesieniu do wszystkich pozostałych podpopulacji;
- wartość indeksu dla grupy i zmniejsza się, gdy zwiększa się liczba elementów należących do innych grup „zachodzących” na grupę i ;

- wartość indeksu dla i -tej grupy jest tym mniejsza, im wartości dochodów (lub innych cech) jednostek należących do pozostałych grup bliższe są średniej dla grupy i . Oznacza to, że jest on wrażliwy nie tylko na stopień zachodzenia na siebie rozkładów poszczególnych grup, ale także na pozycje członków grup względem średnich;
- jest unormowany w przedziale $[-1,1]$.

Indeks Q_i przyjmuje wartość 1 w sytuacji, gdy dana grupa stanowi warstwę doskonałą. Oznacza to, że żadne pozostałe grupy nie mają z nią części wspólnych. Wartość 0 oznacza, że uporządkowanie jednostek w obrębie własnej grupy jest takie samo jak uporządkowania tych jednostek w całej populacji – rozwarstwienie nie zachodzi. Komentarza wymaga również sytuacja, w której współczynnik rozwarstwienia przyjmuje wartości ujemne. Grupa, dla której to zachodzi, nie jest grupą homogeniczną, ale składa się kilku podgrup. W skrajnym przypadku, gdy $Q_i = -1$, mamy do czynienia z podpopulacją złożoną w istocie z dwóch jednorodnych podgrup, ale stanowiących skrajne bieguny całej rozważanej populacji. Wtedy wszystkie jednostki należące do pozostałych grup leżą niejako w obrębie obszaru zmienności wyznaczonego przez grupę i . W przypadku ujemnych wartości Q_i grupa i nie jest więc dobrze zdefiniowana.

Rozwarstwienie polegające na istnieniu w populacji pewnych podpopulacji wyizolowanych pod względem np. poziomu dochodów (np. grupy ubóstwa) jest ściśle powiązane z nierównomiernością rozkładu dochodów mierzoną za pomocą syntetycznych miar koncentracji. Można powiedzieć, że wzrost nierównomierności rozkładu dochodów powoduje na ogół także wzrost rozwarstwienia. Ma to miejsce szczególnie w przypadku wzrostu nierówności międzygrupowych. Znaczny udział nierówności wewnątrzgrupowych prowadzi natomiast często do większego zachodzenia na siebie grup, co powoduje spadek segmentacji populacji. Powiązania pomiędzy nierównomiernością wewnątrz- i międzygrupową a procesem rozwarstwienia ujmuje całościowo przedstawiona przez Yitzhakię i Lermana (1991) formuła dekompozycji współczynnika Giniego:

$$G = \sum_i s_i G_i + \sum_i s_i (p_i - 1) G_i Q_i + \sum_i \frac{2 \operatorname{cov}[\bar{y}_i, \bar{F}_i(y)]}{\bar{y}} \quad (4.12)$$

gdzie:

$p_i = \frac{n_i}{n}$, $s_i = \frac{n_i \bar{y}_i}{n \bar{y}}$ oznaczają udział i -tej grupy odpowiednio w liczebności oraz w dochodzie całej populacji,

$\bar{F}_i(y)$ – średnia ranga dla grupy i .

Pierwszy składnik dekompozycji jest średnią ważoną z indeksów Giniego wewnątrz podpopulacji i określa udział nierówności wewnątrzgrupowych w całkowitej nierównomierności rozkładu. Drugi składnik, będący sumą ważoną grupowych indeksów Q_p , określa wpływ rozwarstwienia badanej populacji na ogólną wartość indeksu Giniego. Łatwo zauważyć, że składnik ten zależy od rozkładu rang podpopulacji oraz od elementów składnika pierwszego. Jego wartość wynosi 0 ,

gdy rozkłady wszystkich podpopulacji są identyczne. Trzeci składnik określa nierówności międzygrupowe, w odróżnieniu od podejścia Daguma rozumiane klasycznie, a więc jako nierówności między średnimi dla podpopulacji. Może być on interpretowany jako współczynnik koncentracji Giniego dla średnich z podpopulacji traktowanych jako elementy populacji (por. Lerman, Yitzhaki, 1984). Składnik ten jest podobny (choć nie identyczny) do nierówności międzygrupowej zaproponowanej przez Bhattacharya i Mahalanobisa (1967), Pyatta (1976) oraz Silbera (1989), przy czym zasadnicza różnica polega na odmiennym rozumieniu rang. W pracy Yitzhakiego i Lermana (1991) rangi rozumiane są jako średnie rangi dla jednostek pochodzących z danej grupy, nie zaś jako rangi średnich dochodów otrzymanych dla tych grup. Warto zauważyć, że składnik określający nierówności międzygrupowe będzie dla wszystkich tych metod identyczny tylko wtedy, gdy badane podpopulacje na siebie nie zachodzą.

Warto zaznaczyć, że także współczynnik koncentracji Giniego $G_{y|x}$ oraz oparty na nim współczynnik R , służące do analizy zmian nierównomierności rozkładu (por. Jędrzejczak, 2011, s. 22), mogą być rozłożone na zmienność międzygrupową, wewnątrzgrupową oraz transwariację, podobnie jak klasyczny współczynnik koncentracji Giniego G . Propozycje takie możemy znaleźć m.in. w pracy Vernizziego (2007), który wykorzystuje do dekompozycji tych współczynników podejście Daguma (4.6) poddane nieznaczącej modyfikacji.

4.2.3. Dekompozycja współczynnika Giniego według źródeł dochodu

Dekompozycja współczynnika Giniego według źródeł dochodu nastęrcza znacznie mniej trudności niż omówiona w poprzednim podrozdziale dekompozycja według grup. Formuła statystyczna indeksu Giniego oparta na średniej różnicy Δ (por. 2.17) może być także wykorzystywana do dekompozycji tego współczynnika według źródeł (komponentów) dochodu.

Opierając się na formule (2.17) oraz tożsamości: $|x_i - x_j| = x_i + x_j - 2 \min(x_i, x_j)$, Mussard (2005) zaproponował dekompozycję czynnikową, która ma związek z przedstawioną w poprzednim paragrafie dekompozycją Daguma według podpopulacji, co pozwala na łączenie tych formuł w jedną „multidekompozycję”. Przedstawiona dekompozycja czynnikowa indeksu Giniego nie pozwala jednak na głębszą analizę wpływu poszczególnych składników dochodu na łączną nierównomierność rozkładu.

Bardziej przydatną metodę dekompozycji współczynnika Giniego według składników dochodu zaproponowali Lerman i Yitzhaki (1985). Jest ona oparta na wyprowadzonej wcześniej przez tych samych autorów formule kowariancyjnej (por. Lerman, Yitzhaki, 1984), w której indeks Giniego wyrażony jest za pomocą kowariancji między dochodami i ich rangami. Zaproponowana przez nich metoda daje stosunkowo proste narzędzie analizy nierówności dochodowych, którego

dotatkową zaletą jest możliwość przejrzystej interpretacji ekonomicznej otrzymanych składników. Podobną dekompozycję zaproponował później Yao (1997, 1999), wykorzystując tzw. czynniki współczynniki koncentracji (ang. *factor concentration ratios*).

Niech Y_k oznacza k -ty komponent całkowitego dochodu gospodarstwa domowego Y , przy czym $Y = \sum_k Y_k$. Wykorzystując formułę kowariancyjną, otrzymujemy dekompozycję wyrażającą współczynnik Giniego jako sumę udziałów poszczególnych komponentów dochodowych (Lerman, Yitzhaki 1985):

$$G = \sum_k \frac{\text{cov}[y_k, F(y)]}{\text{cov}[y_k, F(y_k)]} \cdot \frac{2 \text{cov}[y_k, F(y_k)]}{\bar{y}_k} \cdot \frac{\bar{y}_k}{\bar{y}} \quad (4.13)$$

Przyjmując za R_k , G_k i S_k kolejne czynniki występujące w formule (4.13), można zapisać:

$$G = \sum_k R_k \cdot G_k \cdot S_k \quad (4.14)$$

R_k oznacza miarę współzależności znaną w literaturze jako współczynnik korelacji Giniego (*Gini correlation coefficient*), która przyjmuje wartości z przedziału $[-1, 1]$. Gdy zmienne Y_k i Y są niezależne, współczynnik R_k przyjmuje wartość 0. Wartość 1 odpowiada natomiast sytuacji, gdy y_k jest rosnącą funkcją y , co oznacza, że uporządkowanie gospodarstw domowych według k -tego komponentu jest identyczne jak ich uporządkowanie względem dochodu całkowitego y (podobnie jak w przypadku współczynnika korelacji rang Spearmana). Ujemne wartości R_k wskazują na ujemną korelację między dochodem y_k a dystrybuantą $F(y)$. G_k oznacza indeks Giniego mierzący nierównomierność rozkładu k -tego komponentu dochodu, zaś S_k to udział tego komponentu w dochodzie całkowitym. Iloczyn $R_k G_k S_k$ można więc traktować jako wkład k -tego komponentu w całkowitą nierównomierność rozkładu. Jeżeli współczynnik korelacji między k -tym komponentem dochodu a całkowitym dochodem gospodarstwa domowego przyjmuje wartość zero lub jest ujemny ($R_k \leq 0$), to proporcjonalny wzrost dochodów w obrębie tego komponentu spowoduje spadek nierównomierności rozkładu. Kiedy R_k jest dodatnie, to wpływ takiej zmiany na całkowitą nierównomierność rozkładu zależy od znaku wyrażenia $R_k G_k - G$ (por. Stark i in., 1986).

Podobną dekompozycję indeksu Giniego według źródeł dochodu proponowali Kakwani (1977) oraz Yao (1997, 1999). Współczynnik Giniego przedstawiony został jako średnia ważona czynnikowych współczynników koncentracji dla poszczególnych komponentów dochodu y_k , przy czym wagami są udziały k -tego komponentu w dochodzie całkowitym dla wszystkich badanych jednostek. Można zapisać:

$$G = \sum_k C_k \cdot S_k \quad (4.15)$$

gdzie: S_k oznacza wagę, zaś C_k oznacza „czynnikiowy” współczynnik koncentracji dla k -tego komponentu dochodu.

Współczynnik C_k liczony jest w taki sam sposób jak zwykły współczynnik Giniego dla k -tego komponentu, czyli G_k , ale dochody jednostek ekonomicznych uporządkowane są według pozycji w rozkładzie całego dochodu gospodarstwa domowego, nie zaś według pozycji, jaką zajmuje jednostka w obrębie danego składnika dochodu. Fei, Ranis, Kuo (1978) określają tak zdefiniowany współczynnik koncentracji C_k jako *pseudo-Gini ratio*. Kakwani (1977) wykazał, że współczynnik C_k przyjmuje wartości pomiędzy $-G_k$ a G_k , przy czym $G_k = C_k$ wtedy i tylko wtedy, gdy ranking jednostek według dochodu całkowitego jest taki sam jak ranking według k -tego komponentu Y_k . Współczynnik pseudo-Gini może więc przyjmować zarówno wartości dodatnie, jak i ujemne, w zależności od różnic w uporządkowaniu jednostek, co rozszerza możliwości jego zastosowań.

Do celów interpretacyjnych zdefiniowany został także względny współczynnik koncentracji dla k -tego składnika dochodu:

$$g_k = G_k / G \quad (4.16)$$

Mówimy, że k -ty komponent ma charakter czynnika zwiększającego nierównomierność rozkładu (ang. *inequality increasing*), jeśli $g_k > 1$; dla $g_k < 1$ składnik dochodu jest określany jako zmniejszający nierównomierność (ang. *inequality decreasing*).

Formuła (4.15) jest w pewnym sensie uproszczoną postacią dekompozycji zaproponowanej przez Lermana i Yitzhakiego (4.13). Jej zaletą jest to, że przedstawia współczynnik koncentracji Giniego dla łącznego dochodu jako sumę ważonych współczynników koncentracji (*pseudo-Gini*) dla komponentów dochodu. Jednak w wyniku tego uproszczenia nierównomierność wewnętrzna składników dochodowych ujęta jest łącznie z poziomem ich skorelowania z dochodem całkowitym. Podejście takie nie pozwala na pogłębioną analizę charakteru wpływu poszczególnych czynników na całkowitą nierównomierność rozkładu. Szersze możliwości interpretacyjne daje więc formuła (4.13), pozwalająca ocenić odrębnie: wpływ koncentracji wewnątrz danego komponentu za pomocą „zwykłego” współczynnika Giniego oraz wpływ korelacji między uszeregowaniem gospodarstw według danego komponentu a dochodem całkowitym, mierzony za pomocą tzw. współczynnika korelacji Giniego R_k . Dzięki temu wpływ, jaki mają zmiany tych czynników na kształtowanie się nierówności dochodowych, może zostać przeanalizowany bardziej wnikliwie.

4.3. Podejście nieklasyczne – dekompozycja indeksu Zengi

4.3.1. Podstawowe pojęcia i definicje

Niech ciąg zmiennych losowych $X_1, \dots, X_j, \dots, X_c$ oznacza c komponentów dochodu całkowitego (tzw. źródła dochodu) obserwowanych dla każdej z N jednostek populacji, i niech $Y = \sum_{j=1}^c X_j$ będzie dochodem całkowitym. Ponadto niech $\{0 \leq y_1 < \dots < y_h < \dots < y_r\}$ będzie zbiorem odrębnych wartości przyjmowanych przez zmienną Y oraz niech $\{n_1, \dots, n_h, \dots, n_r\}$ oznacza zbiór odpowiadających im częstości, przy czym: $\sum_{h=1}^r n_h = N$.

Dla każdego dochodu y_h populacja złożona z N jednostek ekonomicznych może zostać podzielona na dwie rozłączne grupy: grupę o niższych dochodach (ang. *lower group*) dla $\{Y \leq y_h\}$ i odpowiednią grupę o wyższych dochodach (ang. *upper group*) dla $\{Y > y_h\}$.

Przypomnijmy, że $\bar{M}_h(Y)$ i $\overset{+}{M}_h(Y)$ oznaczają odpowiednio: średnią arytmetyczną dla grupy o niższych dochodach, tzw. dolną średnią (ang. *lower mean*), i średnią arytmetyczną dla grupy o wyższych dochodach, tzw. górną średnią (ang. *upper mean*) (por. formuła (2.34)). Na dolnych i górnych średnich, wyznaczonych dla różnych wartości y_h , oparte są miary nierównomierności: punktowa $I_h(Y)$ i syntetyczna $I(Y)$:

$$I_h(Y) = \frac{\overset{+}{M}_h - \bar{M}_h}{\overset{+}{M}_h} \quad \text{i} \quad I(Y) = \sum_{h=1}^r I_h(Y) \cdot \frac{n_h}{N} \quad (4.17)$$

Zauważmy, że dla każdego h indeks punktowy $I_h(Y)$ mierzy względne różnicowanie $\bar{M}_h(Y)$ względem $\overset{+}{M}_h(Y)$, zaś indeks syntetyczny $I(Y)$ jest średnią arytmetyczną z indeksów punktowych $I_h(Y)$ z wagami ustalonymi jako względne częstości poszczególnych wartości dochodu w całej populacji.

W celu przeprowadzenia dekompozycji indeksów nierównomierności Zengi rozważmy dwuwymiarowy rozkład N jednostek ekonomicznych względem k różnych podpopulacji i jednocześnie względem r odrębnych wartości zmiennej Y . W rozkładzie tym n_{hg} oznaczać będzie częstość wartości y_h w podpopulacji g ; $n_h = \sum_{g=1}^k n_{hg}$. Wyrażenie $n_g = \sum_{h=1}^r n_{hg}$ oznacza zatem liczebność podpopulacji g ; $N = \sum_{g=1}^k n_g$. $\bar{M}_{hg}(Y)$ oraz $\overset{+}{M}_{hg}(Y)$ oznaczają, odpowiednio, dolną i górną średnią rozkładu $\{(y_h, n_{hg}) : h = 1, \dots, r\}$ w podpopulacji g .

Stosując podobną notację, otrzymujemy formuły na punktową $I_{hg}(Y)$ oraz syntetyczną $I_g(Y)$ miarę nierówności dla podpopulacji g :

$$I_{hg}(Y) = \frac{\overset{+}{M}_{hg} - \bar{M}_{hg}}{\overset{+}{M}_{hg}} \quad \text{oraz} \quad I_g(Y) = \sum_{h=1}^r I_{hg}(Y) \cdot \frac{n_{hg}}{n_g} \quad (4.18)$$

Zenga zauważył, że krzywe $I_h(Y)$, zwane punktowymi krzywymi koncentracji, oszacowane dla różnych rozkładów dochodów, są U -kształtne (Zenga, 2007; Zenga i in., 2012). Badając własności indeksów Zengi opartych na dolnej i górnej średniej, Poliscchio (2008) wykazała, że ucięty rozkład Pareto z dolnym ograniczeniem $\mu \times k$, górnym ograniczeniem $\frac{\mu}{k}$ oraz parametrem nierównomierności $\theta = 0.5$ charakteryzuje się stałą nierównością punktową równą $(1 - k) : 0 < k < 1$ i $\mu > 0$. Ponadto Poliscchio i Porro (2011) porównali własności krzywych koncentracji Zengi i Lorenza oraz zbadali ich przebieg dla wielu ciągłych zmiennych losowych. Następnie Maffneni i Poliscchio (2014), opierając się na rozkładach empirycznych, porównali wrażliwość krzywych Zengi i Lorenza na różne transformacje, w tym transfery zmniejszające nierówności. Wykazali również, że porównanie empirycznej krzywej $I_h(Y)$ z odpowiadającą jej jednostajną krzywą nierówności (ang. *uniform inequality curve*) dostarcza użytecznych informacji na temat nierówności dochodowych.

4.3.2. Dekompozycja indeksu Zengi według podpopulacji

Dekompozycja indeksu Zengi według k podpopulacji została po raz pierwszy zaproponowana przez Radaelliego (2010). Punktem wyjścia była tu dekompozycja punktowej miary jednorodności określonej jako $U_h = 1 - I_h$. Następnie Zenga (2016a) dokonał dekompozycji swojego wskaźnika nierównomierności w sposób bardziej bezpośredni, zaczynając od addytywnej dekompozycji indeksu punktowego $I_h(Y)$ na $k \times k$ składników bazowych, która przyjmuje następującą postać:

$$I_h(Y) = \sum_{l=1}^k \sum_{g=1}^k B_{hlg}(Y), \quad (4.19)$$

gdzie $B_{hlg}(Y) = ((M_{hg}^+ - \bar{M}_{hl}) / M_h^+) \cdot p(l|h) \cdot a(g|h)$ określa udział w indeksie punktowym $I_h(Y)$ względnej różnicy $\bar{M}_{hl}(Y)$ i $M_{hg}^+(Y)$, czyli różnicy między średnimi dolną i górną pochodzącymi z dwóch podpopulacji, odpowiednio l i g . Należy zwrócić uwagę, że wkłady $B_{hlg}(Y)$ nie mogą przyjmować wartości ujemnych.

Ze wzoru (4.19) wynika, że nierówność punktowa $I_h(Y)$ jest średnią ważoną $k \times k$ względnych różnic między wszystkimi możliwymi uporządkowanymi parami podpopulacji, przyjmując, że górna średnia pochodzi z subpopulacji g , zaś odpowiadająca jej dolna średnia pochodzi z podpopulacji l . Wagi, które odgrywają ważną rolę w tej dekompozycji, są iloczynami częstości względnych $p(l|h)$ i $a(g|h)$, przy czym $p(l|h)$ określa udział podpopulacji l w grupie o niższych dochodach ($Y \leq y_h$), zaś $a(g|h)$ jest udziałem podpopulacji g w grupie o wyższych dochodach ($Y > y_h$).

Dekompozycję syntetycznego indeksu Zengi $I(Y)$ według podpopulacji na $k \times k$ składników otrzymujemy poprzez agregację otrzymanej poprzednio

dekompozycji indeksów punktowych według wszystkich unikalnych wartości dochodu $h = 1, \dots, r$:

$$I(Y) = \sum_{h=1}^r \left\{ \sum_{l=1}^k \sum_{g=1}^k B_{hlg}(Y) \right\} \cdot \frac{n_h}{N} = \sum_{l=1}^k \sum_{g=1}^k B_{.lg}(Y) \quad (4.20)$$

przy czym $B_{.lg}(Y) = \sum_{h=1}^r B_{hlg}(Y) \cdot \frac{n_h}{N}$.

Poprzez różne sposoby agregacji udziałów bazowych $B_{hlg}(Y)$ można otrzymać różne addytywne dekompozycje indeksu punktowego $I_h(Y)$, a następnie także indeksu syntetycznego $I(Y)$. W szczególności punktowa miara nierówności Zengi może zostać rozłożona na wkłady k rozpatrywanych subpopulacji:

$$I_h(Y) = \sum_{l=1}^k B_{hl}(Y) \quad (4.21)$$

gdzie $B_{hl}(Y) = \sum_{g=1}^k B_{hlg}(Y) = \left[\frac{\bar{M}_{h.}(Y) - \bar{M}_{hl}(Y)}{\bar{M}_{h.}(Y)} \right] \cdot p(l|h)$ jest udziałem podpopulacji l w punktowym indeksie $I_h(Y)$.

Zauważmy, że wyrażenie $\frac{\bar{M}_{h.}(Y) - \bar{M}_{hl}(Y)}{\bar{M}_{h.}(Y)}$ określa względne zróżnicowanie średniej dolnej $\bar{M}_{hl}(Y)$ wyznaczonej w punkcie h dla podpopulacji l względem odpowiedniej górnej średniej dla całej populacji $\bar{M}_{h.}(Y)$. W ten sam sposób można rozłożyć na k -składników syntetyczny indeks Zengi $I(Y)$:

$$I(Y) = \sum_{l=1}^k \{ B_{.ll}(Y) + \sum_{g:g \neq l} B_{.lg}(Y) \} = \sum_{l=1}^k B_{.l.}(Y) \quad (4.22)$$

gdzie: $B_{.l.}(Y) = \sum_{g=1}^k B_{.lg}(Y)$ oznacza wkład podpopulacji l w całkowitą nierównomierność mierzoną za pomocą indeksu Zengi $I(Y)$.

Po rozłożeniu indeksów Zengi na $k \times k$ składników bazowych (wzory (4.19), (4.20)) oraz na k podpopulacji (wzory (4.21), (4.22)) przedstawiona zostanie dekompozycja indeksu punktowego $I_h(Y)$, a następnie indeksu syntetycznego $I(Y)$, na dwa bardzo istotne składniki: nierówność wewnątrzgrupową (ang. *within-group*) oraz międzygrupową (ang. *between-group*). Ostatecznie nierówność dochodową populacji można przedstawić w sposób następujący:

$$I(Y) = B_{.w}(Y) + B_{.B}(Y) \quad (4.23)$$

gdzie $B_{.w}(Y)$ oznacza nierówność wewnątrzgrupową, zaś $B_{.B}(Y)$ jest wkładem nierówności między grupami w syntetyczny indeks Zengi.

Aby otrzymać nierówność wewnątrzgrupową I_w , sumujemy diagonalne elementy macierzy składającej się z elementów $B_{hlg}(Y)$, natomiast sumując elementy macierzy poza główną przekątną, otrzymujemy nierówność międzygrupową I_B :

$$I_w = B_{.W}(Y) = \sum_{l=1}^k \left\{ \sum_{h=1}^r \left[\frac{\overset{+}{M}_{hl}(Y) - \bar{M}_{hl}(Y)}{\overset{+}{M}_{h.}(Y)} \right] p(l|h) \cdot a(l|h) \cdot \frac{n_h}{N} \right\} \tag{4.24}$$

$$I_B = B_{.B}(Y) = \sum_{l=1}^k \sum_{(g:g \neq l)} \left\{ \sum_{h=1}^r \left[\frac{\overset{+}{M}_{hg}(Y) - \bar{M}_{hl}(Y)}{\overset{+}{M}_{h.}(Y)} \right] p(l|h) \cdot a(g|h) \cdot \frac{n_h}{N} \right\}$$

Składnik wewnątrzgrupowy pochodzi z porównania dolnej średniej i górnej średniej tej samej podpopulacji, podczas gdy drugi składnik obejmuje średnie pochodzące z różnych podpopulacji. Należy zauważyć, że składnik I_w jest sumą k składników bazowych, podczas gdy składnik I_B jest sumą $k \times (k - 1)$ składników.

4.3.3. Dekompozycja indeksu Zengi według źródeł dochodu

Udziały poszczególnych źródeł dochodu X_j w całkowitym wskaźniku nierówności dochodów można uzyskać, stosując, podobnie jak w poprzednim podrozdziale, podejście dwuetapowe (Zenga i in., 2012). W pierwszym kroku wyprowadza się addytywne dekompozycje miary punktowej $I_h(Y)$. W drugim kroku, podstawiając otrzymaną formułę dekompozycji indeksu punktowego do wzoru na średnią arytmetyczną ważoną (por. wzór (4.17)), w prosty sposób otrzymujemy odpowiednią dekompozycję syntetycznej miary $I(Y)$.

Niech $\bar{M}_h(X_j)$ i $\overset{+}{M}_h(X_j)$ będą średnimi komponentu dochodu X_j , odpowiednio dla niższej i wyższej grupy dochodowej. Zenga i in. (2012) otrzymali następujące addytywne dekompozycje według źródeł dochodu dla indeksów nierówności: punktowego $I_h(Y)$ oraz syntetycznego $I(Y)$:

$$I_h(Y) = \sum_{j=1}^c B_h(X_j), \quad I(Y) = \sum_{j=1}^c B(X_j) \tag{4.25}$$

gdzie:

$B_h(X_j) = \frac{1}{\overset{+}{M}_{h.}(Y)} (\overset{+}{M}_h(X_j) - \bar{M}_h(X_j))$ jest udziałem składnika X_j w indeksie $I_h(Y)$

natomiast

$B(X_j) = \sum_{h=1}^r B_h(X_j) \cdot \frac{n_h}{N}$ jest udziałem składnika X_j w indeksie syntetycznym $I(Y)$.

Komponent $B_h(X_j)$ jest względną różnicą między górną i dolną średnią składnika X_j w stosunku do górnej średniej całkowitego dochodu Y .

Interesujące może być również oszacowanie względnych udziałów poszczególnych składników dochodu w nierówności punktowej $I_h(Y)$ i syntetycznej $I(Y)$.

Wielkości te można porównywać z odpowiednimi udziałami poszczególnych źródeł dochodu w całkowitej masie dochodu, co może prowadzić do interesujących wniosków dotyczących kierunków polityki społecznej nakierowanej na redukcję nierówności. Dla $I_h > 0$ względne udziały komponentów X_j w indeksie I_h możemy określić następująco:

$$\beta_h(X_j) = \frac{B_h(X_j)}{I_h} = \frac{\overset{+}{M}_{h.(X_j)} - \bar{M}_{h.(X_j)}}{\overset{+}{M}_{h.(Y)} - \bar{M}_{h.(Y)}} \quad (4.26)$$

Dla ilustracji przyjmijmy, że $\beta_h(X_j) = 0,3$. Oznacza to, że dla źródła dochodu X_j różnica między górną a dolną średnią wynosi 30% różnicy między odpowiednimi średnimi obliczonymi dla dochodu całkowitego Y w punkcie h . Udziały poszczególnych źródeł dochodu w ogólnej nierówności dochodów $I(Y)$ można oszacować, uśredniając (4.26) dla wszystkich unikalnych wartości dochodu.

Podobne podejście można zastosować odrębnie w każdej z rozważanych podpopulacji g ($g = 1, \dots, k$). W szczególności dekompozycje według źródeł dla punktowego $I_{hg}(Y)$ i syntetycznego $I_{.g}(Y)$ indeksu nierówności określone są następująco:

$$I_{hg}(Y) = \sum_{j=1}^c B_{hg}(X_j) \quad \text{i} \quad I_{.g}(Y) = \sum_{j=1}^c B_{.g}(X_j) \quad (4.27)$$

gdzie: $B_{hg}(X_j) = (\overset{+}{M}_{hg(X_j)} - \bar{M}_{hg(X_j)}) / \overset{+}{M}_{hg(Y)}$ jest udziałem składnika X_j w indeksie $I_{hg}(Y)$, $B_{.g}(X_j) = \sum_{h=1}^r B_{hg}(X_j) \cdot \frac{n_{hg}}{n_{.g}}$ jest udziałem składnika X_j w indeksie syntetycznym $I_{.g}(Y)$.

Ostatnie wyrażenie można interpretować jako średnią arytmetyczną wkładów X_j w indeksy punktowe $I_{hg}(Y)$.

Interesującym podsumowaniem tych rozważań jest również praca Zengi (2013), w której zastosowano przedstawione podejście dwuetapowe do dekompozycji według źródeł wszystkich trzech indeksów opartych na średnich cząstkowych: Giniego (1914), Zengi (2007) i Bonferroniego (1930). To ujednocicone podejście pozwoliło stwierdzić, że względne udziały źródeł dochodu X_j w trzech wskaźnikach punktowych – Zengi, Giniego i Bonferroniego – są równe. Wykazano także, że odpowiednie względne wkłady komponentów dochodu do syntetycznych miar nierówności Zengi, Giniego i Bonferroniego mogą być wyrażone jako średnie arytmetyczne ważone udziałów punktowych o różnych wagach.

4.4. Zastosowanie wybranych metod dekompozycji do analizy rozkładu dochodów w Polsce i we Włoszech

4.4.1. Cel i przedmiot badania

Metody dekompozycji przedstawione w poprzednich podrozdziałach zastosowano do porównania rozkładów dochodów w Polsce i we Włoszech. Ze względu na przedstawione w rozdziale drugim własności indeksu Zengi (2007), wpływające na możliwość addytywnej dekompozycji zarówno indeksu syntetycznego, jak i indeksów punktowych, zdecydowano się na wybór właśnie tego podejścia. Dodatkowo umożliwia ono przyjęcie jednolitej koncepcji dla obu rodzajów dekompozycji: według grup i według źródeł dochodu, co ułatwia interpretację wyników. Podstawą obliczeń były dane o gospodarstwach domowych, pochodzące z badań budżetów gospodarstw domowych, przeprowadzonych odpowiednio przez Główny Urząd Statystyczny w latach 2014 i 2017 oraz włoski bank centralny (Banca d'Italia) w roku 2014 (por. GUS, 2015, 2018; Banca d'Italia, 2015).

Przypomnijmy, że nierówności dochodowe w Polsce znacznie wzrosły w procesie transformacji z gospodarki centralnie planowanej do rynkowej – w okresie kilku zaledwie lat po 1989 r. indeks Giniego wzrósł o ok. 10 punktów procentowych. Po okresie gwałtownych zmian gospodarczych tempo wzrostu indeksu Giniego zwolniło i w ciągu ostatnich 10 lat obserwujemy jedynie niewielkie wahania na poziomie ok. 0,32–0,34 według danych badania Budżetów Gospodarstw Domowych, gdzie uwzględnia się dochód na osobę, oraz 0,27–0,31 według UE-SILC, gdzie uwzględnia się dochód ekwiwalentny. Należy zauważyć, że od 2016 r. obserwuje się tendencję spadkową nierówności dochodowych w Polsce według obu badań. We Włoszech, po powojennym boomie, któremu towarzyszyły niezwykle wysokie nierówności dochodowe, nastąpił wyraźny spadek nierówności dochodowych pod koniec lat 70. (wskaźnik Giniego spadł z poziomu 0,39 w 1979 r. do 0,33 w 1990 r.). Natomiast 10 lat później indeks Giniego wyraźnie wzrósł i w 1995 r. znowu przekroczył wartość 0,36. Spadek odpowiadał okresowi ekspansji gospodarczej charakteryzującej się liberalną polityką ekonomiczną, podczas gdy gwałtowny wzrost zbiegł się z poważnym kryzysem gospodarczym. Po 2008 r., czyli początkowym roku ostatniego kryzysu finansowego, nierówności we Włoszech ponownie nieznacznie wzrosły do poziomu 0,35 pod względem wartości współczynnika Giniego (Jędrzejczak, 2015a), przy czym według EU-SILC wartości indeksu w ostatnich 10 latach oscylują wokół 0,35.

Według wstępnych wyników badań budżetów gospodarstw domowych, przeprowadzonych w Polsce i we Włoszech w wybranym do porównań okresie, wskaźniki Giniego dla dochodów rozporządzalnych gospodarstw domowych były dość wysokie i kształtowały się na podobnym poziomie. Wynosiły one dla Polski

i Włoch odpowiednio 0,34 i 0,35. W tym kontekście szczególnie interesujące wydaje się porównanie rozkładu nierówności dla Polski i Włoch, krajów o podobnym poziomie ogólnych nierówności dochodowych, ale o innej historii, o różnych cechach geograficznych i społeczno-ekonomicznych. Powstaje pytanie: czy proces narastania nierówności, obserwowany w wielu regionach świata w ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat, dotknął oba te kraje jednakowo z punktu widzenia różnych grup społecznych? Jaki jest wkład poszczególnych makroregionów w ogólną nierówność? Co można wnioskować o rozbieżnościach między regionami i wewnątrz nich? Jaki jest udział podstawowych składników dochodu w ogólnej nierówności dochodów w Polsce i we Włoszech?

Odpowiedzi na te pytania dla dwóch tak różnych gospodarek mogą pomóc lepiej zrozumieć skomplikowany związek między nierównością dochodów a wzrostem gospodarczym, który od dziesięcioleci jest przedmiotem wielu badań ekonomicznych. Problem istnienia i związku między tymi dwoma zjawiskami społeczno-gospodarczymi rozważało wielu autorów, ciekawe analizy dla wielu krajów przeprowadzili m.in. Persson i Tabellini (1994). W kontekście Polski o relacjach między nierównościami a wzrostem gospodarczym dyskutowano m.in. w pracach Sztudyngera i Kumora (2007a, 2007b). Autorzy starali się szukać poziomu nierówności dochodowych, który jest optymalny z punktu widzenia wzrostu gospodarczego i dobrobytu społecznego w Polsce. Obserwując różne wzorce nierówności w Polsce i we Włoszech, można również przeanalizować regionalne nierówności dochodowe w gospodarce „transformacyjnej” w porównaniu z ugruntowaną gospodarką rynkową. Według Europejskiego Raportu Społecznego Instytutu Tárkiego z 2009 r., poświęconego wynikom badania nietolerancji nierówności dochodowych w różnych krajach, zauważa się znacznie niższy poziom akceptacji nierówności w bloku postsocjalistycznym niż w innych krajach europejskich.

Przypomnijmy, że całkowity dochód jednostki lub gospodarstwa domowego oznaczony jako Y można wyrazić jako sumę c składników zwanych źródłami dochodu. Jednocześnie N jednostek populacji można podzielić na k różnych podpopulacji (grup). Mając taki podział, wskaźniki nierówności można rozłożyć na wkłady poszczególnych źródeł dochodu i /lub na wkłady wyróżnionych podpopulacji do całkowitej nierównomierności rozkładu zmiennej Y . Można również przeprowadzić rozkład wskaźników nierówności na nierówności wewnątrz grup i między nimi. Zgodnie z podejściem opisanym w podrozdziale 4.3.2 zastosowano podejście dwuetapowe: najpierw wyprowadzono „addytywne” dekompozycje wskaźnika punktowego, a następnie, uśredniając te dekompozycje, otrzymano odpowiadające im dekompozycje wskaźnika syntetycznego. Dla obu krajów próby gospodarstw domowych podzielono na następujące podpopulacje (NUTS 1 według klasyfikacji Eurostatu):

- Polska – sześć makroregionów: 1. Centralny, 2. Południowy, 3. Wschodni, 4. Północno-zachodni, 5. Południowo-Zachodni, 6. Północny.
- Włochy – trzy makroregiony: 1. Północ, 2. Centralny, 3. Południe.

Rozważaną zmienną Y jest dochód rozporządzalny gospodarstwa domowego (ang. *the household net disposable income*), określony jako suma następujących składników, zwanych dalej źródłami dochodu:

- X1 – Dochody z pracy najemnej (ang. *payroll income*),
- X2 – Dochody z emerytur i transferów społecznych (ang. *pensions and net transfers*),
- X3 – Dochody z pracy na własny rachunek (ang. *net self-employment income*),
- X4 – Dochody z tytułu własności (ang. *property incomes*).

Podstawą obliczeń były dane indywidualne pochodzące z badania Budżetów Gospodarstw Domowych (BGD) oraz badania Dochodów i Zamożności Gospodarstw Domowych (*Survey on Household Income and Wealth*, SHIW) przeprowadzone odpowiednio przez GUS i Bank Włoch (Banca d'Italia).

Oba badania są badaniami reprezentacyjnymi i prowadzone są tą metodą od bardzo dawna (BGD od 1957 r., natomiast SHIW od 1965 r.). Metodologia pobierania próby jest dostosowana do struktury każdej z badanych populacji. Dane uzyskane z obu badań pozwalają na analizę warunków życia gospodarstw domowych, będąc podstawowym źródłem informacji o dochodach i wydatkach ludności. Szczegółowe uwagi metodologiczne można znaleźć na stronach odpowiednio GUS² i Banca d'Italia³.

Obie próby losowe wybrano za pomocą dwustopniowego warstwowego schematu losowania z nierównymi prawdopodobieństwami wyboru dla jednostek losowania pierwszego stopnia (jps), którymi w próbie BGD były terenowe punkty badań, wylosowane w oparciu o wykazy rejonów statystycznych, opracowane dla potrzeb Narodowego Spisu Powszechnego. Próba do badania SHIW jest losowana także w dwóch etapach – jednostkami losowania pierwszego stopnia są gminy (wł. *comune*), a jednostkami drugiego stopnia (jds) są mieszkania. W próbie BGD warstwowanie odbywa się według województw i klasy miejscowości. W próbie włoskiej warstwowanie jps przeprowadzane jest według regionu i liczby ludności w gminach. W celu zachowania relacji między strukturą badanej populacji a strukturą społeczno-demograficzną populacji ogółem dane uzyskane z polskiego BGD zostały zważone strukturą gospodarstw domowych według liczby osób i klasy miejscowości pochodzących z populacji oraz poprzedniego Narodowego Spisu Powszechnego z 2011 r. W 2014 r. próba BGD objęła 37 216 gospodarstw domowych, natomiast w 2017 r. zbadano 36 665 gospodarstw, czyli w obu przypadkach próba stanowiła ok. 0,3% ogółu gospodarstw domowych, podczas gdy próba SHIW obejmowała jedynie 8156 (0,03%) gospodarstw domowych we Włoszech.

W procesie estymacji miar nierówności dochodowych oraz ich dekompozycji uwzględnione zostały wagi schematu losowania, ustalone na podstawie

2 <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/warunki-zycia/dochody-wydatki-i-warunki-zycia-ludnosci/zeszyt-metodologiczny-badanie-budzetow-gospodarstw-domowych,10,2.html> [dostęp: 15.09.2023].

3 <https://www.bancaditalia.it/statistiche/tematiche/indagini-famiglie-imprese/bilanci-famiglie/index.html?com.dotmarketing.htmlpage.language=1> [dostęp: 15.09.2023].

odwrotności prawdopodobieństw włączenia danego gospodarstwa domowego do próby (tzw. prawdopodobieństwa inkluzji) oraz następnie skorygowane z uwzględnieniem tablic demograficznych oraz struktury braków odpowiedzi.

4.4.2. Charakterystyka rozkładów dochodów w Polsce i we Włoszech

W tabelach 4.1, 4.2 i 4.3 znajdują się charakterystyki statystyczne obu prób dla wszystkich interesujących nas zmiennych: Y , X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , obliczone zarówno dla makroregionów, jak i dla całych krajów. Prezentowana w tabelach tzw. frakcja próby oznacza udziały poszczególnych podpopulacji w całej próbie otrzymanej dla każdego kraju.

Można zauważyć, że we Włoszech (tab. 4.1) region *Północ* przewyższa pozostałe pod względem udziału swoich gospodarstw domowych w ogólnej liczebności próby (45%), a jeszcze bardziej pod względem udziału dochodów (51%). W Polsce (tab. 4.2 i 4.3) analogiczne udziały poszczególnych regionów są bardziej zrównoważone z pewną dominacją największego i najzamożniejszego regionu *Centralnego*. Ponadto, co bardzo istotne z punktu widzenia interpretacji otrzymanych wyników dekompozycji, struktury dochodów w obu krajach w analizowanym okresie bardzo się różnią – w Polsce dochody z wynagrodzeń stanowią 53% dochodu do dyspozycji przy znikomej roli dochodu z tytułu własności, którego udział we Włoszech jest znaczący i stanowi 22%.

W tabeli 4.4 zestawiono podstawowe charakterystyki empirycznych i teoretycznych rozkładów dochodów w Polsce i we Włoszech, określające ich zróżnicowanie oraz kształt, a więc mające wpływ na stopień nierównomierności rozkładu.

Graficzna prezentacja empirycznych i teoretycznych rozkładów dochodów znajduje się na rys. 4.1 i 4.2, na których przedstawiono histogramy oraz dopasowane do nich funkcje gęstości Daguma, otrzymane na podstawie danych polskich i włoskich. Wskaźniki podobieństwa struktur, określające zgodność rozkładów empirycznych z teoretycznymi, które przyjmują wartości z przedziału $[0,1]$ (por. Jędrzejczak, 2015b), osiągnęły dla obu rozkładów wartości przekraczające 0,95, co potwierdza zadowalającą dobroć dopasowania. Parametry oszacowanych funkcji gęstości znajdują się w tab. 4.4, przy czym a , p określają kształt rozkładu Daguma, natomiast b jest parametrem skali. Parametr a wpływa na liczbę skończonych momentów rozkładu, która jest nie większa od tego parametru i jednocześnie określa grubość ogona rozkładu – czym większe a , tym cieńszy ogon. Z kolei parametr p kontroluje lewy ogon rozkładu i jego asymetrię – czym większe p , tym rozkład jest bardziej symetryczny (por. Jędrzejczak, Pekasiewicz, 2020b, s. 85–91). Zauważmy, że oba rozkłady mają trzy skończone momenty, przy czym rozkład dochodów w Polsce charakteryzuje się większą asymetrią, co potwierdzają też rys. 4.1 i 4.2.

Tab. 4.1. Charakterystyki statystyczne próby SHIW według komponentów dochodu i makroregionów

Makroregion	Frakcja próby	Dochód rozporządzalny Y		Dochody z pracy najemnej X1		Emerytury i transfery X2		Praca na własny rachunek X3		Dochody z własności X4	
		Średnia [€]	Udział w Y	Średnia [€]	Udział w Y	Średnia [€]	Udział w Y	Średnia [€]	Udział w Y	Średnia [€]	Udział w Y
Północ	0,45	2924	0,51	1035	0,36	915	0,31	333	0,11	642	0,22
Centrum	0,21	2858	0,23	865	0,30	1046	0,37	267	0,09	680	0,24
Południe	0,34	2028	0,27	689	0,34	733	0,36	200	0,10	405	0,20
Włochy	1	2604	1	882	0,34	880	0,34	274	0,10	569	0,22

Źródło: obliczenia własne na podstawie SHIW 2014 (Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Tab. 4.2. Charakterystyki statystyczne próby BGD według komponentów dochodu i makroregionów (2014)

Makroregion	Frakcja próby	Dochód rozporządzalny Y		Dochody z pracy najemnej X1		Emerytury i transfery X2		Praca na własny rachunek X3		Dochody z własności X4	
		Średnia [PLN]	Udział w Y	Średnia [PLN]	Udział w Y	Średnia [PLN]	Udział w Y	Średnia [PLN]	Udział w Y	Średnia [PLN]	Udział w Y
Centralny	0,22	4213	0,25	2371	0,56	1218	0,29	599	0,14	25	0,006
Południowy	0,20	3631	0,19	1967	0,54	1333	0,37	323	0,09	8	0,002
Wschodni	0,17	3458	0,16	1588	0,46	1294	0,37	568	0,16	7	0,002
Płn.-wsch.	0,15	3767	0,15	1996	0,53	1269	0,34	492	0,13	10	0,003
Płd.-wsch.	0,11	3587	0,10	1917	0,53	1336	0,37	325	0,09	9	0,002
Północny	0,15	3629	0,15	1823	0,50	1278	0,35	517	0,14	12	0,003
Poliska	1	3745	1	1969	0,53	1284	0,34	480	0,13	12	0,003

Źródło: obliczenia własne na podstawie BGD 2014 (Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Tab. 4.3. Charakterystyki statystyczne próby BGD według komponentów dochodu i makroregionów (2017)

Makroregion	Frakcja próby	Dochód rozporządzalny Y		Dochody z pracy najemnej X1		Emerytury i transfery X2		Praca na własny rachunek X3		Dochody z własności X4	
		Średnia [PLN]	Udział	Średnia [PLN]	Udział w Y	Średnia [PLN]	Udział w Y	Średnia [PLN]	Udział w Y	Średnia [PLN]	Udział w Y
Centralny	0,22	4686	0,23	2478	0,53	1506	0,32	681	0,15	21	0,005
Południowy	0,20	4328	0,20	2279	0,53	1655	0,38	386	0,09	9	0,002
Wschodni	0,17	3929	0,15	1759	0,45	1565	0,40	600	0,15	5	0,001
Płn.-wsch.	0,15	4483	0,16	2317	0,52	1515	0,34	640	0,14	11	0,003
Płd.-wsch.	0,10	4203	0,10	2219	0,53	1529	0,36	438	0,10	18	0,004
Północny	0,15	4408	0,16	2048	0,46	1514	0,34	827	0,19	19	0,004
Polska	1	4360	1,00	2197	0,50	1551	0,36	599	0,14	14	0,003

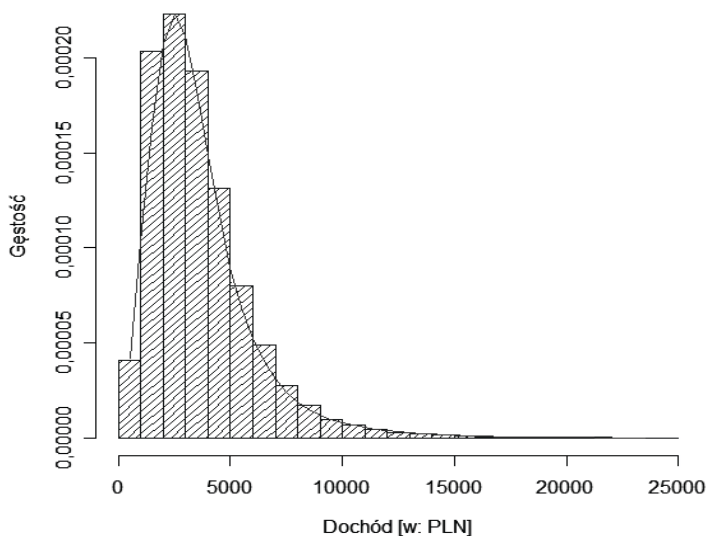
Źródło: obliczenia własne na podstawie BGD 2017.

Tab. 4.4. Miary dyspersji i kształtu dla rozkładów dochodów w Polsce i we Włoszech

	Rozkład empiryczny	Polska	Włochy
Wsp. zmienności		0,79	0,71
Wsp. skośności		9,32	3,30
Wsp. kurtozy		308,40	28,21
Rozkład Daguma		Polska	Włochy
Parametr kształtu a		3,12	3,18
Parametr kształtu p		0,78	6,43
Parametr skali b		3611,01	32 707,90

Źródło: obliczenia własne.

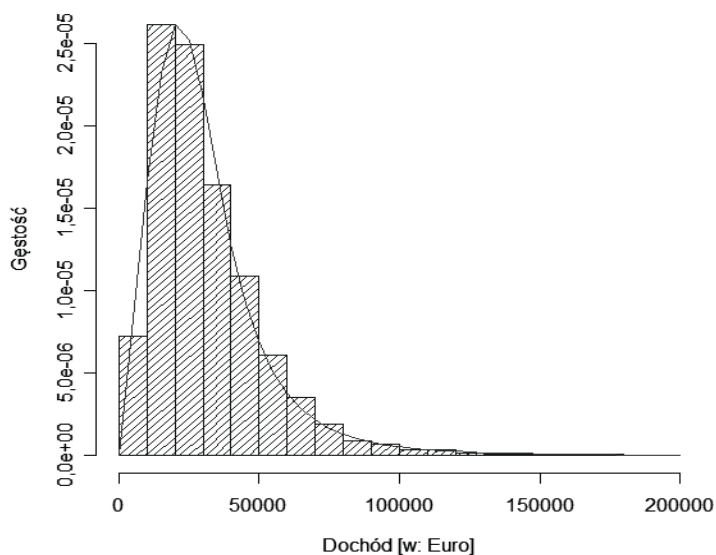
Wskaźnik podobieństwa struktur = 0,976



Rys. 4.1. Empiryczny rozkład dochodów gospodarstw domowych w Polsce wraz z jego aproksymacją za pomocą modelu Daguma

Źródło: obliczenia własne.

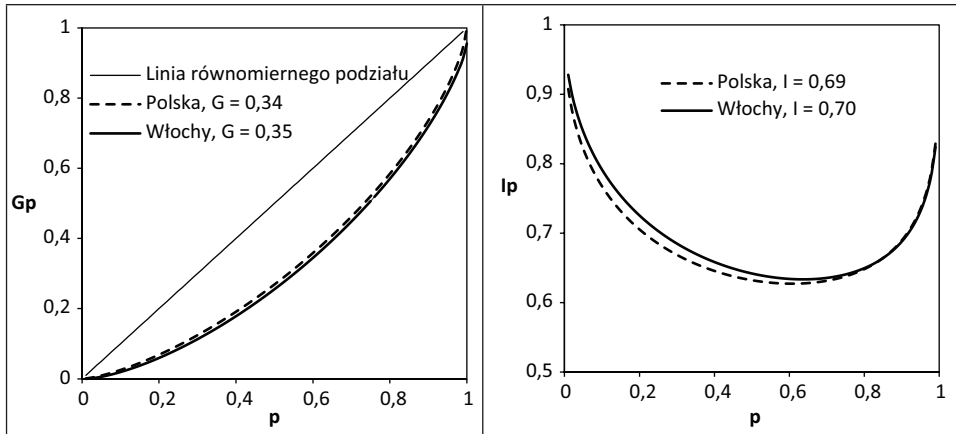
Wskaźnik podobieństwa struktur = 0,9683



Rys. 4.2. Empiryczny rozkład dochodów gospodarstw domowych we Włoszech wraz z jego aproksymacją za pomocą modelu Daguma

Źródło: obliczenia własne.

Rysunek 4.3 przedstawia graficzną prezentację funkcji Lorenza oraz funkcji nierówności punktowej Zengi określonej wzorem (3.16), dla wszystkich wartości p , $p \in [0; 1]$.



Rys. 4.3. Krzywe Lorenza L_p i Zengi I_p dla dochodów gospodarstw domowych Polski i Włoch w oparciu o dane HBS i SHIW

Źródło: obliczenia własne.

Analizując przebieg krzywych Zengi dla obu krajów, można zaobserwować stosunkowo niewielkie rozbieżności między nimi, które są widoczne przede wszystkim w pierwszej części rozkładu i zauważalnie maleją wraz z przechodzeniem do grup o wyższych dochodach. Potwierdzają to podobne do siebie wartości syntetycznych indeksów Zengi oszacowane dla Polski i Włoch, odpowiadające obszarom pod funkcjami Zengi. Wartości te wynoszą odpowiednio: $I_{\text{Polska}} = 0,69$, $I_{\text{Włochy}} = 0,70$. Na podstawie wartości indeksów syntetycznych można więc stwierdzić, że przeciętnie „najbiedniejsze” gospodarstwa domowe w obu krajach mają średnie dochody równe ok. 30% średnich dochodów gospodarstw zamożniejszych.

Warto ponadto zwrócić uwagę, że również wartości indeksów Giniego, określonych jako pole między krzywymi koncentracji a linią równomiernego podziału, oszacowane dla obu krajów, są bardzo zbliżone ($G_{\text{Polska}} = 0,34$ i $G_{\text{Włochy}} = 0,35$), co znajduje potwierdzenie w przebiegu krzywych Lorenza przedstawionych na rys. 4.3.

4.4.3. Dekompozycja nierówności według podpopulacji w Polsce i we Włoszech

W celu ujawnienia różnic w rozkładach dochodów w Polsce i we Włoszech, które nie mogą być zauważone w wyniku analizy syntetycznych ani nawet punktowych indeksów nierówności obliczonych dla całego rozkładu, przeprowadzono dekompozycję nierówności według podpopulacji zdefiniowanych jako makroregiony (NUTS 1).

W tabelach 4.5–4.12 przedstawiono wyniki dekompozycji według makroregionów wskaźników punktowego $I_h(Y)$ i syntetycznego $I(Y)$ dla obu krajów.

Pozycje wskaźników punktowych (tj. rzędów kwantyli rozkładu) równe $p = 0,1$, $p = 0,5$ i $p = 0,95$ zostały tak dobrane, aby odzwierciedlały najważniejsze cechy rozkładów dochodów, umożliwiając porównanie najuboższych, pośrednich i najbogatszych grup gospodarstw domowych. W szczególności: wskaźnik punktowy dla $p = 0,1$ porównuje średni dochód 10% najuboższych gospodarstw domowych ze średnimi dochodami pozostałych 90% gospodarstw domowych. Wskaźnik punktowy dla $p = 0,5$, odpowiadający pozycji mediany dochodów, porównuje dwie połowy populacji odbiorców dochodów – biedniejsze i bogatsze 50% gospodarstw domowych. Szczególne znaczenie ma wskaźnik punktowy liczony w oparciu o kwantyl rzędu $p = 0,95$, który umożliwia porównanie „najbiedniejszych” 95% gospodarstw domowych z grupą najbogatszych 5%, co ma szczególne znaczenie z punktu widzenia polaryzacji dochodów.

Zauważmy, że tab. 4.5–4.8 dotyczą dekompozycji nierówności w Polsce, przy czym wyniki dla syntetycznego indeksu Zengi znajdują się w tab. 4.5, natomiast kolejne tabele (4.6–4.8) przedstawiają dekompozycje indeksów punktowych dla wybranych kwantyli. Wartości wewnątrz górnej części tabel zawierają elementy macierzy dekompozycji $B_{hig} Y$, którą określa wzór (4.19). W dolnej części każdej z tabel ujęto udziały nierówności wewnątrz grup (NUTS1) oraz nierówności między NUTS1 dla poszczególnych makroregionów, a na końcu dla całego kraju (por. wzory (4.24)).

Tab. 4.5. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I(Y) = 0,6899$ dla Polski w oparciu o próbę BGD

		$B_{hig} Y$						Polska
Makroregion	g	I						
		Centralny	Południowy	Wschodni	Płn.-zach.	Płd.-zach.	Północny	
Centralny		0,0438	0,0398	0,0374	0,0305	0,0220	0,0323	
Południowy		0,0261	0,0229	0,0224	0,0177	0,0129	0,0192	
Wschodni		0,0211	0,0186	0,0180	0,0144	0,0104	0,0155	
Płn.-zach.		0,0231	0,0205	0,0198	0,0158	0,0115	0,0170	
Płd.-zach.		0,0136	0,0119	0,0116	0,0092	0,0067	0,0100	
Północny		0,0202	0,0179	0,0172	0,0138	0,0100	0,0148	
Dekompozycja syntetycznego indeksu Zengi								
Udział w $I(Y)$		0,1478	0,1316	0,1266	0,1015	0,0736	0,1088	0,6899
Wewnątrz grup		0,0438	0,0229	0,0180	0,0158	0,0067	0,0148	0,1221
Między grupami		0,1040	0,1087	0,1086	0,0857	0,0668	0,0940	0,5678

Źródło: obliczenia własne (por. Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Tab. 4.6. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,10)}(Y) = 0,7612$ dla Polski w oparciu o próbę BGD

$B_{hlg}Y(h = 2251, p = 0,1)$							
Makroregion	I						Polska
<i>g</i>	Centralny	Południowy	Wschodni	Płn.-zach.	Płd.-zach.	Północny	
Centralny	0,0426	0,0343	0,0416	0,0275	0,0195	0,0319	
Południowy	0,0322	0,0257	0,0313	0,0206	0,0147	0,0240	
Wschodni	0,0244	0,0195	0,0237	0,0156	0,0111	0,0182	
Płn.-zach.	0,0262	0,0210	0,0255	0,0168	0,0119	0,0195	
Płd.-zach.	0,0163	0,0130	0,0158	0,0104	0,0074	0,0122	
Północny	0,0231	0,0185	0,0225	0,0148	0,0105	0,0172	
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,1$							
Udział w $I_{h(0,1)}(Y)$	0,1647	0,1320	0,1603	0,1059	0,0752	0,1230	0,7612
Wewnątrz grup	0,0426	0,0257	0,0237	0,0168	0,0074	0,0172	0,1335
Między grupami	0,1221	0,1063	0,1366	0,0891	0,0678	0,1058	0,6277

Źródło: obliczenia własne (por. Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Tab. 4.7. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,50)}(Y) = 0,6435$ dla Polski w oparciu o próbę BGD

$B_{hlg}Y(h = 9872, p = 0,5)$							
Makroregion	I						Polska
<i>g</i>	Centralny	Południowy	Wschodni	Płn.-zach.	Płd.-zach.	Północny	
Centralny	0,0368	0,0355	0,0327	0,0274	0,0200	0,0283	
Południowy	0,0246	0,0236	0,0219	0,0182	0,0133	0,0189	
Wschodni	0,0187	0,0180	0,0166	0,0139	0,0102	0,0144	
Płn.-zach.	0,0208	0,0200	0,0185	0,0154	0,0113	0,0160	
Płd.-zach.	0,0124	0,0119	0,0110	0,0092	0,0067	0,0096	
Północny	0,0179	0,0172	0,0159	0,0133	0,0097	0,0138	
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,5$							
Udział w $I_{h(0,5)}(Y)$	0,1312	0,1261	0,1166	0,0974	0,0712	0,1010	0,6435
Wewnątrz grup	0,0368	0,0236	0,0166	0,0154	0,0067	0,0138	0,1129
Między grupami	0,0944	0,1025	0,1000	0,0820	0,0645	0,0872	0,5306

Źródło: obliczenia własne (por. Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Tab. 4.8. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,95)}(Y) = 0,7225$ dla Polski w oparciu o próbę BGD

$B_{hg}Y (h = 19038, p = 0,95)$							Polska
Makroregion	I						
<i>g</i>	Centralny	Południowy	Wschodni	Płn.-zach.	Płd.-zach.	Północny	
Centralny	0,0603	0,0597	0,0484	0,0448	0,0312	0,0434	
Południowy	0,0190	0,0188	0,0154	0,0141	0,0099	0,0137	
Wschodni	0,0201	0,0199	0,0162	0,0150	0,0104	0,0145	
Płn.-zach.	0,0216	0,0215	0,0175	0,0161	0,0112	0,0156	
Płd.-zach.	0,0108	0,0107	0,0087	0,0081	0,0056	0,0078	
Północny	0,0194	0,0192	0,0156	0,0144	0,0100	0,0140	
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,95$							
Udział w $I_{h(0,95)}(Y)$	0,1511	0,1498	0,1218	0,1125	0,0783	0,1090	0,7225
Wewnątrz grup	0,0603	0,0188	0,0162	0,0161	0,0056	0,0140	0,1310
Między grupami	0,0908	0,1310	0,1056	0,0964	0,0727	0,0950	0,5915

Źródło: obliczenia własne (por. Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Odpowiednie wyniki dekompozycji nierówności dochodowych we Włoszech dla trzech makroregionów obejmujących północ kraju, część środkową oraz południe i wyspy Sardynię i Sycylię zawierają tab. 4.9–4.12. Podobnie jak dla danych polskich w pierwszej kolejności przedstawiono dekompozycję indeksu syntetycznego, która znajduje się w tab. 4.9.

W tabelach 4.10–4.12 znajdują się wyniki dla trzech indeksów punktowych, odpowiadających wybranym kwantylom rzędu 0,1, 0,5 oraz 0,95. W górnej części tabel znajdują się macierze cząstkowych efektów dekompozycji $B_{hg}(Y)$ dla różnych wartości h , a w dolnej części przedstawiono podział na nierówność wewnątrz- i międzygrupową.

Tab. 4.9. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I(Y) = 0,7000$ dla Włoch w oparciu o próbę SHIW

$B_{ig}Y$				Włochy
Makroregion	I			
<i>g</i>	Północ	Centrum	Południe	
Północ	0,1495	0,0714	0,1872	
Centrum	0,0561	0,0269	0,0718	
Południe	0,0491	0,0238	0,0642	
Dekompozycja syntetycznego indeksu Zengi				
Udział w $I(Y)$	0,2547	0,1221	0,3232	0,7000
Wewnątrz grup	0,1495	0,0269	0,0642	0,2406
Między grupami	0,1052	0,0952	0,2589	0,4594

Źródło: obliczenia własne (por. Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Tab. 4.10. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,1)}(Y) = 0,8035$ dla Włoch w oparciu o próbę SHIW

$B_{hlg}Y(h = 440, p = 0,1)$				Włochy
Makroregion	<i>l</i>			
<i>g</i>	Północ	Centrum	Południe	
Północ	0,1209	0,0778	0,2441	
Centrum	0,0481	0,0309	0,0971	
Południe	0,0506	0,0324	0,1016	
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,1$				
Udział w $I_{h(0,1)}(Y)$	0,2196	0,1412	0,4428	0,8035
Wewnątrz grup	0,1209	0,0310	0,1016	0,2534
Między grupami	0,0987	0,1102	0,3412	0,5501

Źródło: obliczenia własne (por. Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Tab. 4.11. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,5)}(Y) = 0,6498$ dla Włoch w oparciu o próbę SHIW

$B_{hlg}Y(h = 3262, p = 0,5)$				Włochy
Makroregion	<i>l</i>			
<i>g</i>	Północ	Centrum	Południe	
Północ	0,1421	0,0653	0,1728	
Centrum	0,0554	0,0255	0,0676	
Południe	0,0450	0,0208	0,0553	
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,5$				
Udział w $I_{h(0,5)}(Y)$	0,2425	0,1116	0,2957	0,6498
Wewnątrz grup	0,1421	0,0255	0,0553	0,2229
Między grupami	0,1004	0,0861	0,2404	0,4269

Źródło: obliczenia własne (por. Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Tab. 4.12. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,95)}(Y) = 0,7071$ dla Włoch w oparciu o próbę SHIW 2014

$B_{hlg}Y(h = 6945, p = 0,95)$				Włochy
Makroregion	<i>l</i>			
<i>g</i>	Północ	Centrum	Południe	
Północ	0,1972	0,0856	0,1593	
Centrum	0,0637	0,0277	0,0523	
Południe	0,0556	0,0241	0,0446	
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,95$				
Udział w $I_{h(0,95)}(Y)$	0,3165	0,1375	0,2562	0,7101
Wewnątrz grup	0,1972	0,0277	0,0446	0,2695
Między grupami	0,1193	0,1097	0,2116	0,4406

Źródło: obliczenia własne.

Najistotniejsze wydaje się spostrzeżenie, że poszczególne włoskie makroregiony mają bardzo zróżnicowane wkłady w ogólną nierównomierność rozkładu dochodów we Włoszech (tab. 4.9–4.12) w porównaniu z oszacowaniami otrzymanymi na podstawie danych polskich (tab. 4.5–4.8).

Ponadto, co bardzo interesujące, we Włoszech największy wkład, wynoszący 0,3232, czyli prawie połowę ogólnej nierówności, ma najbiedniejszy region 3. (*Południe*), podczas gdy w Polsce sytuacja jest odwrotna – najzamożniejszy region 1. (*Centralny*) odgrywa najważniejszą rolę w kształtowaniu się nierówności dochodowych z wkładem równym 0,1478. W rzeczywistości to najbiedniejszy region we Włoszech i najbogatszy w Polsce reprezentują najwyższe poziomy nierówności: indeks Zengi dla regionu *Centralnego* w Polsce wynosi $I(Y) = 0,7268$, a dla regionu *Południe* we Włoszech $I(Y) = 0,7122$. Dodatkowo południe Włoch ma bardzo duży udział w międzygrupowej nierówności dochodów (0,2589), ponieważ rozkład dochodów dla tego makroregionu jest przesunięty znacznie na lewo w stosunku do pozostałych bardziej zamożnych regionów (tab. 4.9). Ta prawidłowość staje się jeszcze bardziej widoczna w przypadku najbiedniejszych grup dochodowych wyznaczonych przez $p = 0,1$ (tab. 4.10), gdzie udział regionu *Południe* w nierównościach międzygrupowych wynosi 0,3412, co stanowi 62% całkowitej nierówności między regionami we Włoszech. Wynik ten wydaje się naprawdę duży, biorąc pod uwagę jego udział w populacji (27%) oraz w całkowitych dochodach gospodarstw domowych we Włoszech (24%) obserwowanych dla tego regionu (por. tab. 4.1).

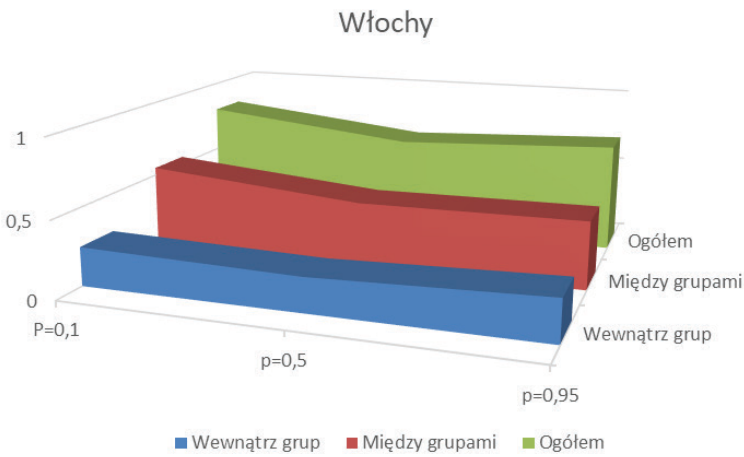
Zaobserwowane w badaniu relacje między nierównościami dochodowymi wewnątrz regionów a ich zamożnością, odmienne dla porównywanych krajów, potwierdzają wcześniejsze ustalenia Jędrzejczak (2015a). W badaniach, które obejmowały wskaźniki ubóstwa i indeksy Giniego według regionów dla Polski i Włoch stwierdzono, że korelacja między stopą ubóstwa a wskaźnikiem Giniego według prowincji włoskich jest znacząca i dodatnia, natomiast dla Polski zaobserwowano nieznacznie ujemną korelację między tymi wskaźnikami dla województw. Wyjaśnienie tego zjawiska może wynikać z różnego etapu rozwoju gospodarczego oraz uwarunkowań historycznych obu krajów (por. Jędrzejczak, 2015a).

Ogólnie rzecz biorąc, udział nierówności wewnątrzgrupowej w ogólnej nierówności jest we Włoszech dwa razy większy niż w Polsce ($I_{wPolska} = 0,1221$, $I_{wWlochy} = 0,2406$). W obu krajach udział poszczególnych makroregionów w ogólnej nierównomierności rozkładu zależy głównie od ich wielkości i średniego poziomu dochodów (por. też tab. 4.1, 4.2 i 4.3), a w mniejszym stopniu od względnych różnic między dolnymi średnimi dla regionów a górną średnią dla całej populacji. W konsekwencji składnik określający nierówności dochodowe wewnątrz regionów (I_w) zarówno w Polsce, jak i we Włoszech jest zdominowany przez regiony będące w najlepszej sytuacji ekonomicznej – w Polsce: region 1. (*Centralny*), we Włoszech: region 1. (*Północ*), ale we Włoszech udział północnych prowincji stanowi aż 62% ogólnej nierówności wewnątrzgrupowej, a udziały pozostałych dwóch regionów są znacznie mniejsze.

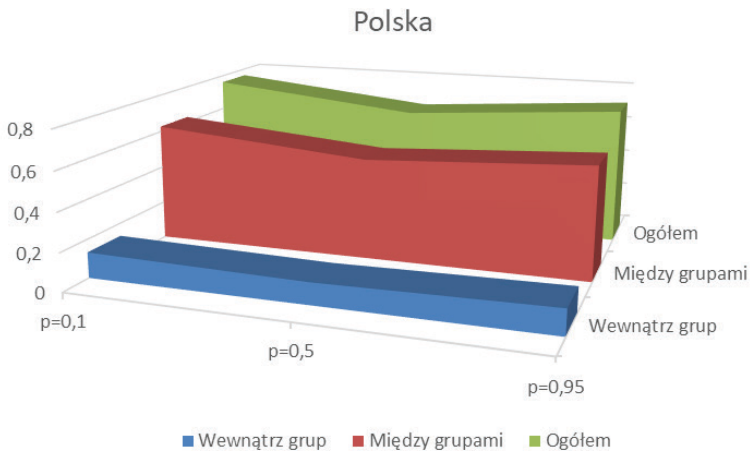
Nierówności wewnątrzgrupowe można uznać za wskaźnik systemowy, określający model podziału dochodu charakterystyczny dla gospodarki danego

kraju, ponieważ mierzy on bezpośrednio różnice między członkami populacji i nie uwzględnia różnic między poziomami rozwoju regionalnego, które można wiązać bardziej z uwarunkowaniami geograficznymi lub historycznymi. Mimo opisanych różnic w obu porównywanych krajach syntetyczny indeks Zengi $I(Y)$ jest zdominowany przez zmienność międzygrupową ($I_{BPolska} = 0,5678$, $I_{BWłochy} = 0,4594$), więc polityka społeczna skoncentrowana na zmniejszaniu różnic regionalnych może znacznie zmniejszyć całkowite nierówności dochodowe.

Rysunki 4.4 i 4.5 ilustrują wpływ rangi dochodu, czyli p , na jego wkład w nierówność wewnątrz- i międzygrupową w obu krajach. Widzimy, jak dla różnych kwantyli rozkładu kształtują się udziały dwóch podstawowych rodzajów nierówności związanych z dekompozycją według makroregionów.



Rys. 4.4. Dekompozycja $I_p(Y)$ według makroregionów Włoch dla różnych p
Źródło: obliczenia własne.



Rys. 4.5. Dekompozycja $I_p(Y)$ według makroregionów Polski dla różnych p
Źródło: obliczenia własne.

Analizując przebieg wykresów zamieszczonych na rys. 4.4 i 4.5, można zauważyć istotną różnicę między porównywanymi krajami – we Włoszech wyższe dochody powodują wyraźny wzrost nierówności wewnątrzgrupowej i jednocześnie spadek międzygrupowej, podczas gdy w Polsce można zauważyć bardzo niewielkie zmiany jedynie w poziomie nierówności wewnątrzgrupowej.

Oznacza to, że we Włoszech dochody najbogatszych grup gospodarstw domowych nie różnią się tak bardzo między regionami, ogólna nierówność wzrasta więc z powodu rozwarstwiania się dochodu w poszczególnych makroregionach.

Na kolejnym etapie badania przeanalizowano rozkład dochodów w Polsce w roku 2017, a więc po wprowadzeniu programów społecznych, w tym programu Rodzina 500+, w celu zbadania wpływu tych działań na nierówności dochodowe w Polsce. Szczególnie interesujące wydaje się sprawdzenie, jak zmienił się rozkład nierówności pomiędzy poszczególne regiony Polski i różne komponenty dochodu. Analizę wpływu programów społecznych na nierówności w różnych typach rodzin, różniących się liczbą dzieci, przeprowadziły w oparciu o dane z BGD Jędrzejczak i Pekasiewicz (2020a). Badanie wykazało istotne zmiany w rozkładzie dochodów, szczególnie dla dużych rodzin.

Wyniki analizy dekompozycyjnej prezentowane są w tab. 4.13–4.16, przy czym podobnie jak w poprzednim badaniu wyniki dla syntetycznego indeksu Zengi znajdują się w na początku (tab. 4.13), natomiast kolejne tabele przedstawiają dekompozycje indeksów punktowych dla wybranych kwantyli rzędów: $p = 0,1$, $p = 0,5$ i $p = 0,95$.

Tab. 4.13. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I(Y) = 0,6920$ dla Polski w oparciu o próbę BGD 2017

$B_{ig} Y$							Polska
Makroregion	I						
g	Centralny	Południowy	Wschodni	Płn.-zach.	Płd.-zach.	Północny	
Centralny	0,0402	0,0343	0,0343	0,0267	0,0197	0,0289	Polska
Południowy	0,0295	0,0243	0,0252	0,0191	0,0143	0,0212	
Wschodni	0,0211	0,0175	0,0179	0,0138	0,0102	0,0151	
Płn.-zach.	0,0247	0,0207	0,0210	0,0162	0,0120	0,0177	
Płd.-zach.	0,0144	0,0119	0,0122	0,0093	0,0070	0,0103	
Północny	0,0222	0,0186	0,0189	0,0146	0,0108	0,0159	
Dekompozycja syntetycznego indeksu Zengi							
Udział w $I(Y)$	0,1522	0,1273	0,1296	0,0998	0,0741	0,1092	0,6920
Wewnątrz grup	0,0402	0,0243	0,0179	0,0162	0,0070	0,0159	0,1216
Między grupami	0,1120	0,1030	0,1117	0,0836	0,0671	0,0933	0,5704

Źródło: obliczenia własne.

Tab. 4.14. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,10)}(Y) = 0,7748$ dla Polski w oparciu o próbę BGD 2017

$B_{hlg} Y(h = 1944, p = 0,1)$							
Makroregion	l						Polska
g	Centralny	Południowy	Wschodni	Płn.-zach.	Płd.-zach.	Północny	
Centralny	0,0432	0,0297	0,0398	0,0242	0,0196	0,0299	
Południowy	0,0373	0,0255	0,0343	0,0208	0,0169	0,0258	
Wschodni	0,0262	0,0178	0,0240	0,0146	0,0118	0,0181	
Płn.-zach.	0,0290	0,0199	0,0267	0,0153	0,0132	0,0201	
Płd.-zach.	0,0180	0,0123	0,0165	0,0101	0,0081	0,0124	
Północny	0,0261	0,0179	0,0240	0,0146	0,0118	0,0181	
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,1$							
Udział w $I_{h(0,1)}(Y)$	0,1798	0,1230	0,1654	0,1006	0,0816	0,1244	0,7748
Wewnątrz grup	0,0432	0,0255	0,0240	0,0153	0,0081	0,0181	0,1135
Między grupami	0,1366	0,0975	0,1414	0,0853	0,0735	0,1063	0,6613

Źródło: obliczenia własne.**Tab. 4.15.** Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,50)}(Y) = 0,6484$ dla Polski w oparciu o próbę BGD 2017

$B_{hlg} Y(h = 8520, p = 0,5)$							
Makroregion	l						Polska
g	Centralny	Południowy	Wschodni	Płn.-zach.	Płd.-zach.	Północny	
Centralny	0,0345	0,0319	0,0311	0,0242	0,0179	0,0255	
Południowy	0,0276	0,0253	0,0249	0,0193	0,0143	0,0204	
Wschodni	0,0187	0,0172	0,0168	0,0131	0,0097	0,0138	
Płn.-zach.	0,0222	0,0204	0,0200	0,0155	0,0115	0,0164	
Płd.-zach.	0,0132	0,0121	0,0119	0,0092	0,0068	0,0097	
Północny	0,0195	0,0179	0,0176	0,0137	0,0101	0,0144	
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,5$							
Udział w $I_{h(0,5)}(Y)$	0,1358	0,1248	0,1223	0,0949	0,0703	0,1002	0,6484
Wewnątrz grup	0,0345	0,0253	0,0168	0,0155	0,0068	0,0144	0,1135
Między grupami	0,1013	0,0995	0,1055	0,0794	0,0635	0,0858	0,5349

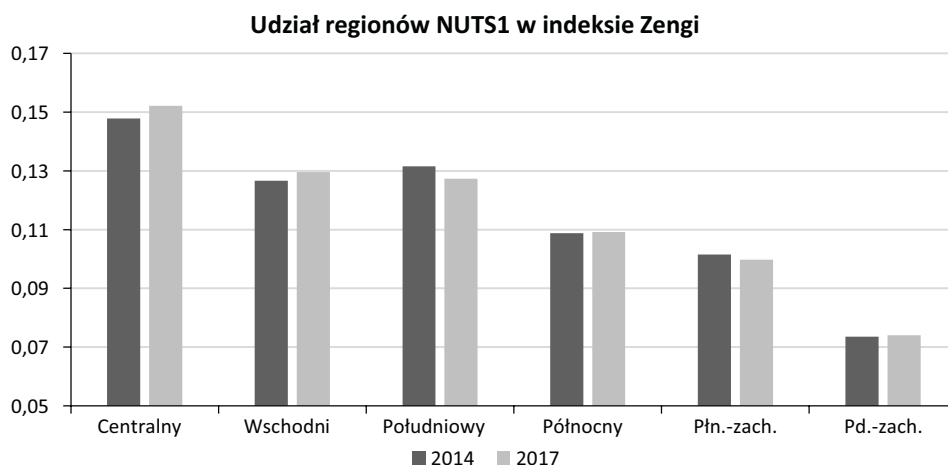
Źródło: obliczenia własne.

Tab. 4.16. Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,95)}(Y) = 0,7111$ dla Polski w oparciu o próbę BGD 2017

$B_{hg} Y (h = 16379, p = 0,95)$							Polska
Makroregion	l						
g	Centralny	Południowy	Wschodni	Płn.-zach.	Płd.-zach.	Północny	
Centralny	0,0491	0,0489	0,0406	0,0365	0,0252	0,0354	
Południowy	0,0234	0,0232	0,0194	0,0174	0,0120	0,0169	
Wschodni	0,0193	0,0192	0,0159	0,0144	0,0099	0,0139	
Płn.-zach.	0,0227	0,0226	0,0187	0,0169	0,0117	0,0163	
Płd.-zach.	0,0117	0,0116	0,0097	0,0087	0,0060	0,0084	
Północny	0,0219	0,0218	0,0181	0,0163	0,0113	0,0158	
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p=0,95$							
Udział w $I_{h(0,95)}(Y)$	0,1482	0,1475	0,1223	0,1103	0,0761	0,1067	0,7111
Wewnątrz grup	0,0491	0,0232	0,0159	0,0169	0,0060	0,0158	0,1270
Między grupami	0,0991	0,1243	0,1064	0,0934	0,0701	0,0909	0,5841

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie tab. 4.13 można zauważyć, że całkowita nierównomierność rozkładu dochodów mierzona indeksem Zengi prawie się nie zmieniła w badanych latach: $I_{2017} = 0,6920$; $I_{2014} = 0,6899$ (por. tab. 4.5), jednak nastąpiły zmiany rozkładu tej nierówności pomiędzy regiony. Zmiany te możemy prześledzić na rys. 4.6, który pokazuje, że w 2017 r. wzrosły i tak już wysokie udziały regionów *Centralnego* i *Wschodniego*, natomiast zmalały udziały *Południowego* i *Północno-zachodniego*.



Rys. 4.6. Dekompozycja indeksu Zengi według makroregionów dla Polski w oparciu o dane BGD 2014 i 2017

Źródło: obliczenia własne.

W 2017 r. największy udział (22%) w całkowitej nierówności dochodów w Polsce miał nadal makroregion *Centralny*, jednak zmiany w rozkładzie dochodów spowodowały zmiany uszeregowania kolejnych regionów – drugim co do udziału w nierówności został makroregion *Wschodni* (poprzednio był to *Południowy*).

Spostrzeżenia te pokrywają się z wynikami dotyczącymi dekompozycji całkowitej nierówności rozkładu na nierówność wewnątrz- i międzygrupową (tab. 4.13, ostatnia kolumna). Zauważalny był nieznaczny wzrost różnic pomiędzy regionami: $I_{m2014} = 0,5678$, $I_{m2017} = 0,5704$, przy jednoczesnym spadku nierówności wewnątrz grup: $I_{w2014} = 0,1221$, $I_{w2017} = 0,1216$.

Chcąc przyjrzeć się bliżej źródłom nierówności w roku 2017, musimy przeanalizować macierz dekompozycji B (tab. 4.13), która złożona jest z elementów $B_{.lg}(Y)$, określających kolejno:

- wkłady poszczególnych makroregionów wynikające z nierówności wewnętrznej każdej grupy (elementy na głównej przekątnej, czyli $B_{.ll}(Y)$),
- wkłady interakcji między rozkładami w makroregionach (elementy poza główną przekątną).

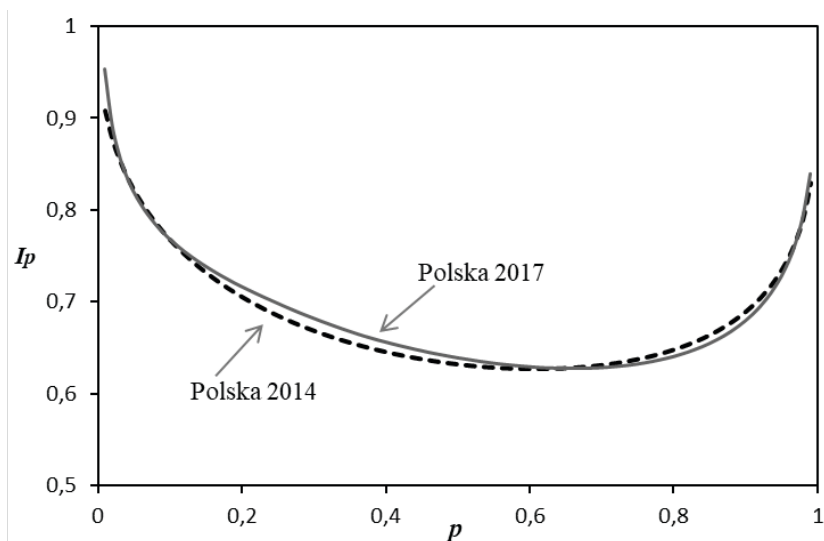
Można zauważyć, że największe udziały w indeksie Zengi, jakie mają makroregiony *Centralny*, *Wschodni* i *Południowy*, są spowodowane odmiennymi czynnikami. Makroregion *Centralny* ma największy udział nierówności wewnętrznej (0,0402), ale także duże wartości interakcji w stosunku do regionów biedniejszych (0,0343 ze *Wschodnim* i z *Południowym*), co wynika z dużego „dyśtansu” dochodowego. Inaczej wygląda sytuacja w przypadku makroregionów *Wschodniego* i *Południowego* – tutaj zauważamy stosunkowo niewielki wpływ nierówności wewnętrznej (odpowiednio 0,0179 oraz 0,0243), a więc wysoki wkład w nierównomierność całego rozkładu wynika ze znacznej dysproporcji dochodów w tych regionach w stosunku do regionów bogatszych (głównie *Centralnego*). W porównaniu z rokiem 2014 wpływ interakcji między pozostałymi trzema makroregionami jest znikomy i w efekcie trzy pierwsze makroregiony przyczyniają się w znacznie większym stopniu do nierówności w Polsce, niż było to w poprzednim okresie.

Bardziej szczegółowych wyników dostarczyła analiza dekompozycyjna punktowych miar nierówności Zengi, przedstawiona w tab. 4.14–4.16. Nierówności dochodowe wzrosły dla $p = 0,1$ (tab. 4.14), spadły dla $p = 0,95$ (tab. 4.16), natomiast dla mediany, czyli dla $p = 0,5$ (tab. 4.15), nie zmieniły się. Prawidłowości zaobserwowane dla indeksu syntetycznego (tab. 4.13), dotyczące przesunięć w zakresie nierówności wewnątrz- i międzygrupowej, pokrywają się ze zmianami zauważonymi dla skrajnych kwantyli rzędów 0,01 i 0,05, podczas gdy w środkowej części rozkładu ($p = 0,5$) nie nastąpiły praktycznie żadne zmiany.

Uzupełnieniem analizy wybranych indeksów punktowych może być rys. 4.7, na którym zaprezentowano krzywe koncentracji Zengi dla dwóch okresów badania.

Jak łatwo zauważyć, krzywe koncentracji Zengi przedstawione na rys. 4.7 przecinają się. Pozwala to stwierdzić, że mimo bardzo niewielkich zmian całkowitej nierówności (pola pod krzywymi są bardzo podobne) nastąpiły wyraźne zmiany

w poszczególnych częściach rozkładu – wzrost nierówności grup relatywnie biedniejszych (pomiędzy pierwszym a szóstym decylem) i spadek grup bogatszych (powyżej szóstego decyla).



Rys. 4.7. Krzywe Zengi $I_p(Y)$ dla Polski w oparciu o dane BGD 2014 i 2017

Źródło: obliczenia własne.

Wydaje się, że zmiany rozkładu dochodów zaobserwowane w porównywanych latach mogą mieć istotne znaczenie z punktu widzenia pogłębionej analizy zmian poziomu ubóstwa materialnego i bogactwa w różnych przekrojach, zarówno w ujęciu terytorialnym, jak i w podziale na grupy społeczno-ekonomiczne. Analizy takie były prowadzone m.in. przez Jędrzejczak i Pekasiewicz (2020a, 2022) i wykazały, że po 2016 r. wraz ze spadkiem nierówności dochodowych nastąpił spadek wskaźników ubóstwa, szczególnie w grupach rodzin wielodzietnych. Był to wynik wzrostu średnich dochodów w tych grupach, zmniejszenia się nierówności wewnątrz grup i spadku dysproporcji pomiędzy różnymi grupami gospodarstw domowych.

4.4.4. Dekompozycja nierówności według źródeł dochodu w Polsce i we Włoszech

W niniejszym paragrafie omówione zostaną wyniki dekompozycji nierówności dochodowych w Polsce i we Włoszech według źródeł (komponentów) dochodu. Pod uwagę wzięto cztery podstawowe składniki dochodu rozporządzalnego (X1 – *dochody z wynagrodzeń*, X2 – *emerytury i transfery społeczne*, X3 – *dochód z pracy na własny rachunek*, X4 – *dochody z tytułu własności*).

W odróżnieniu od omówionej wcześniej dekompozycji według podpopulacji, gdzie bezpośrednim celem był podział regionalny, dekompozycja według źródeł nakierowana jest na zbadanie wpływu nierówności poszczególnych składników dochodu, jednak również to zjawisko można rozważać w ujęciu przestrzennym, gdyż udziały poszczególnych komponentów mogą być zróżnicowane regionalnie. Dlatego też w rozważaniach dotyczących Polski i Włoch przedstawiono dekompozycję według komponentów i jednocześnie według regionów, przy czym dla Polski uwzględniono te jednostki terytorialne, czyli makroregiony *Centralny*, *Południowy* i *Wschodni*, dla których różnice w udziale poszczególnych komponentów dochodu są zauważalne, natomiast dla Włoch przedstawiono wszystkie trzy makroregiony.

W tabelach 4.17 i 4.18 zamieszczono, odpowiednio dla Polski i Włoch, udziały w całkowitej nierówności dochodowej oszacowane dla poszczególnych komponentów dochodu X1–X4 w podziale na makroregiony oraz dla całego kraju.

Tab. 4.17. Dekompozycja według źródeł indeksów punktowych $I_{hl}(Y)$ i $I_h(Y)$ oraz syntetycznych $I_s(Y)$ i $I(Y)$ dla Polski i wybranych makroregionów w oparciu o próbę BGD

Źródło \ Region	Centralny		Południowy		Wschodni		Polska	
	$B_{.1}(\cdot)$	$\beta_{.1}(\cdot)$	$B_{.2}(\cdot)$	$\beta_{.2}(\cdot)$	$B_{.3}(\cdot)$	$\beta_{.3}(\cdot)$	$B(\cdot)$	$\beta(\cdot)$
Dekompozycja syntetycznego indeksu Zengi								
X1	0,5162	0,7102	0,4903	0,7572	0,4146	0,5971	0,4747	0,6881
X2	0,0309	0,0425	0,0554	0,0856	0,0663	0,0955	0,0489	0,0709
X3	0,1721	0,2368	0,0982	0,1517	0,2119	0,3052	0,1620	0,2348
X4	0,0075	0,0103	0,0034	0,0053	0,0016	0,0023	0,0043	0,0062
$I_s(Y)$	0,7268	1,00	0,6475	1,00	0,6944	1,00	0,6899	1,00
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,10$; $h = 2251$ ($Y \leq 1345,00$ PLN)								
X1	0,5398	0,5918	0,5104	0,6937	0,4382	0,5905	0,5143	0,6754
X2	0,1276	0,1868	0,1345	0,1828	0,1230	0,1657	0,1142	0,1500
X3	0,1459	0,2136	0,0888	0,1207	0,1794	0,2417	0,1298	0,1705
X4	0,0053	0,0078	0,0021	0,0029	0,0015	0,0020	0,0032	0,0042
$I_{hl}(Y)$	0,8188	1,00	0,7358	1,00	0,7421	1,00	0,7615	1,00
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,50$; $h = 9872$ ($Y \leq 3151,00$ PLN)								
X1	0,5008	0,7414	0,4738	0,7968	0,4136	0,6482	0,4761	0,7399
X2	0,0157	0,0232	0,0359	0,0604	0,0335	0,0525	0,0270	0,0420
X3	0,1527	0,2261	0,0823	0,1384	0,1895	0,2970	0,1367	0,2124
X4	0,0063	0,0093	0,0026	0,0044	0,0015	0,0024	0,0037	0,0057
$I_{hl}(Y)$	0,6755	1,00	0,5946	1,00	0,6381	1,00	0,6435	1,00
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,95$; $h = 19038$ ($Y \leq 8143,05$ PLN)								
X1	0,4723	0,6481	0,6834	0,7616	0,2644	0,3497	0,4256	0,5891
X2	0,0037	0,0051	0,0111	0,0124	0,0287	0,0380	0,0165	0,0228
X3	0,2414	0,3313	0,1953	0,2177	0,4623	0,6115	0,2727	0,3774
X4	0,0112	0,0154	0,0075	0,0084	0,0006	0,0008	0,0077	0,0107
$I_{hl}(Y)$	0,7287	1,00	0,8973	1,00	0,7560	1,00	0,7225	1,00

Źródło: obliczenia własne (por. Zenga, Jędrzejczak, 2020).

Tab. 4.18. Dekompozycja według źródeł indeksów punktowych $I_{pi}(Y)$ i $I_h(Y)$ oraz syntetycznych $I_p(Y)$ i $I(Y)$ dla Włoch i makroregionów w oparciu o próbę SHIW

Region Źródło	Północ		Centrum		Południe		Włoch	
	$B_{.1}(\cdot)$	$\beta_{.1}(\cdot)$	$B_{.2}(\cdot)$	$\beta_{.2}(\cdot)$	$B_{.3}(\cdot)$	$\beta_{.3}(\cdot)$	$B(\cdot)$	$\beta(\cdot)$
Dekompozycja syntetycznego indeksu Zengi								
X1	0,2713	0,4030	0,2544	0,3756	0,3435	0,4823	0,2943	0,4205
X2	0,1015	0,1508	0,1675	0,2473	0,1239	0,1739	0,1228	0,1754
X3	0,1455	0,2161	0,1094	0,1616	0,1397	0,1961	0,1379	0,1970
X4	0,1549	0,2300	0,1459	0,2154	0,1052	0,1477	0,1450	0,2071
$I_p(Y)$	0,6732	1,00	0,6773	1,00	0,7122	1,00	0,7000	1,00
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,10$; $h = 440$ ($Y \leq 10\,400,00$ euro)								
X1	0,3522	0,4256	0,2950	0,3630	0,3575	0,4740	0,3494	0,4348
X2	0,1826	0,2207	0,2503	0,3080	0,1788	0,2371	0,1893	0,2356
X3	0,1136	0,1376	0,1004	0,1235	0,1009	0,1338	0,1073	0,1335
X4	0,1790	0,2164	0,1670	0,2055	0,1170	0,1551	0,1576	0,1961
$I_{pi}(Y)$	0,8274	1,00	0,8127	1,00	0,6542	1,00	0,8035	1,00
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,50$; $h = 3262$ ($Y \leq 25\,107,88$ euro)								
X1	0,2694	0,4235	0,2619	0,4080	0,3420	0,5275	0,2909	0,4477
X2	0,1055	0,1659	0,1586	0,2476	0,0838	0,1292	0,1117	0,1719
X3	0,1187	0,1866	0,0864	0,1347	0,1243	0,1917	0,1126	0,1733
X4	0,1425	0,2240	0,1346	0,2097	0,0983	0,1516	0,1346	0,2071
$I_{pi}(Y)$	0,6362	1,00	0,6418	1,00	0,6483	1,00	0,6498	1,00
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p = 0,95$; $h = 6945$ ($Y \leq 67\,436,07$ euro)								
X1	0,1851	0,2715	0,1685	0,2550	0,2348	0,3002	0,1977	0,2784
X2	0,0731	0,1072	0,1498	0,2264	0,0748	0,0956	0,0917	0,1291
X3	0,2462	0,3611	0,1868	0,2826	0,3439	0,4396	0,2521	0,3550
X4	0,1774	0,2602	0,1560	0,2360	0,1288	0,1646	0,1686	0,2374
$I_{pi}(Y)$	0,6818	1,00	0,6610	1,00	0,7822	1,00	0,7101	1,00

Źródło: obliczenia własne (por. Zenga, Jędrzejczak, 2020).

W celu ułatwienia interpretacji wyników udziały poszczególnych komponentów X_j dla makroregionów i łącznie (ostatnie dwie kolumny) przedstawione są w tab. 4.17 i 4.18 dwojako:

- jako wielkości absolutne $B(\cdot)$, sumujące się do wielkości odpowiednich indeksów Zengi dla dochodu całkowitego $I_p(Y)$ lub $I(Y)$;
- jako wielkości relatywne $\beta(\cdot)$, sumujące się do jedności (por. wzór (4.26)).

Analizując wyniki obliczeń przedstawionych w tab. 4.17, 4.18 oraz zilustrowane na rys. 4.8, można łatwo zauważyć, że źródłem dochodu mającym największy wpływ na nierówności dochodowe w obu krajach są *dochody z wynagrodzeń* (X1), jednak ich udział w ogólnej nierówności był znacznie większy w Polsce i wyniósł 68,81% całkowitej nierównomierności rozkładu (Włochy: 42,05%). Warto zauważyć, że udział *dochodów z tytułu własności* X4, drugi co do wielkości we Włoszech

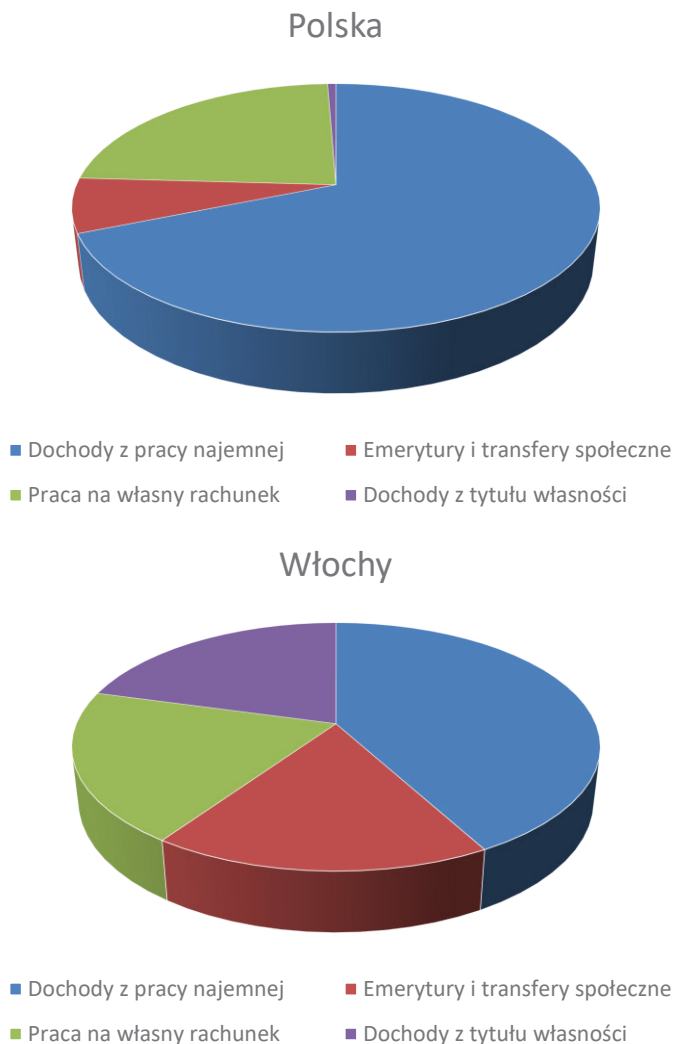
– 20,71%, jest w Polsce dość znikomy – 0,62%. Jak można było oczekiwać, w obu krajach udział tego składnika rośnie dla bardziej zamożnych regionów (północne Włochy i centralna Polska).

Udział *emerytur i transferów społecznych* (X2), stanowiących ok. 30% dochodów gospodarstw domowych w obu krajach (por. też tab. 4.1, 4.2 i 4.3), pozostaje w Polsce stosunkowo niewielki, z udziałem zaledwie 7% w ogólnej nierówności dochodowej. Taki wynik był możliwy dzięki bardzo niewielkiemu wewnętrznemu rozproszeniu emerytur w Polsce, mierzonemu względnym odchyleniem dolnej średniej liczonej tylko dla tego składnika względem górnej średniej dochodów ogółem. Odpowiedni udział emerytur i transferów netto we Włoszech był znacznie wyższy i wyniósł 17,54% syntetycznego indeksu Zengi liczonego dla całej populacji.

Interesujące wyniki otrzymano także, dokonując dekompozycji punktowych miar nierówności dla wybranych kwantyli. Dla $p = 0,1$, odpowiadającego najniższemu decylowi rozkładu, dla obu porównywanych krajów zaobserwowano istotny wzrost udziału składnika X2 dla miary punktowej $I_{0,1}(Y)$ w porównaniu z miarą syntetyczną $I(Y)$ – dla Polski jest on prawie podwojony z 7,09% do 15%, we Włoszech odpowiednie wartości wynoszą 17,54% i 23,56%. Oznacza to znacznie większą rolę *emerytur i transferów społecznych* w niskich grupach dochodowych.

Analizując wyniki zawarte w tab. 4.17 i 4.18, można również zauważyć, że udział *dochodów z pracy na własny rachunek* (X3) jest znacznie wyższy w Polsce, co można zinterpretować jako wskaźnik znacznej aktywności gospodarczej ludności. Prawidłowość taką zauważamy zarówno dla całkowitych dochodów uzyskiwanych przez gospodarstwa domowe z pracy na własny rachunek (13%), jak i dla ich udziału w nierównościach (23,48%). Odpowiednie wyniki dla Włoch to 10% i 19,7%. Aktywność ekonomiczna polskich gospodarstw domowych jest jeszcze wyższa w relatywnie ubogim regionie południowym, gdzie dochód z pracy na własny rachunek stanowi 16% wszystkich dochodów, a ich udział w kształtowaniu nierówności to aż 30,52%.

Można także zauważyć, że dekompozycja według źródeł przeprowadzona dla najbogatszych gospodarstw domowych w Polsce (dół tab. 4.17), odpowiadająca punktowemu wskaźnikowi nierówności $I_{0,95}(Y)$, jest bardzo podobna do dekompozycji syntetycznego indeksu Zengi $I(Y)$ we Włoszech (górną tab. 4.18). Obserwacja taka, choć dotycząca jedynie górnej części rozkładu dochodów w Polsce, pozwala przypuszczać, że rozkład dochodów w Polsce powoli zbiega do rozkładu dochodów obserwowanego we Włoszech, co wyraża się w szczególności wyższym wkładem dochodów z tytułu własności oraz mniejszym udziałem dochodów z wynagrodzeń w całkowitej nierówności dochodów. Co więcej, składki dochodów z pracy na własny rachunek obserwowane dla najbogatszych grup dochodowych ($p = 0,95$) są zbliżone w obu krajach – w Polsce 37,74%, we Włoszech 35,5%, natomiast niezwykle wysoki udział tego źródła dochodów dla najbogatszych gospodarstw domowych obserwowano na wschodzie Polski, gdzie wyniósł on aż 61,15%.



Rys. 4.8. Dekompozycja indeksu Zengi według komponentów dochodu w Polsce i we Włoszech

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 4.19 przedstawia wyniki estymacji komponentów nierówności dochodowych w Polsce w roku 2017, a więc po wprowadzeniu programów socjalnych nakierowanych na niwelowanie nierówności i ubóstwa. W tabeli pokazano wyniki obliczeń w takim samym układzie jak w tab. 4.16.

Tab. 4.19. Dekompozycja według źródeł indeksów punktowych $I_{ht}(Y)$ i $I_h(Y)$ oraz syntetycznych $I_s(Y)$ i $I(Y)$ dla Polski i wybranych makroregionów w oparciu o BGD 2017

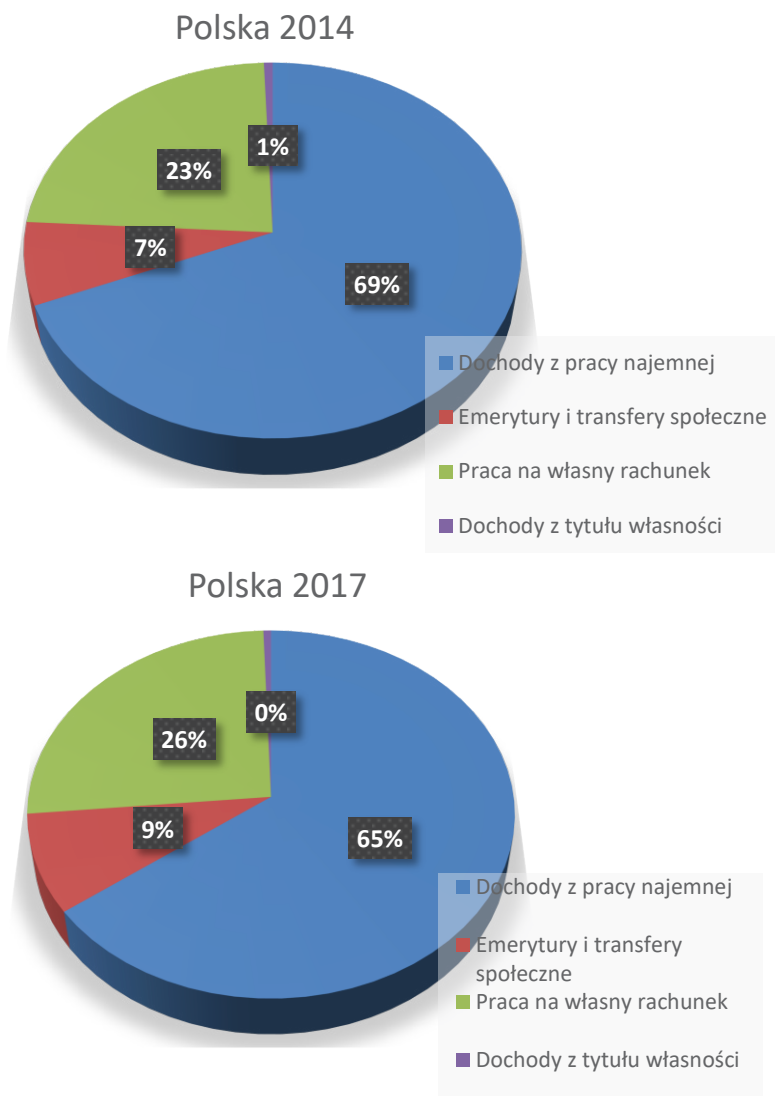
Region Źródło	Centralny		Południowy		Wschodni		Polska	
	$B_{.1}(\cdot)$	$\beta_{.1}(\cdot)$	$B_{.2}(\cdot)$	$\beta_{.2}(\cdot)$	$B_{.3}(\cdot)$	$\beta_{.3}(\cdot)$	$B(\cdot)$	$\beta(\cdot)$
Dekompozycja syntetycznego indeksu Zengi								
X1	0,4846	0,6721	0,4813	0,7403	0,3947	0,5668	0,4488	0,6486
X2	0,0550	0,0763	0,0572	0,0880	0,0740	0,1063	0,0600	0,0867
X3	0,1755	0,2434	0,1093	0,1681	0,2265	0,3252	0,1793	0,2591
X4	0,0059	0,0082	0,0023	0,0035	0,0012	0,0017	0,0038	0,0055
$I_s(Y)$	0,7211	1,00	0,6501	1,00	0,6964	1,00	0,6920	1,00
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p=0,10$; $h=1944$ ($Y \leq 1513,60$ PLN)								
X1	0,5339	0,6615	0,5177	0,6897	0,4504	0,5983	0,5054	0,6523
X2	0,1217	0,1508	0,1465	0,1952	0,1332	0,1769	0,1316	0,1699
X3	0,1468	0,1819	0,0850	0,1132	0,1683	0,2236	0,1348	0,1740
X4	0,0047	0,0058	0,0014	0,0019	0,0009	0,0012	0,0030	0,0039
$I_h(Y)$	0,8071	1,00	0,7506	1,00	0,7528	1,00	0,7748	1,00
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p=0,50$; $h=8520$ ($Y \leq 3706,00$ PLN)								
X1	0,4928	0,7224	0,4831	0,7835	0,4182	0,6470	0,4645	0,7164
X2	0,0313	0,0459	0,0391	0,0634	0,0438	0,0678	0,0344	0,0531
X3	0,1534	0,2249	0,0924	0,1499	0,1829	0,2830	0,1463	0,2256
X4	0,0047	0,0069	0,0020	0,0032	0,0015	0,0023	0,0032	0,0049
$I_h(Y)$	0,6882	1,00	0,6166	1,00	0,6464	1,00	0,6484	1,00
Dekompozycja punktowego indeksu Zengi dla $p=0,95$; $h=16379$ ($Y \leq 9320,00$ PLN)								
X1	0,4397	0,6258	0,4585	0,6892	0,2243	0,2974	0,3604	0,5068
X2	0,0107	0,0152	0,0300	0,0451	0,0331	0,0439	0,0287	0,0404
X3	0,2432	0,3461	0,1739	0,2614	0,4945	0,6557	0,3150	0,4430
X4	0,0090	0,0128	0,0029	0,0044	0,0023	0,0030	0,0070	0,0098
$I_h(Y)$	0,7026	1,00	0,6653	1,00	0,7542	1,00	0,7111	1,00

Źródło: obliczenia własne.

Analizę uzupełniają wykresy kołowe (rys. 4.9), na których graficznie przedstawiono różnice w strukturze całkowitej nierówności dochodowej w Polsce według najważniejszych komponentów dochodu dla dwóch okresów analizy.

Na podstawie tab. 4.19 i rys. 4.9 możemy zauważyć pewne zmiany, które idą w kierunku większej dywersyfikacji udziału komponentów w całkowitym dochodzie gospodarstwa domowego i jego nierównomierności. Przede wszystkim spadł udział dochodów z pracy – w roku 2017 przyczyniały się one do nierówności dochodowej w Polsce w 65%, podczas gdy trzy lata wcześniej było to 69%. Jednocześnie wzrósł udział dochodów z pracy na własny rachunek w kształtowaniu się nierówności – w 2017 r. wynosił on 26% wobec 23% w poprzednim okresie. Wzrósł także udział emerytur i transferów społecznych (z 7% do 9%), co można powiązać z dodatkowymi wypłatami z programów socjalnych i starzeniem

się społeczeństwa. W roku 2016 udział tego składnika w całkowitych dochodach gospodarstw domowych wynosił aż 36%. Nie zauważono natomiast trendu wzrostowego dla dochodów z tytułu własności, co można wyjaśnić znikomym ($< 0,3\%$) udziałem tego składnika dochodu w dochodzie całkowitym gospodarstw, co zaobserwowano dla obu okresów badania (por. tab. 4.3).



Rys. 4.9. Dekompozycja indeksu Zengi według komponentów dochodu w Polsce w latach 2014 i 2017

Źródło: obliczenia własne.

Podsumowując, można więc stwierdzić, że rozkład dochodów zaobserwowany w Polsce w roku 2017 nadal różni się bardzo od rozkładu dochodów we Włoszech pod względem udziału komponentów. Podstawowe różnice są następujące:

- dominujący udział dochodów z pracy,
- wysoki udział dochodów z tytułu emerytur i transferów społecznych,
- niski udział dochodów z własnej działalności gospodarczej,
- brak znaczenia dochodów z tytułu własności.

Analizując sytuację w wybranych makroregionach mających największe znaczenie w kształtowaniu się nierówności międzygrupowej w Polsce, zauważamy pewną specyfikę dekompozycji nierówności otrzymanej dla tych obszarów w porównaniu z wartościami otrzymanymi dla całej Polski. W makroregionie *Wschodnim* udział pracy na własny rachunek w ogólnej nierówności jest bardzo wysoki i stanowi aż 32,51%. Sytuacja ta polepszyła się w stosunku do roku 2014, kiedy udział ten był niższy i wynosił 30,52%. Z kolei w makroregionie *Południowym* większy niż przeciętnie w kraju jest udział dochodów z pracy (makroregion: 74,03%; Polska: 64,86%), zaś niższy udział pracy na własny rachunek (makroregion: 16,81%; Polska: 25,91%).

4.5. Uwagi końcowe

W rozdziale przedstawiono różne koncepcje dekompozycji nierówności dochodowych. Podejście takie, oparte na wybranej mierze nierówności, umożliwia całościową i spójną analizę nierówności wewnątrz- i międzygrupowych. Zastosowane w badaniu empirycznym metody oparte na indeksie Zengi (2007) wyróżniają się dobrymi własnościami statystycznymi i jasną interpretacją ekonomiczną składników.

Ze względu na mnogość miar nierównomierności rozkładów dochodów, a także liczne propozycje metod ich dekompozycji, dotyczące w szczególności najpopularniejszego, ale także kontrowersyjnego w tym kontekście indeksu Giniego, przedstawione szczegółowo podejścia obejmują propozycje, które zdaniem autorki wnoszą najwięcej do zrozumienia istoty nierówności dochodowych i ich struktury. Przed badaczem stoi jednak wybór odpowiedniej metody, który zależy od rodzaju dostępnych danych, celu badania i preferencji związanych z wykorzystaniem otrzymanych wyników. Jak już wspomniano, każda dekompozycja oparta jest na odmiennych założeniach, dotyczących m.in. rangowania i ważenia dochodów badanej populacji, czego skutkiem mogą być różne wkłady poszczególnych składników w ogólną nierównomierność rozkładu. Można stwierdzić, że decydując się na wybór metody dekompozycji, badacz powinien określić:

- Jaki dochód powinien być dochodem odniesienia?
- Czy interesuje nas tylko dekompozycja indeksu syntetycznego, czy też do interpretacji przydatne będą także indeksy punktowe?

- Czy interesuje nas określenie stopnia „zachodzenia na siebie”, czy też „dy-stansu” badanych grup?
- Jak rangowane są dochody wewnątrz grup?
- Czy powinniśmy wykorzystywać wagi oparte na udziałach w dochodach, czy też tylko na udziałach w populacji?

Problem określenia, co tak naprawdę chcemy zbadać, jest kluczowy. Jeśli interesuje nas podejście klasyczne, dochodem odniesienia jest zwykle średnia arytmetyczna. Wtedy przy dekompozycji miar nierówności odnosimy się do sytuacji, gdy brak nierówności międzygrupowych określany jest jako równość średnich; podobnie w przypadku nierówności wewnątrzgrupowych za brak nierówności uważamy sytuację, gdy wszystkie dochody w grupach równe są odpowiednim średnim arytmetycznym. W wielu innych podejściach, sugerowanych już przez Blackorby'ego i in. (1981), a także przez Deutscha i Silbera (1999), możemy opierać się na dochodzie y_{ede} , związanym z indeksem Atkinsona, który może stanowić punkt odniesienia w grupach i dla całej populacji. Podobnie możemy określić taki dochód na podstawie funkcji dobrobytu, odpowiadających różnym miarom nierówności (Giniego, Zengi, Bonferroniego), lub też możemy niezależnie od tych funkcji wykorzystać dowolne uogólnienie średniej arytmetycznej. W ten sposób mogą powstać liczne warianty dekompozycji indeksów nierównomierności.

Należy podkreślić, że metody, w których oprócz niezbędnych elementów dekompozycji, czyli podziału na zmienność wewnątrz- i międzygrupową, występuje tzw. trzeci składnik, powodują szereg kontrowersji dotyczących interpretacji wszystkich trzech składników. Są to więc metody znacznie bardziej skomplikowane interpretacyjnie.

Zagadnienie rangowania dochodów także nie jest jednoznaczne. Na przykład, przy dekompozycji indeksu Giniego według podpopulacji ma znaczenie, w jaki sposób są uporządkowane dochody w grupach – czy rangi są rozumiane jako średnie z rang dla jednostek pochodzących z danej grupy (Yitzhaki, Lerman, 1991), czy też jako rangi średnich dochodów otrzymanych dla tych grup (Pyatt, 1976). Przy dużej nierówności wewnątrz grup oraz przy znacznym stopniu „zachodzenia na siebie” dochodów w grupach oba sposoby porządkowania jednostek mogą znacznie od siebie odbiegać i powodować inne udziały nierówności międzygrupowej.

W zdefiniowaniu udziału nierówności wewnątrzgrupowych istotne znaczenie ma konstrukcja wag określających udziały poszczególnych grup w całej nierównomierności rozkładu. W opartych na entropii indeksach z rodziny GE (Shorrocks, 1980) wagi te zależą od parametru c i możemy otrzymać zarówno dekompozycję z wagami równymi udziałom jednostek (grup) w populacji, jak i z wagami równymi udziałom jednostek (grup) w dochodzie lub też wagi mogą być kombinacją obu tych czynników. W dekompozycji indeksu Giniego zaproponowanej przez Daguma (1997) wagi dla grup są iloczynami ich udziałów w dochodzie i populacji, natomiast w dekompozycji tego samego indeksu zaproponowanej przez Yithakiego i Lermana (1991) za wagi przyjmuje się udziały dochodów wyróżnionych podpopulacji w dochodzie całkowitym. W dekompozycji

indeksu Zengi (2007) wagi określają, w każdym punkcie rozkładu odrębnie, udziały każdej podpopulacji w grupach o dochodach odpowiednio poniżej i powyżej danego kwantyla oraz udziały poszczególnych wartości dochodu w całej populacji jednostek ekonomicznych.

W zastosowaniu dekompozycji nierówności dochodowych w Polsce i we Włoszech uwzględniono wybrane metody dekompozycji według subpopulacji oraz komponentów dochodowych, dotyczące w szczególności indeksu punktowego $I_h(Y)$ oraz syntetycznych wskaźników nierówności $I(Y)$, zaproponowanych przez Zengę (2007). Dokonano również dekompozycji tych indeksów na nierówność wewnątrzgrupową i międzygrupową. W przeciwieństwie do dwustopniowej dekompozycji według podpopulacji indeksu Giniego, która może dać ujemne wkłady poszczególnych grup, dla indeksu Zengi, ze względu na jego konstrukcję, taka sytuacja nie może mieć miejsca. Analiza empiryczna oparta na danych o dochodach gospodarstw domowych pomogła ujawnić kilka różnic i podobieństw we wzorcach nierówności w Polsce i we Włoszech, krajach prezentujących podobny ogólny poziom nierówności mierzony wskaźnikami Giniego i Zengi. Różnice są szczególnie zauważalne przy analizie wyników dekompozycji według źródeł. Rozkłady dochodów w Polsce charakteryzuje znikomy udział dochodów z tytułu własności w średnich dochodach (ogółem i dla regionów), przy bardzo niewielkim udziale dochodów z tytułu własności i emerytur w ogólnej nierówności rozkładu. Obserwacje te pozwalają przypuszczać, że rozkład dochodów zachował cechy wynikające z gospodarki centralnie planowanej. Dekompozycja według podpopulacji także ujawniła pewne różnice między krajami, m.in. odwrotną zależność między poziomem rozwoju ekonomicznego regionów a ich udziałem w ogólnej nierówności rozkładu. W obu krajach ogólny wskaźnik Zengi zdominowany jest przez zmienność międzygrupową, więc polityka społeczna skoncentrowana na zmniejszeniu różnic regionalnych może znacznie zmniejszyć całkowitą nierówność dochodów. Wyniki sugerują, że podejście dekompozycyjne może pomóc w lepszym zrozumieniu kwestii rozkładu dochodów pomiędzy poszczególne jednostki, regiony i komponenty. Taka pogłębiona analiza nierówności dochodów może być wykorzystana w wielu dalszych analizach ekonomicznych, w tym w badaniach ubóstwa i dobrobytu społecznego, gdzie można zastosować szacunki komponentów nierówności.

Zakończenie

Analiza sytuacji ekonomicznej kraju, regionów i różnych grup społecznych z punktu widzenia nierówności dochodowych jest bardzo ważnym zagadnieniem, które wymaga ciągłego monitoringu. Chodzi tu nie tylko o ocenę zmian nierówności rozkładów dochodów różnych grup ludności, które mogą wynikać z prowadzonej polityki ekonomicznej i społecznej, ale także o pomiar relacji między grupami, które również mają wpływ na ocenę polityki państwa i nastroje społeczne.

Metody analizy empirycznych rozkładów dochodów podzielone zostały na trzy kategorie:

1. Metody analizy nierówności wewnątrz rozkładów.
2. Metody analizy nierówności między rozkładami.
3. Metody dekompozycji nierówności dochodowych.

Kategorie te mogą stanowić kolejne etapy wszechstronnej analizy nierówności dochodowych albo też, ze względu na swoją specyfikę, mogą być stosowane do analiz nakierowanych na różne aspekty nierówności dochodowych. Myślą przewodnią monografii było odejście od klasycznych analiz opartych jedynie na charakterystykach liczbowych rozkładu, takich jak średnia arytmetyczna, mediana czy współczynnik Giniego, w kierunku szacowania charakterystyk funkcyjnych, które określają nierówności w całym rozkładzie dochodów.

W ramach pierwszej grupy metod na szczególną uwagę zasługują mało w Polsce znane miary oparte na tzw. nierównościach punktowych, które zostały zaproponowane przez Zengę (1984, 2007). Są one czułe na nierówności w każdym punkcie rozkładu, gdyż przykładają jednakowe wagi wszystkim dochodom i porównują zawsze rozłączne grupy jednostek ekonomicznych. Miary punktowe, a także oparte na nich miary syntetyczne, mają czytelną interpretację graficzną oraz interesującą interpretację ekonomiczną, gdyż w odróżnieniu np. od indeksu Giniego nie odnoszą się do hipotetycznej sytuacji pełnej koncentracji, lecz do deprivacji grup mniej zamożnych w stosunku do bardziej zamożnych. W ramach tej kategorii metod zaproponowano także podejście ujednoczone, oparte na wykorzystaniu trzech pokrewnych ze względu na swoją konstrukcję

krzywych koncentracji: Giniego, Bonferroniego i Zengi, które umożliwia pogłębioną analizę nierówności dochodowych nakierowaną na różne grupy dochodowe. Uwzględnienie w rozważaniach koncepcji dobrobytu społecznego, w ramach paradygmatu normatywnego badania nierówności, umożliwiło nie tylko analizę własności najważniejszych miar, ale także pokazało możliwości ich modyfikacji z punktu widzenia preferencji społecznych.

W ramach drugiej grupy metod dotyczących badania nierówności między rozkładami na szczególną uwagę zasługuje metoda rozkładu względnego, zastosowana po raz pierwszy do badania deprywacji różnych grup społecznych w USA w pracy Handcock i Morris z 2006 r. W pracy zaproponowano wykorzystanie tej metody do badania „luki dochodowej” jako miary ekonomicznej przewagi jednej populacji względem drugiej dla wszystkich kwantyli rozkładu referencyjnego. Atutem takiego podejścia jest czytelna prezentacja graficzna oraz fakt, że zarówno gęstość, jak i dystrybuanta rozkładu relatywnego mają zrozumiałą interpretację ekonomiczną w kategoriach relacji między częstościami dochodów w porównywanych rozkładach. Metoda rozkładu względnego, poprzez konstrukcję rozkładów kontrfaktycznych, umożliwia także badanie wpływu różnych czynników pozadochodowych na kształtowanie się „luki” między rozkładami, wykraczając poza standardowe metody regresji oparte na porównaniach średnich. W ramach charakterystyk liczbowych na wyróżnienie zasługują współczynniki relatywnej przewagi ekonomicznej (*Relative Economic Affluence*) znane jako miary REA, które w istocie prowadzą do porównywania całych rozkładów, gdyż uwzględniają różnice w położeniu, dyspersji i asymetrii porównywanych grup jednostek ekonomicznych.

Najpełniejszą analizę nierówności dochodowych populacji podzielonej na kilka podpopulacji umożliwia analiza dekompozycyjna przedstawiona w rozdziale czwartym monografii. Zaproponowana metoda dekompozycji indeksu Zengi (2007) ujęta została także w dwóch etapach:

1. Określenie dekompozycji indeksów punktowych.
2. Określenie dekompozycji indeksów syntetycznych.

Takie podejście pozwala na:

- jednolite traktowanie dwóch rodzajów dekompozycji:
 - według podpopulacji,
 - według komponentów dochodu;
- jednoczesną i spójną analizę nierówności dochodowych wewnątrz- i międzygrupowych;
- brak konieczności interpretacji „trzeciego składnika”;
- uwzględnienie podejścia opartego zarówno na indeksach punktowych, jak i syntetycznych;
- możliwość określenia wielkości wkładów poszczególnych podpopulacji w nierówność całkowitą zarówno dla dochodu, jak i dla jego komponentów.

Dla badaczy zainteresowanych badaniem podobieństwa rozkładów interesującą alternatywą może być dekompozycja indeksu Giniego na trzy składniki, oparta na odległościach ekonomicznych REA, zaproponowana przez Daguma (1997a),

która w nieklasyczny sposób wykorzystuje ideę transwariacji Giniego. Metoda ta jest dość skomplikowana ze względu na złożoność obliczeń, jak i interpretację wyników, jednak wydaje się najbardziej spójną i wszechstronną dekompozycją tego często wykorzystywanego indeksu nierówności.

Przedstawione w pracy wyniki badań empirycznych stanowią z jednej strony ilustrację najbardziej interesujących naszym zdaniem metod statystycznych, z drugiej zaś strony dostarczają informacji na temat nierówności w Polsce i jej rozkładu pomiędzy różne regiony i grupy społeczne. Ważnym elementem analiz jest porównanie rozkładu dochodów w Polsce z krajem o ugruntowanej gospodarce rynkowej, jakim są Włochy. W analizach empirycznych rozkładów dochodów zarówno w Polsce, jak i we Włoszech oparto się na obserwacjach całego rozkładu dochodów, wychodząc poza standardowe metody oparte tylko na miarach średnich i innych charakterystykach opisowych. Analizy oparte zostały na danych indywidualnych pochodzących z dużych badań reprezentacyjnych prowadzonych w Polsce i we Włoszech – EU-SILC, BGD oraz SHIW. Przedstawione wyniki uwzględniają wagi schematu losowania, które umożliwiają uogólnienie wyników próby na populację. W celu wykrycia głównych źródeł nierówności dochodowych dokonano podziału zbiorowości na podpopulacje określone jako grupy społeczno-ekonomiczne, obszary geograficznie oraz grupy płci. Do oceny nierówności wewnątrz tych zbiorowości zastosowane zostały krzywe koncentracji, które określiły poziom nierówności dla wszystkich kwantyli rozkładu, a następnie oszacowano odpowiednie miary syntetyczne dla całych populacji oraz wyróżnionych podpopulacji. Porównanie rozkładu nierówności między populacjami zostało przeprowadzone z wykorzystaniem różnych metod. Dla grup społeczno-ekonomicznych oszacowano odległości ekonomiczne REA, co umożliwiło ocenę stopnia przewagi ekonomicznej populacji bogatszych nad biedniejszymi z uwzględnieniem średniego poziomu, dyspersji oraz asymetrii porównywanych rozkładów. W celu porównania rozkładów mężczyzn i kobiet zastosowano metodę rozkładu względnego i oszacowano za jego pomocą lukę dochodową, a następnie dokonano jej dekompozycji z punktu widzenia potencjalnych przyczyn nierówności. W przypadku jednostek terytorialnych NUTS1 w Polsce i we Włoszech przeprowadzono pełną analizę dekompozycyjną z wykorzystaniem indeksu Zengi (2007), co umożliwiło dwuetapową ocenę nierówności wewnątrz- i międzygrupowych, łącznie i dla wszystkich populacji odrębnie. Analiza uzupełniona została dekompozycją według komponentów dochodu, która ma szczególne znaczenie w przypadku porównań międzynarodowych.

Podstawowe wyniki z badań rozkładów empirycznych zostały przedstawione w trzech przekrojach: według grup społeczno-ekonomicznych w Polsce, według płci dla Polski i Włoch oraz kompleksowa analiza według regionów dla Polski i Włoch. Najważniejsze wnioski dla grup społeczno-ekonomicznych są następujące:

1. Analizując sytuację ekonomiczną grup społeczno-ekonomicznych gospodarstw domowych w Polsce za pomocą indeksu Zengi w okresach przed pandemią i po niej, zauważamy, że dla ogółu gospodarstw nierówności

dochodowe wzrosły tylko nieznacznie. Średnio rzecz biorąc, dysproporcja między bogatszą a biedniejszą częścią populacji wynosiła 0,376, czyli przeciętne dochody grup lepiej zarabiających stanowią średnio jedynie 37% dochodów grup bogatszych.

2. Krzywa Zengi dla roku 2020 pokazuje wzrost nierówności dochodowych dla niższych i średnich grup dochodowych, odpowiadających sześciu pierwszym decydom rozkładu.
3. Grupę o najwyższym poziomie nierówności według wszystkich trzech miar syntetycznych (Giniego, Bonferroniego i Zengi) stanowili *Rolnicy*, przy czym nierówności w tej grupie w badanym okresie wzrosły. Najbardziej jednorodną grupę stanowią wciąż *Emeryci i renciści*.
4. Oszacowania indeksów dobrobytu Sena, Daguma i Kakwaniego pokazują nominalny wzrost dobrobytu społecznego w roku 2020 w porównaniu z rokiem 2018 dla wszystkich grup społeczno-ekonomicznych oraz dla rozkładu dochodów w Polsce ogółem.
5. Wzrost społecznego dobrobytu obserwowany był nawet dla podpopulacji, w których nastąpił wyraźny wzrost nierówności dochodowych, mierzonych współczynnikiem Giniego, do których należą gospodarstwa domowe *Rolników* oraz *Pracujących na własny rachunek*.
6. Grupą społeczną o najwyższym poziomie dobrobytu w roku 2020 były gospodarstwa *Pracujących na własny rachunek*, zaś najniższy poziom dobrobytu zaobserwowano dla *Niezarobkowych źródeł utrzymania*.
7. Analizując różnice między rozkładami dochodów w grupach społeczno-ekonomicznych, zauważamy, że największy dystans ekonomiczny dzieli dwie najbogatsze i dość podobne do siebie grupy: *Pracujących na własny rachunek* i *Rolników*, od najbiedniejszej grupy, czyli *Niezarobkowych źródeł utrzymania*. Dystans między grupą pracujących na własny rachunek a grupą utrzymujących się z niezarobkowych źródeł wyniósł w roku 2020 ponad 82%, chociaż przed pandemią był jeszcze wyższy i wynosił 86%. Można natomiast zauważyć wzrost dystansu między grupami najbogatszymi a najliczniejszą grupą gospodarstw *Pracowników*, co wskazuje na rosnące rozwarstwienie grup.

W ramach analizy dochodów kobiet i mężczyzn w Polsce i we Włoszech na podstawie prób pochodzących z badania EU-SILC zauważono następujące prawidłowości:

1. W Polsce i we Włoszech zauważyć można podobne relacje między przeciętnymi dochodami mężczyzn i kobiet, z wyraźną przewagą średnich dochodów mężczyzn, jednak rozkłady dochodów dla grup płci różnią się pod względem nierównomierności. W Polsce krzywa Zengi dla mężczyzn leży wyraźnie powyżej krzywej dla kobiet, co pozwala rozpoznać wyższe nierówności dochodowe dla tej grupy w całym przedziale dochodów. We Włoszech krzywe Zengi pokazują znacznie mniejszą rozbieżność między grupami płci.

2. We Włoszech, mimo mniejszych niż w Polsce rozbieżności w poziomach nierówności dochodów kobiet i mężczyzn, obserwuje się większą lukę dochodową, związaną z większymi dysproporcjami średniego poziomu dochodów. O skali tych różnic świadczy interpretacja dystrybuanty rozkładu relatywnego, mówiąca, że ok. 54% kobiet we Włoszech zarabia mniej niż hipotetyczny mężczyzna, odpowiadający trzeciemu decylnowi rozkładu. W Polsce rozbieżność ta jest mniejsza, choć obserwuje się pewną tendencję wzrostową – w roku 2018 luka dla $p = 0,3$ wynosiła 50% (48% w 2015 r.).
3. We Włoszech luka dochodowa płci jest dość zróżnicowana regionalnie, podczas gdy w Polsce jest bardziej stabilna. Ponadto zauważono, że we Włoszech największa luka dochodowa występuje w najbogatszym regionie *Północno-wschodnim*, podczas gdy w Polsce w regionach najbogatszych luka płci jest najmniejsza (w 2015 był to makroregion Centralny, a w 2018 makroregion *Województwo mazowieckie*).
4. Otrzymane wyniki analiz rozkładu dochodów w Polsce w latach 2015–2018 ujawniły istnienie trwałych dysproporcji między dochodami mężczyzn i kobiet w makroregionach Polski oraz wzrost luki dochodowej dla całego kraju.
5. Dekompozycja luki dochodowej przeprowadzona na podstawie skonstruowanych rozkładów kontrfaktycznych dla wybranych zmiennych objaśniających wykazała, że znaczna część obserwowanej w Polsce luki dochodowej między mężczyznami a kobietami wynika z różnic czasu pracy. Różnice w strukturze zajmowanych stanowisk kierowniczych, zaobserwowane między dwiema kohortami w środkowej części rozkładu, mają niewielki wpływ na obserwowane dysproporcje. Większe różnice zaobserwowano natomiast w skrajnych decylach, co sugeruje pewną polaryzację dochodów tych grup w związku z pełnionym stanowiskiem. Różnice w poziomach wykształcenia także nie objaśniają istniejącej luki dochodowej między kobietami a mężczyznami, a wręcz przeciwnie – wyższym poziomom wykształcenia obserwowanym dla kobiet w górnej części rozkładu towarzyszą, średnio rzecz biorąc, niższe zarobki.

Przechodząc do analizy wyników dotyczących dekompozycji nierówności dochodowych w Polsce i we Włoszech, z punktu widzenia makroregionów i komponentów dochodu można sformułować następujące wnioski:

1. Całkowita nierównomierność rozkładu dochodów mierzona indeksem Zengi była w obu krajach bardzo podobna i wynosiła odpowiednio $I_{\text{Polska}} = 0,69$, $I_{\text{Włochy}} = 0,70$; inne były natomiast wkłady poszczególnych komponentów i wyróżnionych podpopulacji w kształtowanie się tego zjawiska.
2. We Włoszech największy wkład, wynoszący 0,3232, czyli prawie połowę ogólnej nierówności rozkładu mierzonej indeksem Zengi, ma najbiedniejszy region *Południowy*, podczas gdy w Polsce sytuacja jest odwrotna – najzamożniejsze regiony (wcześniej *Centralny*, a obecnie *Województwo mazowieckie*) odgrywają najważniejszą rolę w kształtowaniu się nierówności dochodowych z wkładem równym blisko 0,15.

3. Analizując dekompozycję nierówności punktowej, zauważamy, że we Włoszech wyższe dochody powodują wyraźny wzrost nierówności wewnątrzgrupowej i jednocześnie spadek międzygrupowej, podczas gdy w Polsce zaobserwowano bardzo niewielkie zmiany jedynie na poziomie nierówności wewnątrzgrupowej.
4. Ogólnie rzecz biorąc, udział nierówności wewnątrzgrupowej w ogólnej nierówności jest we Włoszech dwa razy większy niż w Polsce i odpowiada za ponad 1/3 ogólnej nierównomierności rozkładu. W obu porównywanych krajach syntetyczny indeks nierówności jest więc zdominowany przez zmienność międzygrupową – polityka społeczna skoncentrowana na zmniejszaniu różnic regionalnych może znacznie zmniejszyć całkowite nierówności dochodowe.
5. Rozkład dochodów zaobserwowany w Polsce różni się od rozkładu we Włoszech także pod względem udziału wyróżnionych komponentów. Podstawowe różnice są następujące: dominujący udział dochodów z pracy, wysoki udział dochodów z tytułu emerytur i transferów społecznych, niski udział dochodów z własnej działalności gospodarczej, brak znaczenia dochodów z tytułu własności.
6. Analiza zmian nierówności dochodowych w Polsce wykazała, że po wprowadzeniu programów społecznych możemy zauważyć pewne zmiany, które idą w kierunku większej dywersyfikacji udziału komponentów w całkowitym dochodzie gospodarstwa domowego i jego nierównomierności. Przede wszystkim spadł udział dochodów z pracy oraz wzrósł udział dochodów z pracy na własny rachunek. Jednocześnie wzrósł udział emerytur i transferów społecznych (z 7% do 9%), co można powiązać z dodatkowymi wypłatami z programów socjalnych i starzeniem się społeczeństwa, nie zauważono natomiast wzrostu udziału dochodów z własności.

Dotychczasowe studia nad rozkładami dochodów oraz doświadczenia wynikające z pogłębionej analizy rozkładów empirycznych pozwalają na sformułowanie następujących kierunków dalszych badań. Wyjątkowa złożoność problematyki nierówności dochodowych, na które mają wpływ czynniki zarówno wewnętrzne, dotyczące samego rozkładu dochodu, jak i różne czynniki zewnętrzne, wymaga podejścia wielowymiarowego. Proponowane w monografii metody, ukierunkowane głównie na problemy nierówności dochodowych, można także zastosować do analizy innych problemów związanych z polityką społeczno-ekonomiczną, dotyczących obszarów badawczych z zakresu zamożności i dobrostanu społecznego.

Literatura

- Aksman, E. (2010), *Redystrybucja dochodów i jej wpływ na dobrobyt społeczny w Polsce w latach 1995–2007*, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa.
- Ali, S.M., Silvey, S.D. (1966), *A General Class of Coefficients of Divergence of one Distribution from Another*, „Journal of the Royal Statistical Society”, Series B, 28, 131–142.
- Allison, N.K. (1978), *Measures of Inequality*, „American Sociological Review”, 43, 865–880.
- Arcagni, A. (2017), *On the Decompositions by Sources of the Zenga 1984 Point and Synthetic Inequality Indexes*, „Statistical Methods and Applications”, 26 (1), 113–133.
- Arcagni, A., Porro, F. (2014), *The Graphical Representation of Inequality*, „Revista Colombiana de Estadística”, 37 (2), 419–437.
- Arcagni, A., Zenga, M. (2014), *The Decompositions by Sources of ζ Inequality Index*, Proceedings of the 47th Scientific Meeting of the Italian Statistical Society, Cagliari.
- Arnold, B.C., Laguna, L. (1977), *On Generalized Pareto Distributions with Applications to Income Data*, International Studies in Economics, Monograph No. 10, Department of Economics, Iowa State University.
- Arrow, K. (1973), *The Theory of Discrimination*, [w:] O. Ashenfelter, A. Rees (red.), *Discrimination in the Labour Market*, Princeton University Press, Princeton.
- Atkinson, T. (1970), *On the Measurement of Inequality*, „Journal of Economic Theory”, 2, 244–263.
- Bailey, K.D. (1985), *Entropy Measures of Inequality*, „Sociological Inquiry”, 55 (2), 200–211.
- Banca d'Italia (2015), *Household Income and Wealth in 2014*, Supplements to the Statistical Bulletin-Sample Survey, 64, https://www.bancaditalia.it/pubblicazioni/indagine-famiglie/bil-fam2014/en_suppl_64_15.pdf?language_id=1 [dostęp: 15.09.2023].
- Basu, K., Stiglitz, J.E. (2016), *Inequality and Growth: Patterns and Policy: Volume II: Regions and Regularities*, Palgrave Macmillan, New York.
- Benedetti, C. (1986), *Sulla Interpretazione Benesseriale di Noti di Concentrazione e di altri*, „Metron”, 44, 421–429.
- Benini, R. (1906), *Principi di Statistica Metodologica*, UTET, Torino.
- Berti, P., Rigo, P. (1995), *A Note on Zenga Concentration Index*, „Journal of the Italian Statistical Society”, 4, 397–404.
- Berti, P., Rigo, P. (2006), *Concentration Curve and Index, Zenga's*, [w:] S. Kotz (red.), *Encyclopedia of Statistical Sciences*, John Wiley & Sons, New York–London.

- Bhattacharya, N., Mahalanobis, B. (1967), *Regional Disparities in Household Consumption in India*, „Journal of the American Statistical Association”, 62, 143–161.
- Blackorby, C., Donaldson, D. (1978), *Measures of Relative Equality and Their Meaning in Terms of Social Welfare*, „Journal of Economic Theory”, 18 (1), 59–80.
- Blackorby, C., Bossert, W., Donaldson, D. (1999), *Income Inequality Measurement: The Normative Approach*, [w]: J. Silber (red.), *Handbook of Income Inequality Measurement. Recent Economic Thought Series*, vol. 71, Springer, Dordrecht, https://doi.org/10.1007/978-94-011-4413-1_4 [dostęp: 15.09.2023].
- Blackorby, C., Donaldson, D., Auersperg, M. (1981), *A New Procedure for the Measurement of Inequality within and among Population Subgroups*, „Canadian Journal of Economics”, 14 (4), 665–685.
- Blau, F.D., Kahn, L.M. (1994), *Rising Wage Inequality and the U.S. Gender Gap*, „American Economic Review”, 84, 23–28.
- Blinder, A.S. (1973), *Wage Discrimination: Reduced Form and Structural Estimates*, „Journal of Human Resources”, 8 (4), 436–455, <https://doi.org/10.2307/144855> [dostęp: 15.09.2023].
- Bonferroni, C. (1930), *Elementi di Statistica Generale*, Seeber, Firenze.
- Bourguignon, F. (1979), *Decomposable Income Inequality Measures*, „Econometrica”, 47 (4), 901–920.
- Brunner, E., Marmot, M. (1999), *Social Organization, Stress and Health*, [w:]: M. Marmot, R.G. Wilkinson (eds.), *Social Determinants of Health*, Oxford University Press, Oxford.
- Brzeziński, M. (2002), *Impact of Income Inequality on Social Welfare in Poland, 1987–1997*, „Gospodarka Narodowa”, 178 (9), 41–60.
- Brzeziński, M. (2013), *Nierówności w Polsce na tle krajów Unii Europejskiej*, IX Kongres Ekonomistów Polskich, www.kongres.ptel.home.pl [dostęp: 15.09.2023].
- Buhmann, B., Rainwater, L., Schmaus G., Smeeding, T.M. (1988), *Equivalence Scales, Well-Being, Inequality, and Poverty: Sensitivity Estimates across Ten Countries Using the Luxembourg Income Study (LIS) Database*, „Review of Income and Wealth”, 34 (2), 115–142.
- Butler, R.J., McDonald, J.B. (1989), *Using Incomplete Moments to Measure Inequality*, „Journal of Econometrics”, 42, 109–119.
- Capello, R., Nijkamp, P. (2009), *Handbook of Regional Growth and Development Theories*, Cheltenham, Northampton.
- Chakravarty, S.R. (1988), *Extended Gini Indices of Inequality*, „International Economic Review”, 29, 147–156.
- Champernowne, D.G. (1937), *Theory of Income Distribution*, „Econometrica”, 5, 379–381.
- Chancel, L., Piketty, T. (2021), *Global Income Inequality, 1820–2020: The Persistence and Mutation of Extreme Inequality*, „Journal of the European Economic Association”, 19, 3025–3062.
- Chancel, L., Piketty, T., Saez, E., Zucman, G. (red.) (2022), *World Inequality Report*, Harvard University Press, Harvard.
- Chernozhukov, V., Fernandez-Val, I., Melly, B. (2013), *Inference on Counterfactual Distributions*, „Econometrica”, 81 (6), 2205–2268.

- Clement, M., Meunie, A. (2010), *Is Inequality Harmful for the Environment? An Empirical Analysis Applied to Developing Countries*, „Review of Social Economy”, 68 (4), 413–445.
- Cowell, F. (1980), *Generalized Entropy and the Measurement of Distributional Change*, „European Economic Review”, 13 (1), 147–159.
- Ćwik, J., Mielniczuk, J. (1989), *Estimating Density Ratios with Application to Discriminant Analysis*, „Communications in Statistics”, 18, 3057–3069.
- Ćwik, J., Mielniczuk, J. (1993), *Data-dependent Bandwidth Choice for a Grade Density Kernel Estimate*, „Statistics and Probability Letters”, 16, 397–405.
- D'Addario, R. (1949), *Ricerche Sulla Curva dei Redditi*, „Giornale Degli Economisti ed Annali di Economia”, 8, 91–114.
- Dagum, C. (1977), *A New Model of Personal Income Distribution: Specification and Estimation*, „Economie Appliquee”, 30, 413–437.
- Dagum, C. (1980), *Inequality Measures between Income Distributions with Applications*, „Econometrica”, 48 (7), 1791–1803.
- Dagum, C. (1990), *On the Relationship Between Income Inequality Measures and Social Welfare Functions*, „Journal of Econometrics”, 43 (1), 91–102, [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(90\)90109-7](https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90109-7).
- Dagum, C. (1995), *Income Distribution, Social Welfare, Inequality, and Poverty*, Jai Press, Greenwich.
- Dagum, C. (1997a), *A New Approach to the Decomposition of the Gini Income Inequality Ratio*, „Empirical Economics”, 22 (4), 515–531.
- Dagum, C. (1997b), *Scomposizione ed interpretazione delle misure di diseguaglianza di Gini e di entropia generalizzata*, „Statistica”, 3, 295–307.
- Dagum, C. (1999), *Linking the Functional and Personal Distributions of Income*, [w:] J. Silber (red.), *Handbook of Income Inequality Measurement*, Kluwer, London, 101–132.
- Dalton, H. (1920), *The Measurement of the Inequality of Incomes*, „Economic Journal”, 30, 348–361.
- Del Rio, C., Gradin, C., Canto, O. (2011), *The Measurement of Gender Wage Discrimination: The Distributional Approach Revisited*, „Journal of Economic Inequality”, 9 (1), 57–86.
- Denuit, M., Dhaene, J., Goovaerts, M., Kaas, R. (2005), *Actuarial Theory for Dependent Risks: Measures, Orders and Models*, Wiley, New York.
- Deutsch, J., Silber, J. (1997), *Gini's „Transvariazione” and the Measurement of Distance between Distributions*, „Empirical Economics”, 22 (4), 547–554.
- Deutsch, J., Silber, J. (1999), *Inequality Decomposition by Population Subgroup and the Analysis of Interdistributional Inequality*, [w:] J. Silber (red.), *Handbook of Income Inequality Measurement*, Kluwer, London, 363–403.
- De Vergottini, M. (1940), *Sul Signicato di Alcuni Indici di Concentrazione*, „Giornale degli Economisti e Annuali di Economia”, 2, 317–347.
- Domański, Cz. (1990), *Testy statystyczne*, PWE, Warszawa.
- Domański, Cz., Pruska, K. (2000), *Nieklasyczne metody wnioskowania statystycznego*, PWE, Warszawa.

- Donald, S.G., Green, D.A., Paarsch, H.J. (2000), *Differences in Wage Distributions between Canada and the United States: An Application of a Flexible Estimator of Distribution Functions in the Presence of Covariates*, „Review of Economic Studies”, 67 (4), 609–633.
- Dorfman, R. (1979), *A Formula for the Gini Coefficient*, „The Review of Economics and Statistics”, 61 (1), 146–149.
- Dudel, C., Garbuszus, J.M., Schmied, J. (2021), *Assessing Differences in Household Needs: A Comparison of Approaches for the Estimation of Equivalence Scales Using German Expenditure Data*, „Empirical Economics”, 60, 1629–1659.
- Ebert, U. (1984), *Measures of Distance between Income Distributions*, „Journal of Economic Theory”, 32, 266–274.
- Edgeworth, F.Y. (1898), *On the Representation of Statistics by Mathematical Formulae*, „Journal of the Royal Statistical Society”, 1, 670–700.
- Elbers, C., Lanjouw, P., Mistiaen, J., Ozler, B., Simer, K.L. (2005), *Are Neighbours Equal? Estimating Local Inequality in Three Developing Countries*, [w:] R. Kanbur, A.J. Venables (red.), *Spatial Inequality and Development*, Oxford University Press, New York, 37–60.
- Éltető, Ö., Frigyes, E. (1968), *New Income Inequality Measures as Efficient Tools for Causal Analysis and Planning*, „Econometrica”, 36 (2), 383–396.
- Eurostat (2015), *European Union statistics on income and living conditions (eu-silc)*, <https://ec.europa.eu/eurostat/web/microdata/european-union-statistics-on-income-and-living-conditions> [dostęp: 15.09.2023].
- Eurostat (2016), *The Eurostat regional yearbook*, <https://doi.org/10.2785/29084> [dostęp: 15.09.2023].
- Fattore, M., Maggino, F., Arcagni, A. (2015), *Exploiting Ordinal Data for Subjective Well-Being Evaluation*, „Statistics in Transition”, New series 16 (3), 409–428.
- Fei, J. Ranis, G., Kuo, S. (1978), *Growth and the Family Distribution of Income by Factor Components*, „Quarterly Journal of Economics”, 92 (1), 17–53.
- Fields, G.S., Fey, J.C.H. (1978), *On Inequality Comparisons*, „Econometrica”, 46 (2), 303–316.
- Fleurbaey, M. (2008), *Fairness, Responsibility and Welfare*, Oxford University Press, Oxford.
- Fortin, N.M., Lemieux, T. (1998), *Rank Regressions, Wage Distributions, and the Gender Gap*, „Journal of Human Resources”, 33, 610–643.
- Furno, M. (2020), *Returns to Education and Gender Wage Gap Across Quantiles in Italy*, „Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics”, 12, 145–169.
- García-Gómez, C., Perez, A., Prieto-Alaiz, M. (2019), *A Review of Stochastic Dominance Methods for Poverty Analysis*, „Journal of Economic Surveys”, 33 (5), 1437–1462.
- Gastwirth, J.L. (1972), *The Estimation of the Lorenz Curve and Gini Index*, „The Review of Economics and Statistics”, 54 (3), 306–316.
- Gastwirth, J.L. (1975), *Statistical Measures of Earning Differentials*, „American Statistician”, 29, 32–35.
- Gastwirth, J.L., Wang, J.L. (1987), *Nonparametric Tests in Small Unbalanced Samples: Application in Employment-Discrimination Cases*, „Canadian Journal of Statistics”, 15, 339–348.
- Gibrat, R. (1931), *Les inégalités économiques*, Sirely, Paris.
- Gini, C. (1909), *Concentration and dependency ratios*, „Rivista di Politica Economica” 1997, 87, 769–789.

- Gini, C. (1912), *Variabilità e mutabilità: contributo allo studio delle distribuzioni e delle relazioni statistiche*, „Studi Economico-Giuridici”, Facoltà di Giurisprudenza della Regia Università di Cagliari, anno III, parte II, Cuppini, Bologna.
- Gini, C. (1914), *Sulla Misura Della Concentrazione e Della Variabilità dei Caratteri*, [w:] Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Anno Accademico 1913–1914, Tomo LXXIII – Parte Seconda.
- Gini, C. (1916), *Il concetto di „transvariazione” e le sue prime applicazioni*, „Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica”, serie 3, 52 (1), 13–43.
- Gini, C. (1957), *Le medie*, Utet, Torino.
- Gini, C. (1965), *On the Characteristics of Italian Statistics*, „Journal of the Royal Statistical Society”, 128 (1), seria A, 89–109.
- Giorgi, G.M. (2005), *Gini’s Scientific Work: An Evergreen*, „METRON – International Journal of Statistics”, LXIII (3), 299–315.
- Greselin, F., Jędrzejczak, A. (2020), *Analyzing the Gender Gap in Poland and Italy, and by Regions*, „International Advances in Economic Research”, 26, 433–447.
- Greselin, F., Pasquazzi, L. (2009), *Asymptotic Confidence Intervals for a New Inequality Measure*, „Communications in Statistics. Simulation and Computation”, 38 (8), 1742–1756.
- Greselin, F., Brazauskas, V., Zitikis, R. (2022), *Measuring Income Inequality via Percentile Relativities*, Preprint, <https://www.researchsquare.com/article/rs-2082385/v1>.
- Greselin, F., Jędrzejczak, A., Trzcińska, K. (2023), *A New Parametric Approach to Gender Gap with Application to EUSILC Data in Poland and Italy*, „Statistical Analysis and Data Mining”, Wiley, 16 (3), 1–17, <https://doi.org/10.1002/sam.11623>.
- Greselin, F., Pasquazzi, L., Zitikis, R. (2010), *Zenga’s New Index of Economic Inequality, Its Estimation, and Analysis of Incomes in Italy*, „Journal of Probability and Statistics”, ID 718905, 1–26.
- Greselin, F., Pasquazzi, L., Zitikis, R. (2013), *Contrasting the Gini and Zenga Indices of Economic Inequality*, „Journal of Applied Statistics”, 40 (2), 282–297.
- Greselin, F., Pellegrino, S., Vernizzi, A. (2020), *The Social Welfare Implications of the Zenga Index*, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2006.12623>.
- Greselin, F., Pellegrino, S., Vernizzi, A. (2021), *The Zenga Equality Curve: A New Approach to Measuring Tax Redistribution and Progressivity*, „Review of Income and Wealth”, 67 (4), 950–976.
- GUS (2015), *Budżety Gospodarstw Domowych w 2014 roku*, Zakład Wydawnictw Statystycznych, Warszawa.
- GUS (2018), *Zeszyt metodologiczny. Badanie budżetów gospodarstw domowych*, Zakład Wydawnictw Statystycznych, Warszawa.
- GUS (2019), *Budżety Gospodarstw Domowych w 2018 roku*, Zakład Wydawnictw Statystycznych, Warszawa.
- GUS (2021), *Budżety Gospodarstw Domowych w 2020 roku*, Zakład Wydawnictw Statystycznych, Warszawa, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/warunki-zycia/dochody-wydatki-i-warunki-zycia-ludnosci/budzety-gospodarstw-domowych-w-2020-roku,9,15.html> [dostęp: 15.09.2023].
- Handcock, M.S., Morris, M. (2006), *Relative Distribution Methods in the Social Sciences*, Springer Science & Business Media, Berlin.

- Hart, P.E. (1971), *Moment Distributions in Economics and Exposition*, „Journal of the Royal Statistical Society”, 138 (3), 423–434.
- Hoffmann, R., Botassio, D.C. (2020), *Sensitivity of Inequality Measures Considering Regressive Transfers with Fixed Relative Income Distance*, *Metron*, 78, 279–296.
- Imedio-Olmedo, L.J., Parrado-Gallardo, E.M., Bárcena-Martín, E. (2013), *The β Family of Inequality Measures*, „ECINEQ Working Paper Series”, 289.
- Jenkins, S. (1994), *Earnings Discrimination Measurement: A Distributional Approach*, „Journal of Econometrics”, 61, 81–102.
- Jenkins, S. (2009), *Distributionally-Sensitive Inequality Indices and the Gb2 Income Distribution*, „Review of Income and Wealth”, 55 (2), 392–398.
- Jędrzejczak, A. (2011), *Metody analizy rozkładów dochodów i ich koncentracji*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Jędrzejczak, A. (2015a), *Regional Income Inequalities in Poland and Italy*, „Comparative Economic Research”, 18 (4), 27–45.
- Jędrzejczak, A. (2015b), *Asymptotic Properties of Some Estimators for Gini and Zenga Inequality Measures: A Simulation Study*, „Statistica & Applicazioni”, 13, 143–162.
- Jędrzejczak, A., Kubacki, J. (2013), *Estimation of Income Inequality and The Poverty Rate in Poland, by Region and Family Type*, „Statistics in Transition”, 14 (3), 359–378.
- Jędrzejczak, A., Pekasiewicz, D. (2020a), *Changes in Income Distribution for Different Family Types in Poland*, „International Advances in Economic Research”, 26 (2), 135–146.
- Jędrzejczak, A., Pekasiewicz, D. (2020b), *Teoretyczne rozkłady dochodów gospodarstw domowych i ich estymacja*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Jędrzejczak, A., Pekasiewicz, D. (2022), *Nierównomierność ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim*, „Wiadomości Statystyczne”, 67 (6), 29–51.
- Juhn, C., Murphy, K.M., Pierce, B. (1991), *Accounting for the Slowdown in Black&White Wage Convergence*, [w:] M. Koster (red.), *Workers and Their Wages*, American Enterprise Institute Press, Washington, DC, 7–143.
- Kaas, R., Goovaerts, M.J., Dhaene, J.L.M., Denuit, M. (2001), *Modern Actuarial Risk Theory*, Deventer: Kluwer Academic Publisher, Dordrecht.
- Kakwani, N.C. (1977), *Measurement of Tax Progressivity: An International Comparison*, „The Economic Journal”, 87 (345), 71–80.
- Kakwani, N.C. (1980), *On a class of poverty measures*, „Econometrica”, 48 (2), 437–446.
- Kakwani, N.C. (1984), *On the Measurement of Tax Progressivity and Redistribution Effect of Taxes with Applications to Horizontal and Vertical Equity*, „Advances in Econometrics”, 3, 149–168.
- Kakwani, N.C. (1999), *Inequality, Welfare and Poverty: Three Interrelated Phenomena*, [w:] J. Silber (red.), *Handbook of Income Inequality Measurement*, Kluwer, London, 599–634.
- Kakwani, N., Son, H.H. (2019), *Normative Measures of Tax Progressivity: An International Comparison*, „Journal of Economic Inequality”, 19, 185–212, <https://doi.org/10.1007/s10888-020-09463-6> [dostęp: 15.09.2023].
- Karpio, K., Landmesser, J.M., Łukasiewicz, P., Orłowski, A.J. (2016), *The Quantile Decomposition of Personal Income Distributions in the USA*, „Acta Physica Polonica A”, 129 (5), 965–970.

- Kendall, M.G., Buckland, W.R. (1986), *Słownik terminów statystycznych*, PWE, Warszawa.
- Khanna, S., Goel, D., Morissette, R. (2016), *Decomposition Analysis of Earnings Inequality in Rural India: 2004–2012*, „IZA Journal of Labor & Development”, 5 (1), 18.
- Kleiber, C., Kotz, S. (2003), *Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences*, Wiley, Hoboken.
- Knell, M. (1999), *Social Comparisons, Inequality, and Growth*, „Journal of Institutional and Theoretical Economics”, 155 (4), 6664–6695.
- Kolm, S.C. (1976), *Unequal Inequalities*, „Journal of Economic Theory”, 12 (3), 416–442.
- Kordos, J. (1973), *Metody analizy i prognozowania rozkładów płac i dochodów ludności*, PWE, Warszawa.
- Kot, S.M. (2000), *Ekonometryczne modele dobrobytu*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kot, S.M. (2017), *Estimating Inequality Aversion from Subjective Assessments of the Just Noticeable Differences in Welfare. Equilibrium*, „Quarterly Journal of Economics and Economic Policy”, 11 (1), 123–146, <https://doi.org/10.24136/eq.v12i1.7> [dostęp: 15.09.2023].
- Kot, S.M. (2020), *Estimating the Parameter of Inequality Aversion on the Basis of a Parametric Distribution of Incomes*, „Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy”, 15 (3), 391–417.
- Kot, S.M., Ostasiewicz, K. (2019), *Global and Regional Economic Inequality: Methods of Measurement and Evidences*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- Kuznets, S. (1955), *Economic Growth and Income Inequality*, „The American Economic Review”, 45 (1), 1–28.
- Landmesser, J.M. (2016), *Decomposition of Differences in Income Distributions Using Quantile Regression*, „Statistics in Transition”, 17 (2), 331–348.
- Landmesser, J.M. (2018), *Dekompozycja nierówności płacowych w Polsce za pomocą metod bazujących na konstrukcji rozkładów warunkowych*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu”, 508, 115–125.
- Landmesser, J.M., Karpio, K., Łukasiewicz, P. (2015), *Decomposition of Differences Between Personal Incomes Distributions in Poland*, „Quantitative Methods in Economics”, XVI (2), 43–52.
- Langel, M., Tillé, I. (2012), *Inference by Linearization for Zenga's New Inequality Index: A Comparison with the Gini Index*, „Metrika”, 75 (8), 1093–1110.
- Le Breton, M., Michelangeli, A., Peluso, E. (2008), *Wage Discrimination Measurement: In Defence of a Simple but Informative Statistical Tool*, Econpubblica Working Paper, 128, http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1337986 [dostęp: 15.09.2023].
- Lerman, R. I., Yitzhaki, S. (1995), *Changing Ranks and the Inequality Impacts of Taxes and Transfers*, „National Tax Journal”, 48 (1), 45–59.
- Lerman, R.I., Yitzhaki, S. (1984), *A Note on the Calculation and Interpretation of the Gini Index*, „Economic Letters” 15 (3–4), 363–368.
- Lerman, R.I., Yitzhaki, S. (1985), *Income Inequality Effects by Income Sources: A New Approach and Applications to the United States*, „The Review of Economics and Statistics”, 67, 151–156.

- Li, G., Tiwari, R.C., Wells, M.T. (1996), *Quantile Comparison Functions in Two-sample Problems, with Application to Comparisons of Diagnostic Markers*, „Journal of the American Statistical Association”, 91, 689–698.
- Litwiński, M. (2017), *Przewidywanie tendencji rozwoju społeczno-ekonomicznego w Polsce na podstawie poziomu nierówności dochodowych z zastosowaniem modelu VAR*, „Studia Oeconomica Posnaniensia”, 5 (11), 159–178.
- Lorenz, M.O. (1905), *Methods of Measuring the Concentration of Wealth*, „Publications of the ASA”, 70 (9), 209–219.
- Maasoumi, E. (1999), *Multidimensional Approaches of Welfare Analysis*, [w:] J. Silber (red.), *Handbook of Income Inequality Measurement*, Kluwer, London, 437–484.
- Machado, J.A., Mata, J. (2005), *Counterfactual Decomposition of Changes in Wage Distributions Using Quantile Regression*, „Journal of Applied Econometrics”, 20, 445–465.
- Maffenini, W., Poliscchio, M. (2014), *The Potential of the I(p) Inequality Curve in the Analysis of Empirical Distributions*, „Statistica & Applicazioni”, 12 (1), 63–85.
- March, L. (1898), *Quelques exemples de distribution des salaires*, „Journal de la Société Statistique de Paris”, 39, 193–206.
- Mehran, F. (1975), *A Statistical Analysis on Income Inequality Based on Decomposition of the Gini Index*, Proceedings of the 40th Session of ISI.
- Mehran, F. (1976), *Linear Measures of Income Inequality*, „Econometrica: Journal of the Econometric Society”, 44, 805–809.
- Mielniczuk, J. (1992), *Grade Estimation of Kullback–Leibler Information Number*, „Probability and Mathematical Statistics”, 13, 139–147.
- Monti, M. (2008), *A Note on the Residual Term R in the Decomposition of the Gini Index*, „Argumenta Oeconomica”, 1 (20), 107–138.
- Mookherjee, D., Shorrocks, A. (1982), *A Decomposition Analysis of the Trend in UK Income Inequality*, „The Economic Journal”, 92 (368), 886–902.
- Morgan, J. (1962), *The Anatomy of Income Distribution*, „Review of Economics and Statistics”, 44 (3), 270–282.
- Moyes, P. (2007), *An Extended Gini Approach to Inequality Measurement*, „Journal of Economic Inequality”, 5, 279–303, <https://doi.org/10.1007/s10888-006-9051-7> [dostęp: 15.09.2023].
- Muliere, P., Scarsini, M. (1989), *A Note on Stochastic Dominance and Inequality Measures*, „Journal of Economic Theory”, 49 (2), 314–323.
- Mussard, S. (2005), *A New Approach to the Decomposition of the Gini Income Inequality Ratio*, „Empirical Economics”, 22 (4), 515–531.
- Newell, A., Socha, M. (2005), *The Distribution of Wages in Poland*, „IZA Discussion Paper”, 1485, Bonn.
- Nygård, F., Sandström, A. (1981), *Measuring Income Inequality*, Almquist & Wiksell International, Stockholm.
- Oaxaca, R. (1973), *Male-Female Wage Differentials in Urban Labour Markets*, „International Economic Review”, 14 (3), 693–709.
- OECD (2008), *Growing Unequal?*, OECD Publishing, Paris, <https://www.oecd.org/els/soc/41527936.pdf> [dostęp: 15.09.2023].

- OECD (2011), *Divided We Stand. Why Inequality Keeps Rising*, OECD Publishing, Paris, <https://www.oecd.org/els/soc/49170768.pdf> [dostęp: 15.09.2023].
- OECD (2015), *In It Together: Why Less Inequality Benefits All*, OECD Publishing, Paris.
- Okrasa, W. (2016), *Przestrzenne aspekty nierówności społecznych: sprawiedliwość przestrzenna a zróżnicowanie dobrostanu lokalnego – ewaluacja wpływu środków rozwojowych*, „Uniwersyteckie Czasopismo Socjologiczne UKSW”, 15, 25–51.
- Okrasa, W., Cierpiął-Wolan, M. (2014), *Nierówności przestrzenne rozwoju lokalnego: Wzory zróżnicowań dobrostanu na przykładzie województwa podkarpackiego i mazowieckiego*, „Optimum. Studia Ekonomiczne”, 3, 3–24.
- Ostasiewicz, K. (2017), *Comparing Some Properties of Leftist and Rightist Measures of Inequality*, [w:] A. Gardoń, C. Kozyra, E. Mazurek (red.), *Applications of Mathematics and Statistics in Economics*, Conference proceedings full text papers, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław, 331–342.
- Ostasiewicz, K., Mazurek, E. (2013), *Comparison of the Gini and Zenga Indexes Using Some Theoretical Income Distributions*, „Operations Research and Decisions”, 23 (1), 37–62.
- Palma, G. (2006), *Globalizing Inequality: ‘Centrifugal’ and ‘Centripetal’ Forces at Work*, UN DESA Working Paper 35, New York.
- Panek, T. (2011), *Ubóstwo, wykluczenie społeczne i nierówności. Teoria i praktyka pomiaru*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- Parzen, E. (1977), *Nonparametric Statistical Data Science: A Unified Approach Based on Density Estimation And Testing for ‘White Noise’*, Technical Report 47, Statistical Sciences Division, State University of New York at Buffalo, Buffalo, New York.
- Parzen, E. (1992), *Comparison Change Analysis*, [w:] A. Saleh (red.), *Nonparametric Statistics and Related Topics*, Elsevier, Holland, 3–15.
- Pasquazzi, L., Zenga, M. (2018), *Components of Gini, Bonferroni and Zenga Inequality Indexes for EU Income Data*, „Journal of Official Statistics”, 34 (1), 1–32.
- Persson, T., Tabellini, G., (1994), *Is Inequality Harmful For Growth?*, „American Economic Review”, 84 (3), 600–621.
- Pietra, G. (1915), *Delle relazioni tra gli indici di variabilità (I, II)*, „Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti”, LXXIV (II), 775–804.
- Pietra, G. (1948), *Studi di Statistica Metodologica*, Giuffrè, Milano.
- Piketty, T. (2014), *Capital in the Twenty-First Century*, Harvard University Press, Cambridge.
- Piketty, T. (2015), *Kapitał w XXI wieku*, Wydawnictwo Krytyki Politycznej, Warszawa.
- Piltz, F. (1929), *Dochody mieszkańców Warszawy*, IGS, Warszawa.
- Podolec, B. (2013), *Wybrane problemy jakości danych statystycznych w badaniach budżetów gospodarstw domowych*, „Folia Oeconomica Cracoviensia”, LIV, 134–150.
- Podolec, B., Ulman, P., Wałęga, A. (2008), *Aktywność ekonomiczna a sytuacja materialna gospodarstw domowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Polisicchio, M. (2008), *The Continuous Random Variable with Uniform Point Inequality Measure $I(p)$* , „Statistica & Applicazioni”, 6 (2), 137–151.
- Polisicchio, M., Porro, F. (2011), *A Comparison between Lorenz $L(p)$ Curve and Zenga $I(p)$ Curve*, „Statistica Applicata”, 21 (3–4), 289–301.

- Porro, F., Zenga, M. (2014), *The Decompositions by Subgroups of the Inequality Curve $Z(p)$ and the Inequality Index ζ* , Proceeding of the 47th Scientific Meeting of the Italian Statistical Society, Cagliari, 2014.
- Pyatt, G. (1976), *On the Interpretation and Disaggregation of Gini Coefficients*, „Economic Journal”, 86 (342), 243–255.
- Radaelli, P. (2008), *A Subgroups Decomposition of Zenga’s Uniformity and Inequality Indexes*, „Statistica & Applicazioni”, 6 (2), 117–136.
- Radaelli, P. (2010), *On the Decomposition by Subgroups of the Gini Index and Zenga’s Uniformity and Inequality Indexes*, „International Statistical Review”, 78 (1), 81–101.
- Radaelli, P., Zenga, M. (2005), *On the Decomposition of the Gini Mean Difference and Concentration Ratio*, „Statistica & Applicazioni”, 3 (2), 5–24.
- Rao, J.N.K., Molina, I. (2015), *Small Area Estimation*, 2nd Edition, Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.
- Rao, V.M. (1969), *Two Decompositions of Concentration Ratio*, „Journal of the Royal Statistical Society”, Ser. A, 132, 418–425.
- Roemer, J. (1998), *Equality of Opportunity*, Harvard University Press, Cambridge MA.
- Roemer, J. (2006), *Economic Development as Opportunity Equalization*, Cowles Foundation Discussion Paper 1583, <https://ideas.repec.org/p/cwl/cwldpp/1583.html> [dostęp: 15.09.2023].
- Rokicka, M., Ruzik, A. (2010), *The Gender Pay Gap in Informal Employment in Poland*, CASE Network Studies and Analyses, 406.
- Sen, A. (1973), *On Economic Inequality*, Norton, New York.
- Sen, A. (1974), *Informational Bases of Alternative Welfare Approaches: Aggregation and Income Distribution*, „Journal of Public Economics”, 3 (4), 387–403.
- Sen, A. (1976), *Poverty: An Ordinal Approach to Measurement*, „Econometrica”, 44 (2), 219–231.
- Shorrocks, A. (1984), *Inequality Decomposition by Population Subgroups*, „Econometrica”, 52 (6), 1369–1385.
- Shorrocks, A. (1980), *The Class of Additively Decomposable Inequality Measures*, „Econometrica”, 48 (3), 613–626.
- Shorrocks, A.F. (1982), *On the Distance between Income Distributions*, „Econometrica”, 50 (5), 1337–1339.
- Shorrocks, A.F. (1983), *Ranking Income Distributions*, „Econometrica”, 50, 3–17.
- Silber, J. (1989), *Factor Components, Population Subgroups and the Computation of the Gini Index of Inequality*, „The Review of Economics and Statistics”, 71 (1), 107–115.
- Silber, J. (1999) (red.), *Handbook of Income Inequality Measurement*, Kluwer, London.
- Soltow, L. (1960), *The Distribution of Income Related to Changes in the Distributions of Education, Age, and Occupation*, „The Review of Economics and Statistics”, 42 (4), 450–453.
- Son, H.H. (2011), *Equity and Well-being: Measurement and Policy Practice*, Routledge, London.
- Stark, O., Taylor, J.E., Yitzhaki, S. (1986), *Remittances and Inequality*, „Economic Journal”, 96 (383), 722–740.

- Sztaudynger, J., Kumor, P. (2007a), *Optymalne zróżnicowanie płac w Polsce – analiza ekonometryczna*, „Annales. Etyka w Życiu Gospodarczym”, 10 (1), 233–246.
- Sztaudynger, J., Kumor, P. (2007b), *The Optimal Inequality of Earnings – The Econometric Analysis*, „Comparative Economic Research”, 1–2, 45–61.
- Szulc, A. (1995), *Skale ekwiwalentności w pomiarze dobrobytu gospodarstw domowych*, „Polityka Społeczna”, 22 (8), 37–42.
- Szulc, S. (1967), *Metody statystyczne*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Tárki (2009), European Social Report, <https://tarki.hu/european-social-report> [dostęp: 15.09.2023].
- Tarsitano, A. (1990), *The Bonferroni Index of Inequality*, [w:] C. Dagum, M. Zenga (red.), *Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty*, Springer Verlag, Berlin, 228–242.
- Theil, H. (1967), *Economics and Information Theory*, Vol. 7, North-Holland, Amsterdam.
- Ulman, P., Wałęga, A. (2006), *Nierówności dochodowe w Polsce i ich dekompozycja*, „Zeszyty Naukowe, Polskie Towarzystwo Ekonomiczne”, 4, 77–96.
- Vernizzi, A. (2007), *Una precisazione sulla scomposizione dell'indice di redistribuzione RE di Aronson-Johnson-Lambert e una proposta di estensione dell'indice di Plotnick*, „Economia Publica”, (1–2), 145–154.
- Vinci, F. (1921), *Nuovi contributi allo studio della distribuzione dei redditi*, „Giornale degli Economisti ed Rivista di Statistica”, 61, 365–369.
- Wilk, M.B., Gnanadesikan, R. (1968), *Probability Plotting Methods for the Analysis of Data*, „Biometrika”, 55, 1–17.
- Wilkinson, R.G. (2006), *The Impact of Inequality*, „Social Research”, 73 (2), 711–732.
- Wilsen, J. van (2004), *Criminal Victimization in Cross-national Perspective*, „European Journal of Criminology”, 1 (1), 89–109.
- Wiśniewski, J. (1934), *Rozkład dochodów według wysokości*, Instytut Badania Koniunktur Gospodarczych i Cen, Warszawa.
- World Bank (2016), *Poverty and Shared Prosperity 2016: Taking on Inequality*, The World Bank.
- Wyżnikiewicz, B. (1987), *Zmiany strukturalne w gospodarce. Prawidłowości i ograniczenia*, PWE, Warszawa.
- Xu, K. (2004), *How Has the Literature on Gini's Index Evolved in the Past 80 years?*, Dalhousie University, Economics working paper, <https://www.mathstat.dal.ca/~kuan/howgini.pdf> [dostęp: 15.09.2023].
- Yaari, M.E. (1987), *The Dual Theory of Choice under Risk*, „Econometrica”, 55, 95–115.
- Yalonetzky, G. (2012), *Group Disadvantage with Inter-distributional Inequality Indices: A Critical Review and Some Amendments to Existing Indices*, „Economics”, 6 (1), 1–32, <http://hdl.handle.net/10419/56493> [dostęp: 15.09.2023].
- Yao, S. (1997), *Decomposition of Gini coefficients by income factors: a new approach and application*, „Applied Economics Letters”, 4 (1), 27–31.
- Yao, S. (1999), *On the decomposition of Gini coefficients by population class and income source: a spreadsheet approach and application*, „Applied Economics”, 31 (10), 1249–1264.

- Yitzhaki, S. (1983), *On an extension of the Gini inequality index*, „International Economic Review”, 24 (3), 617–628.
- Yitzhaki, S. (1994), *Economic Distance and Overlapping of Distributions*, „Journal of Econometrics”, 61 (1), 147–159.
- Yitzhaki, S., Lerman, R.I. (1991), *Income Stratification and Income Inequality*, „Review of Income and Wealth”, 37 (3), 313–329.
- Yitzhaki, S., Schechtman, E. (2013), *The Gini Methodology. A Primer on a Statistical Methodology*, Springer Series in Statistics 272, Springer, New York.
- Zagier, D. (1983), *On the decomposability of the Gini coefficient and other indices of inequality*, Discussion Paper 108, SFB 21, Projektgruppe „Theoretische Modelle”, Universität Bonn, Bonn.
- Zenga, M. (1984), *Proposta per un indice di concentrazione basato sui rapporti fra quantili di popolazione e quantili di reddito*, „Giornale degli economisti e annali di economia”, 43, 5–6, 301–326.
- Zenga, M. (1990), *Concentration Curves and Concentration Indexes Derived from Them*, [w:] C. Dagum, M. Zenga (red.), *Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty*, Springer-Verlag, Berlin, 94–110.
- Zenga, M. (1991), *L'indice $Z(p)$ come misura della concentrazione locale*, „Giornale degli Economisti e Annali di Economia”, 3–4, 151–161.
- Zenga, M. (2007), *Inequality Curve and Inequality Index Based on the Ratios between Lower and Upper Arithmetic Means*, „Statistica & Applicazioni”, 5 (1), 3–27.
- Zenga, M. (2013), *Decomposition by sources of the Gini, Bonferroni and Zenga inequality indexes*, „Statistica & Applicazioni”, 11 (2), 133–161.
- Zenga, M. (2016a), *On the Decomposition by Subpopulations of the Point and Synthetic Zenga (2007) Inequality Indexes*, „Metron”, 74 (3), 375–405.
- Zenga, M. (2016b), *Decomposition by Subpopulations of the Point and Synthetic Gini Inequality Indexes*, „Statistica & Applicazioni”, 14 (1), 49–82.
- Zenga, M., Jędrzejczak, A. (2020), *Decomposition of the Zenga Inequality Index $I(Y)$ into the Contributions of Macroregions and Income Components – An Application to Data from Poland and Italy*, „Argumenta Oeconomica”, 44 (1), 100–125.
- Zenga, M., Valli, I. (2016), *On the Decomposition by Subpopulations of the Point and Synthetic Bonferroni Inequality Measures*, „Statistica & Applicazioni”, 14 (1), 3–28.
- Zenga, M.M., Radaelli, P., Zenga, M. (2012), *Decomposition of Zenga's Inequality Index by Sources*, „Statistica & Applicazioni”, 9 (1), 3–34.
- Zitikis, R. (2003), *Asymptotic Estimation of the E-Gini Index*, „Econometric Theory”, 19 (4), 587–601.

Spis rysunków

Rys. 1.1.	Światowe nierówności dochodowe mierzone współczynnikiem Giniego	10
Rys. 1.2.	Światowe nierówności dochodowe dla dochodów per capita w latach 1820–2020 (udziały 10% najwyższych, 50% najniższych i 40% środkowych dochodów w dochodzie całkowitym)	11
Rys. 1.3.	Nierówności dochodowe w Polsce w latach 1980–2021 (udziały 10% najwyższych i 50% najniższych dochodów w dochodzie całkowitym)	11
Rys. 2.1.	Krzywa Lorenza i pole koncentracji	34
Rys. 2.2.	Krzywa Bonferroniego B(p) i pole koncentracji	40
Rys. 2.3.	Krzywa Zengi i pole koncentracji	41
Rys. 2.4.	Funkcje koncentracji Giniego G(p), Bonferroniego B(p) i Zengi I(p) dla tego samego rozkładu dochodów	49
Rys. 2.5.	Porównanie miar nierówności dochodów Giniego, Zengi i Bonferroniego dla różnych grup społeczno-ekonomicznych z poziomem nierówności w Polsce w roku 2020	65
Rys. 2.6.	Krzywe koncentracji Lorenza dla dochodów w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020	66
Rys. 2.7.	Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020	67
Rys. 2.8.	Krzywe koncentracji Bonferroniego dla dochodów w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020	67
Rys. 2.9.	Krzywe koncentracji Lorenza (lewy panel) i Zengi (prawy panel) dla dochodów w Polsce w latach 2018 i 2020	68
Rys. 2.10.	Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów <i>Pracowników</i> w latach 2018 i 2020	69
Rys. 2.11.	Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów <i>Rolników</i> w Polsce w latach 2018 i 2020	70
Rys. 2.12.	Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów <i>Pracujących na własny rachunek</i> w latach 2018 i 2020	70
Rys. 2.13.	Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów <i>Emerytów i rencistów</i> w latach 2018 i 2020	71

Rys. 2.14.	Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów <i>Niezarobkowych źródeł utrzymania</i> w latach 2018 i 2020	71
Rys. 3.1.	Empiryczne i teoretyczne rozkłady dochodu rozporządzalnego według grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020 (dopasowanie za pomocą rozkładu Daguma)	89
Rys. 3.2.	Przykładowe krzywe koncentracji Lorenza (lewy panel) i Zengi (prawy panel) dla dwóch rozkładów dochodów A i B	92
Rys. 3.3.	Porównanie krzywych koncentracji Lorenza (lewy panel) i uogólnionych krzywych Lorenza (prawy panel) dla dwóch rozkładów dochodów A i B	93
Rys. 3.4.	Wykresy względnej gęstości (lewy panel) i względnej dystrybuanty (prawy panel) pewnego rozkładu dochodów względem rozkładu referencyjnego	96
Rys. 3.5.	Przykład dekompozycji luki dochodowej według efektu położenia i kształtu porównywanych rozkładów	101
Rys. 3.6.	Aproksymacja rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w roku 2015 za pomocą rozkładu Daguma	107
Rys. 3.7.	Aproksymacja rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech w roku 2015 za pomocą rozkładu Daguma	107
Rys. 3.8.	Funkcje Lorenza dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech, 2015 r.	108
Rys. 3.9.	Funkcje Zengi dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech w 2015 r.	108
Rys. 3.10.	Funkcje Lorenza dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w 2015 r.	109
Rys. 3.11.	Funkcje Zengi dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w 2015 r.	109
Rys. 3.12.	Względna gęstość dochodów kobiet w stosunku do mężczyzn we Włoszech w 2015 r.	110
Rys. 3.13.	Luka dochodowa między mężczyznami a kobietami we Włoszech w 2015 r.	111
Rys. 3.14.	Względna gęstość dochodów kobiet w stosunku do mężczyzn w Polsce w 2015 r.	111
Rys. 3.15.	Luka dochodowa między mężczyznami a kobietami w Polsce w 2015 r.	112
Rys. 3.16.	Luka dochodowa w Polsce według makroregionów (mediany dochodów) w oparciu o dane EU-SILC 2015	113
Rys. 3.17.	Luka dochodowa we Włoszech według makroregionów (mediany dochodów) w oparciu o dane EU-SILC 2015	113
Rys. 3.18.	Aproksymacja rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w roku 2018 za pomocą rozkładu Daguma	116
Rys. 3.19.	Funkcje Lorenza dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 2015 (panel lewy) i 2018 (panel prawy)	117
Rys. 3.20.	Funkcje Zengi dla rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 2015 (panel lewy) i 2018 (panel prawy)	117
Rys. 3.21.	Rozkłady relatywne kobiet względem mężczyzn w Polsce w latach 2015 (panel lewy) i 2018 (panel prawy)	118

Rys. 3.22. Luka dochodowa między mężczyznami a kobietami w Polsce w latach 2015 i 2018	118
Rys. 3.23. Rozkłady relatywne kobiet względem mężczyzn w Polsce według NUTS1 w roku 2018	120
Rys. 3.24. Luka dochodowa między mężczyznami a kobietami w Polsce według NUTS1 w roku 2018	121
Rys. 3.25. Dekompozycja luki dochodowej między kobietami i mężczyznami według zajmowanego stanowiska	123
Rys. 3.26. Dekompozycja luki dochodowej między kobietami i mężczyznami według czasu pracy	123
Rys. 3.27. Dekompozycja luki dochodowej między kobietami i mężczyznami według poziomu wykształcenia	125
Rys. 3.28. Dekompozycja luki dochodowej między kobietami i mężczyznami według stanu cywilnego	126
Rys. 4.1. Empiryczny rozkład dochodów gospodarstw domowych w Polsce wraz z jego aproksymacją za pomocą modelu Daguma	155
Rys. 4.2. Empiryczny rozkład dochodów gospodarstw domowych we Włoszech wraz z jego aproksymacją za pomocą modelu Daguma	155
Rys. 4.3. Krzywe Lorenza L_p i Zengi I_p dla dochodów gospodarstw domowych Polski i Włoch w oparciu o dane HBS i SHIW	156
Rys. 4.4. Dekompozycja $I_p(Y)$ według makroregionów Włoch dla różnych p	162
Rys. 4.5. Dekompozycja $I_p(Y)$ według makroregionów Polski dla różnych p	162
Rys. 4.6. Dekompozycja indeksu Zengi według makroregionów dla Polski w oparciu o dane BGD 2014 i 2017	165
Rys. 4.7. Krzywe Zengi $I_p(Y)$ dla Polski w oparciu o dane BGD 2014 i 2017	167
Rys. 4.8. Dekompozycja indeksu Zengi według komponentów dochodu w Polsce i we Włoszech	171
Rys. 4.9. Dekompozycja indeksu Zengi według komponentów dochodu w Polsce w latach 2014 i 2017	173

Spis tabel

Tab. 2.1.	Oszacowania miar nierównomierności rozkładów dochodów gospodarstw domowych według grup społeczno-ekonomicznych w Polsce w latach 2018 i 2020	64
Tab. 2.2.	Oszacowania miar dobrobytu społecznego dla gospodarstw domowych według grup społeczno-ekonomicznych w Polsce w latach 2018 i 2020	73
Tab. 3.1.	Charakterystyki statystyczne rozkładów dochodów grup społeczno-ekonomicznych w Polsce w roku 2018 i 2020 na podstawie prób BGD	88
Tab. 3.2.	Uporządkowane miary odległości ekonomicznej między rozkładami dochodów w grupach społeczno-ekonomicznych	90
Tab. 3.3.	Charakterystyki statystyczne rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce według makroregionów	104
Tab. 3.4.	Charakterystyki statystyczne rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech według makroregionów	105
Tab. 3.5.	Oszacowane parametry rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce według makroregionów	105
Tab. 3.6.	Oszacowane parametry rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet we Włoszech według makroregionów	106
Tab. 3.7.	Charakterystyki statystyczne rozkładów dochodów mężczyzn i kobiet w Polsce według makroregionów w roku 2018 na podstawie prób EU-SILC	115
Tab. 4.1.	Charakterystyki statystyczne próby SHIW według komponentów dochodu i makroregionów	153
Tab. 4.2.	Charakterystyki statystyczne próby BGD według komponentów dochodu i makroregionów (2014)	153
Tab. 4.3.	Charakterystyki statystyczne próby BGD według komponentów dochodu i makroregionów (2017)	154
Tab. 4.4.	Miary dyspersji i kształtu dla rozkładów dochodów w Polsce i we Włoszech	154
Tab. 4.5.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I(Y) = 0,6899$ dla Polski w oparciu o próbę BGD	157
Tab. 4.6.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,10)}(Y) = 0,7612$ dla Polski w oparciu o próbę BGD	158

Tab. 4.7.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,50)}(Y) = 0,6435$ dla Polski w oparciu o próbę BGD	158
Tab. 4.8.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,95)}(Y) = 0,7225$ dla Polski w oparciu o próbę BGD	159
Tab. 4.9.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I(Y) = 0,7000$ dla Włoch w oparciu o próbę SHIW	159
Tab. 4.10.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,1)}(Y) = 0,8035$ dla Włoch w oparciu o próbę SHIW	160
Tab. 4.11.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,5)}(Y) = 0,6498$ dla Włoch w oparciu o próbę SHIW	160
Tab. 4.12.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,95)}(Y) = 0,7071$ dla Włoch w oparciu o próbę SHIW 2014	160
Tab. 4.13.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I(Y) = 0,6920$ dla Polski w oparciu o próbę BGD 2017	163
Tab. 4.14.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,10)}(Y) = 0,7748$ dla Polski w oparciu o próbę BGD 2017	164
Tab. 4.15.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,50)}(Y) = 0,6484$ dla Polski w oparciu o próbę BGD 2017	164
Tab. 4.16.	Dekompozycja według makroregionów indeksu $I_{h(0,95)}(Y) = 0,7111$ dla Polski w oparciu o próbę BGD 2017	165
Tab. 4.17.	Dekompozycja według źródeł indeksów punktowych $I_{h_l}(Y)$ i $I_h(Y)$ oraz syntetycznych $I_{\downarrow}(Y)$ i $I(Y)$ dla Polski i wybranych makroregionów w oparciu o próbę BGD	168
Tab. 4.18.	Dekompozycja według źródeł indeksów punktowych $I_{h_l}(Y)$ i $I_h(Y)$ oraz syntetycznych $I_{\downarrow}(Y)$ i $I(Y)$ dla Włoch i makroregionów w oparciu o próbę SHIW	169
Tab. 4.19.	Dekompozycja według źródeł indeksów punktowych $I_{h_l}(Y)$ i $I_h(Y)$ oraz syntetycznych $I_{\downarrow}(Y)$ i $I(Y)$ dla Polski i wybranych makroregionów w oparciu o BGD 2017	172

Początki badań rozkładów dochodów i ich nierównomierności sięgają przełomu XIX i XX stulecia, kiedy ukazały się pierwsze prace włoskiego ekonomisty Vilfredo Pareto (1848–1923), współtwórcy teorii równowagi ekonomicznej.

Monografia obejmuje szeroko rozumianą metodologię statystyczną dotyczącą rozkładów dochodów i nierówności dochodowych. Obecnie obserwuje się wyraźny wzrost zainteresowania badaniami nierówności, niesprawiedliwości, wykluczenia i ubóstwa, a także wymiarem praktycznym rezultatów tych analiz. W publikacji prezentowana jest szeroka gama mierników nierówności opartych na różnych podejściach: aksjomatycznym, opisowym, normatywnym, w tym współczynniki Giniego, Theila i Zengi, z uwzględnieniem dekompozycji, a także miary różnic między rozkładami pozwalające na ocenę deprivacji wyróżnionych grup.

Oddając książkę do rąk Czytelników, wyrażam nadzieję, że spełni oczekiwania statystyków, ekonomistów i polityków oraz ożywi dyskusję nad problemami społecznymi wynikającymi ze zbyt dużych różnic w dochodach, które często prowadzą do ubóstwa i wykluczenia najuboższych grup ludności.

Książka dostępna również
jako e-book

 **WYDAWNICTWO**
UNIwersytetu
ŁÓDZKIEGO

 wydawnictwo.uni.lodz.pl

 ksiegarnia@uni.lodz.pl

 (42) 665 58 63

ISBN 978-83-8331-308-5



9 788383 313085