

**Alina Jędrzejczak
Dorota Pekasiewicz**



Sytuacja dochodowa gospodarstw domowych w województwie łódzkim

**Sytuacja dochodowa
gospodarstw domowych
w województwie łódzkim**



WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

**Alina Jędrzejczak
Dorota Pekasiewicz**

Sytuacja dochodowa gospodarstw domowych w województwie łódzkim



**WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO**

Łódź 2023

Alina Jędrzejczak (ORCID: 0000-0002-5478-9284) – Uniwersytet Łódzki
Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Metod Statystycznych
90-255 Łódź, ul. POW 3/5
Urząd Statystyczny w Łodzi, ul. Suwalska 29, 93-176 Łódź

Dorota Pekasiewicz (ORCID: 0000-0001-8275-3345) – Uniwersytet Łódzki
Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Metod Statystycznych
90-255 Łódź, ul. POW 3/5

RECENZENCI

Edyta Mazurek, Stanisław Wanat

REDAKTOR INICJUJĄCY

Beata Koźniewska

OPRACOWANIE REDAKCYJNE

Oleg Aleksejczuk

SKŁAD I ŁAMANIE

Munda – Maciej Torz

KOREKTA TECHNICZNA

Elżbieta Pich

PROJEKT OKŁADKI

Polkadot Studio Graficzne Aleksandra Woźniak, Hanna Niemierowicz

© Copyright by Alina Jędrzejczak, Dorota Pekasiewicz, Łódź 2023

© Copyright for this edition by Uniwersytet Łódzki, Łódź 2023

<https://doi.org/10.18778/8331-187-6>

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

Wydanie I. W.11013.23.0.K

Ark. wyd. 5,0; ark. druk. 6,875

ISBN 978-83-8331-187-6

e-ISBN 978-83-8331-188-3

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego

90-237 Łódź, ul. Jana Matejki 34A

www.wydawnictwo.uni.lodz.pl

e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl

tel. 42 635 55 77

Spis treści

Wprowadzenie.....	7
1. Województwo łódzkie – podstawowe informacje	9
1.1. Położenie geograficzne i podział administracyjny.....	9
1.2. Ludność w województwie łódzkim.....	11
1.3. Sytuacja gospodarcza	14
2. Statystyczne metody analizy rozkładów dochodów	19
2.1. Wybrane teoretyczne rozkłady dochodów	19
2.2. Miary nierównomierności rozkładu dochodów	24
2.3. Miary ubóstwa	32
2.4. Miary zamożności	37
3. Analiza ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim	41
3.1. Podstawowe informacje dotyczące badania.....	41
3.2. Struktura i podstawowe charakterystyki gospodarstw domo- wych	46
3.3. Aproksymacja rozkładów dochodów ekwiwalentnych	50
3.4. Analiza nierównomierności rozkładów	61
3.5. Ubóstwo w województwie łódzkim	70
3.6. Zamożność w województwie łódzkim	75
4. Dochody gospodarstw domowych w województwie łódzkim na tle Polski	81
4.1. Analiza porównawcza charakterystyk liczbowych i funkcyj- nych rozkładów dochodów	81
4.2. Porównanie nierównomierności rozkładów dochodów	84
4.3. Analiza porównawcza ubóstwa i zamożności	90
Zakończenie.....	95
Literatura	99
Spis tabel.....	105
Spis rysunków	107

Wprowadzenie

Badania dochodów gospodarstw domowych są istotne zarówno z punktu widzenia analiz zmian w czasie, jak też porównań rozkładów w różnych państwach, jednostkach podziału administracyjnego kraju (województwach, powiatach), czy też grupach społecznych lub typach gospodarstw. W pracy przedstawione są wyniki badań rozkładów dochodów w województwie łódzkim w latach 2016–2020, z uwzględnieniem podziału na pięć grup społeczno-ekonomicznych wyróżnianych przez Główny Urząd Statystyczny. Rozważano gospodarstwa pracowników, rolników, pracujących na własny rachunek, emerytów i rencistów oraz gospodarstwa utrzymujące się z tzw. niezarobkowych źródeł. Kategorią dochodu, która stanowi przedmiot przeprowadzonej analizy nierównomierności jest miesięczny dochód rozporządzalny. W celu uwzględnienia wpływu, jaki na koszty utrzymania gospodarstwa domowego ma jego skład demograficzny, w badaniu przekształcono kategorię dochodu rozporządzalnego w dochód ekwiwalentny. Jako skalę ekwiwalentności przyjęto skalę potęgową ze współczynnikiem ekwiwalentności 0,5.

Analiza zmian w rozkładzie dochodów, a przede wszystkim w poziomach nierówności, ubóstwa i bogactwa na terenie województwa łódzkiego obejmuje lata 2016–2020, czyli okres szybkiego wzrostu gospodarczego i jednocześnie czas wprowadzania programów społecznych nastawionych na niwelowanie nierówności. W pracy dokonano analizy porównawczej rozkładów dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych w różnych grupach społeczno-ekonomicznych, analizowano m.in. zmiany w nierównościach dochodów, poziomie ubóstwa, jego zasięgu, głębokości i dotkliwości oraz w poziomie zamożności gospodarstw. Podział gospodarstw domowych ze względu na grupy społeczno-ekonomiczne jest obecnie najczęściej wykorzystywaną klasyfikacją w praktyce statystyki gospodarczej i społecznej w Polsce, stąd też uwzględnienie tego typu analiz w przypadku rozważań dotyczących województwa łódzkiego.

Badania obejmowały porównania rozkładów dochodów za pomocą metod nieparametrycznych oraz metod parametrycznych, opartych na

modelach rozkładów dochodów, które dobrze aproksymują rozkłady empiryczne. Oszacowano nie tylko parametry rozkładów, czyli ich charakterystyki liczbowe, ale również charakterystyki funkcyjne, ze szczególnym uwzględnieniem krzywych koncentracji, co umożliwiło bardzo dokładne porównanie nierówności dochodowych dla wszystkich kwantyli rozkładu.

Celem pracy była analiza rozkładów dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w latach 2016–2020, a w szczególności:

- analiza zmian nierówności dochodowych ogółu gospodarstw domowych oraz nierówności w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych,
- analiza zasięgu ubóstwa, jego głębokości i dotkliwości,
- analiza poziomu zamożności,
- ocena porównawcza województwa łódzkiego z całym krajem pod względem nierówności dochodowych, ubóstwa i zamożności.

Praca składa się z czterech rozdziałów. W rozdziale pierwszym przedstawione zostały najważniejsze informacje dotyczące województwa łódzkiego, w tym opisano sytuację ekonomiczną i demograficzną. W kolejnym rozdziale zaprezentowano miary statystyczne, wykorzystywane w analizach empirycznych związanych z aproksymacją rozkładów dochodów, badaniem nierówności dochodów, ubóstwa i zamożności gospodarstw domowych województwa. Rezultaty badań empirycznych, przeprowadzonych na podstawie danych pochodzących z Badania Budżetów Gospodarstw Domowych, przedstawiono w rozdziale trzecim. W analizach nierówności dochodów wykorzystano współczynniki Giniego i Zengi oraz wskaźnik zróżnicowania skrajnych części rozkładu, natomiast do badania poziomu ubóstwa w poszczególnych grupach i porównań w analizowanych latach wykorzystano wskaźnik zagrożenia ubóstwem, wskaźnik luki dochodowej i kwadratu luki dochodowej. Analizę zamożności oparto m.in. o wskaźniki określające jej zasięg oraz udział dochodów zamożnych gospodarstw domowych w ogóle dochodów. W ostatnim rozdziale zaprezentowano wyniki analiz porównawczych rozkładów dochodów w Polsce i w województwie łódzkim.

ROZDZIAŁ 1

Województwo łódzkie – podstawowe informacje

1.1. Położenie geograficzne i podział administracyjny

W 2023 roku minęły dopiero 24 lata od czasu, kiedy utworzono województwo łódzkie w obecnych granicach. Dawne województwo łódzkie, niewielkie obszarowo, zostało na mocy reformy administracyjnej z 1999 roku przekształcone w znaczącą jednostkę terytorialną w centrum kraju. Województwo łódzkie jest jednym z 16 polskich województw. Zajmuje powierzchnię 18 219 km² (1 821 895 ha), co stanowi 5,8% powierzchni kraju i klasyfikuje je na dziewiątej pozycji w kraju pod względem wielkości.

Województwo łódzkie znajduje się na pograniczu dwóch dużych jednostek geomorfologicznych: Nizin Środkowoeuropejskich i Wyżyn Polskich, zatem w północnej części województwa dominują rozległe i prawie płaskie równiny, natomiast w południowej pagórki. Przeważającą część województwa zajmuje Wysoczyzna Łódzka łącząca się od południa ze strefą wyżyn Polski. Od zachodu województwo ograniczone jest doliną Warty, od wschodu doliną Pilicy, a od północy pradoliną Warszawsko-Berlińską. Położone w centrum kraju województwo jest bardzo dobrze skomunikowane drogowo z pozostałymi województwami. Jego atutem jest położenie na przecięciu dwóch z czterech funkcjonujących na obszarze Polski paneuropejskich korytarzy transportowych. W ostatnich latach zrealizowano wiele inwestycji drogowych, takich jak: autostrady A-2, A-1, drogi ekspresowe S-8 i S-14. Sieć kolejowa w województwie nie

jest dobrze rozwinięta, ale szansą na poprawę transportu kolejowego w regionie są modernizacje i rewitalizacje linii kolejowych, w tym zakończenie budowy tunelu średnicowego łączącego nowoczesny dworzec Łódź Fabryczna z dworcem Łódź Kaliska w integracji z Łódzką Koleją Aglomeracyjną, skonsolidowane z budową Kolei Dużych Prędkości.

Województwo łódzkie wraz z główną aglomeracją, którą stanowi miasto Łódź, znajduje się, według klasyfikacji GUS i Eurostatu, w makroregionie centralnym oznaczonym, w ramach jednostek NUTS1 jako PL7. Graniczy z sześcioma województwami: kujawsko-pomorskim, mazowieckim, świętokrzyskim, śląskim, opolskim i wielkopolskim.

Województwo podzielone jest na 24 powiaty, z czego trzy to miasta na prawach powiatu – Łódź, Piotrków Trybunalski i Skierniewice (por. rys. 1.1). Największym powiatem pod względem obszaru jest powiat sieradzki – 1491 km², a najmniejszym powiat brzeziński – 358,6 km².



Rysunek 1.1. Struktura województwa łódzkiego

Źródło: *Strategia rozwoju województwa łódzkiego 2020* (2020).

W województwie jest 177 gmin, przy czym:

- 131 to gminy wiejskie,
- 18 to gminy miejskie,
- 28 to gminy miejsko-wiejskie (zob. Urząd Statystyczny w Łodzi, 2021b).

W województwie łódzkim znajduje się 46 miast, z czego największa pod względem liczby ludności jest oczywiście Łódź, a kolejne w klasyfikacji to Piotrków Trybunalski, Pabianice, Tomaszów Mazowiecki i Bełchatów.

1.2. Ludność w województwie łódzkim

Województwo łódzkie (według stanu na dzień 31 grudnia 2021 roku) liczy 2 426 806 mieszkańców, z czego 52,4% stanowią kobiety, a 47,6% mężczyźni. Zajmuje szóstą pozycję w kraju pod względem liczby ludności. Na przestrzeni ostatnich lat w województwie obserwuje się systematyczny spadek liczby ludności. W latach 2002–2021 liczba mieszkańców zmalała o 6,9%. W ciągu 2021 roku zmniejszyła się o 0,9% (tj. o 21,1 tys. osób) w stosunku do roku poprzedniego, natomiast w porównaniu z 2010 rokiem zaobserwowano spadek o 4,9% (tj. o 125,5 tys. osób). Ze względu na zmniejszającą się z roku na rok populację w województwie prognozuje się, że liczba mieszkańców województwa łódzkiego w 2050 roku wynosić będzie 1 999 131, z czego 1 031 519 stanowić będą kobiety, a 967 612 mężczyźni.

Spadek liczby mieszkańców województwa łódzkiego, podobnie jak w skali całego kraju, dotyczy przede wszystkim populacji zamieszkującej miasta. W 2021 roku liczba ludności miejskiej województwa spadła o 1,2% w odniesieniu do roku poprzedniego, osiągając poziom 1499,7 tys. osób, natomiast w porównaniu z 2010 rokiem odnotowano spadek o 7,7%. Obserwuje się większy ubytek ludności miejskiej w województwie łódzkim w stosunku do notowanego ubytku ludności miejskiej w Polsce, który był na poziomie 0,7% w roku 2021 w porównaniu z 2020 i 2,9% w porównaniu z 2010 rokiem.

W 2020 roku współczynnik urbanizacji, czyli odsetek ludności miejskiej w województwie łódzkim, wyniósł 62,3%, natomiast w roku 2021 – 62,1% i był o 0,2 p.p. niższy niż rok wcześniej oraz o 1,8 p.p. niższy w odniesieniu

do 2010 roku. Dla Polski współczynnik ten ukształtował się na poziomie 59,7% i był o 0,2 p.p. niższy niż w roku poprzednim oraz o 1,1 p.p. niższy niż w 2010 roku (por.: Urząd Statystyczny w Łodzi, 2021a).

Średni wiek mieszkańców wynosi 43,3 lata i jest nieznacznie wyższy od średniego wieku mieszkańców całej Polski, który wynosi 42,2 lat.

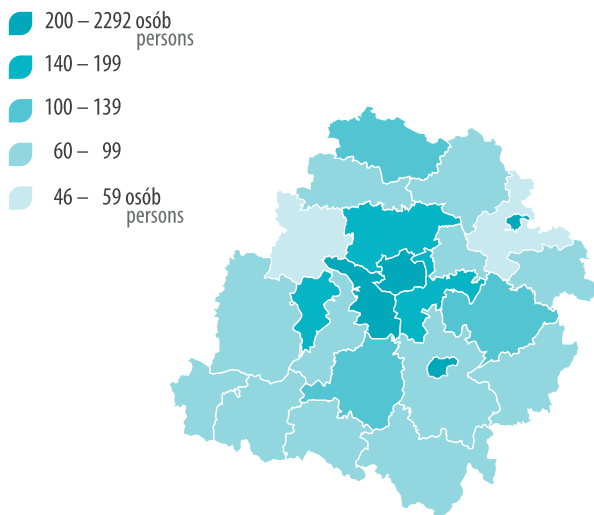
Gęstość zaludnienia w województwie to 134 osoby/km², co jest piątym wynikiem w skali kraju – większą gęstość zaludnienia mają tylko województwa: dolnośląskie, mazowieckie, małopolskie i śląskie. Tak znaczna gęstość zaludnienia, większa niż średnia krajowa wynosząca 122 osoby/km² (według wstępnych wyników Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2021), ma istotny wpływ na warunki życia w regionie.

Gęstość zaludnienia w poszczególnych powiatach przedstawiona została na rysunku 1.2. Największą liczbą ludności na km² charakteryzuje się Łódź i powiat pabianicki, natomiast najmniejszą powiat poddębicki i skierniewicki.

LUDNOŚĆ NA 1 km² WEDŁUG POWIATÓW W 2020 R.

(stan w dniu 31 grudnia)

POPULATION PER 1 km² BY POWIATS IN 2020 (as of 31 December)



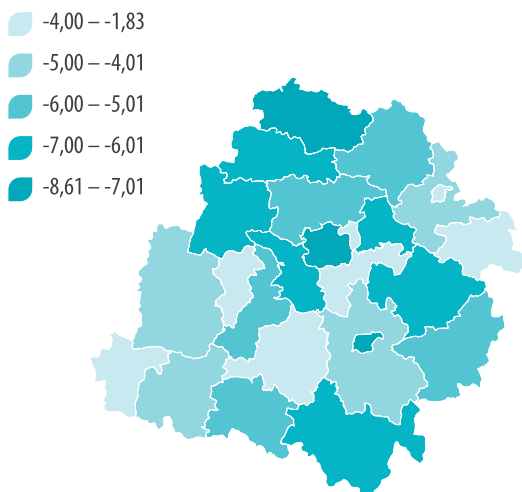
Rysunek 1.2. Gęstość zaludnienia w powiatach województwa łódzkiego

Źródło: Urząd Statystyczny w Łodzi, 2021b.

W województwie łódzkim w ostatnich latach obserwuje się ujemny przyrost naturalny. Według danych z 31 grudnia 2021 roku wynosił on 14 916, co odpowiada przyrostowi naturalnemu -6,09 na 1000 mieszkańców (w Polsce -4,93 na 1000 mieszkańców). Przyrosty naturalne w poszczególnych powiatach województwa przedstawione zostały na rysunku 1.3.

PRZYROST NATURALNY NA 1000 LUDNOŚCI WE DŁUG POWIATÓW W 2020 R.

NATURAL INCREASE PER 1000 POPULATION
BY POWIATS IN 2020



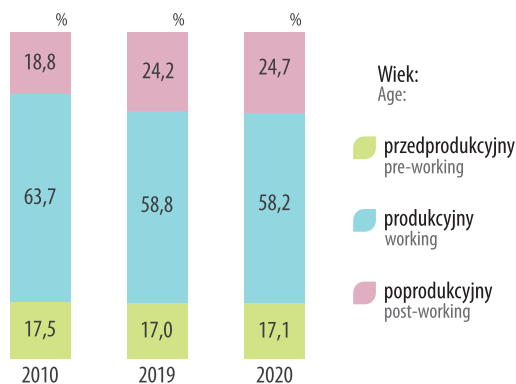
Rysunek 1.3. Przyrost naturalny w powiatach województwa łódzkiego

Źródło: Urząd Statystyczny w Łodzi, 2021b.

Spółeczeństwo województwa starzeje się, liczba ludności w wieku produkcyjnym maleje, a rośnie liczba ludności w wieku poprodukcyjnym (por. rys. 1.4).

W roku 2020, ludność w wieku produkcyjnym stanowiła 58,2% mieszkańców województwa i udział jej był niższy o 1% w stosunku do roku poprzedniego oraz o 7,7% w stosunku do roku 2010. Ludność w wieku poprodukcyjnym stanowiła 24,7% i udział jej był wyższy, odpowiednio, o 2,1% oraz o 31,4% w stosunku do roku 2019 i 2010. Najmniejszym wahanom podlega liczba osób w wieku przedprodukcyjnym.

STRUKTURA LUDNOŚCI WEDŁUG EKONOMICZNYCH GRUP WIEKU
 (stan w dniu 31 grudnia)
STRUCTURE OF POPULATION BY THE ECONOMIC AGE GROUPS
 (as of 31 December)



Rysunek 1.4. Struktura ludności w województwie łódzkim

Źródło: Urząd Statystyczny w Łodzi, 2021b.

1.3. Sytuacja gospodarcza

W przeszłości obszar obecnego województwa łódzkiego w dużym stopniu pokrywał się z tzw. Łódzkim Okręgiem Przemysłowym, który począwszy od połowy XIX wieku stanowił największe skupisko przemysłu włókienniczego w Polsce i jedno z największych na świecie. Na przestrzeni wielu lat swojej działalności okręg ulegał licznym przekształceniom, związanym m.in. ze zmianami administracyjnymi na mapie Polski i Europy, jednak największe zmiany zaszły w dwóch przełomowych momentach historii: w roku 1945, kiedy większość zakładów przemysłowych przejęło państwo, oraz po roku 1989, który zapoczątkował kolejną transformację ustrojową (Missalowa, 1964, 1967; Puś, 1987).

W roku 1990 Łódzki Okręg Przemysłowy dotknął kryzys gospodarczy, spowodowany gwałtownym spadkiem produkcji w dominującym w regionie przemyśle lekkim, którego głównymi przyczynami były: załamanie rynku wschodniego, wzrost konkurencyjnego importu z Dalekiego Wschodu oraz powolny proces adaptacji przedsiębiorstw pań-

stwowych do warunków rynkowych. Jednocześnie stosunkowo wysokie, choć od połowy 2005 roku szybko spadające, bezrobocie i duża liczba wykształconych osób, związana z licznymi wyższymi uczelniami ulokowanymi głównie w stolicy regionu, przyciągnęła do Łódzkiego Okręgu Przemysłowego wiele firm zagranicznych, powstała także Specjalna Strefa Ekonomiczna z podstrefami obejmującymi wiele miast regionu. Wszystko to sprawiło, że dynamika zmian na terenie województwa łódzkiego jest bardzo interesująca dla badacza, szczególnie w zakresie analizy takich zjawisk społecznych jak nierówności dochodowe i ubóstwo, które niezmiennie towarzyszą procesom gospodarczym. Zarówno województwo łódzkie, jak i sama Łódź, pełne są kontrastów – obok obszarów szybko się rozwijających istnieją tu wciąż obszary wykluczenia i biedy.

Wybrane wskaźniki społeczno-ekonomiczne charakteryzujące województwo łódzkie na tle kraju oraz ich zmiany w czasie przedstawione zostały w tabelach 1.1 i 1.2. Uwzględniono w nich podstawowe wielkości makroekonomiczne oraz demograficzne, pozwalające ocenić stopień rozwoju gospodarczego regionu, takie jak: PKB per capita, stopę bezrobocia oraz przeciętne trwanie życia; a także najbardziej interesujące nas informacje na temat przeciętnych płac i wynagrodzeń ludności oraz poziomu ubóstwa. Do obliczenia wskaźnika ubóstwa relatywnego wykorzystano próg 50% średnich miesięcznych wydatków ustalonych na poziomie wszystkich gospodarstw domowych, z uwzględnieniem skali ekwiwalentności obliczonej w sposób następujący: 1 – dla pierwszej osoby dorosłej w gospodarstwie, 0,5 – dla każdego następnego członka gospodarstwa domowego w wieku 14 lat lub więcej, 0,3 – dla każdego dziecka w wieku poniżej 14.

Tabela 1.1. Województwo łódzkie na tle Polski w 2020 roku – wybrane wskaźniki społeczno-ekonomiczne

Wskaźnik	Polska	Województwo łódzkie
Produkt krajowy brutto (ceny bieżące) na 1 mieszkańca (w zł)	60984	59008
Stopa bezrobocia według BAEL (w %) (przeciętne w roku)	3,2	3,1
Przeciętny miesięczny dochód rozporządzalny na 1 osobę w gospodarstwach domowych (w zł)	1919,00	1871,83

Tabela 1.4 (cd.)

Wskaźnik		Polska	Województwo łódzkie
Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto w sektorze przedsiębiorstw powyżej 9 osób (w zł)		5226,00	4865,49
Przeciętna miesięczna emerytura i renta brutto wypłacana z pozarolniczego systemu ubezpieczeń społecznych (w zł)		2455,07	2232,68
Udzielone świadczenia pomocy społecznej (w tys. zł)		3 509 572	218 665
Wskaźniki ubóstwa relatywnego w gospodarstwach domowych ^{a)}		14,8	14,3
Przeciętne trwanie życia w 2020 roku (w latach)	Mężczyźni	72,6	71,08
	Kobiety	80,7	79,63

a) 50% średniego dochodu

Źródło: opracowanie własne na podstawie Urząd Statystyczny w Łodzi (2021a, 2022) i Roczników Statystycznych Województw (GUS 2017, 2018, 2019, 2020, 2021a, c)

Tabela 1.2. Zmiany sytuacji społeczno-ekonomicznej województwa łódzkiego w latach 2016–2020

Wskaźnik	Lata				
	2016	2017	2018	2019	2020
Produkt krajowy brutto (ceny bieżące) na 1 mieszkańca (w zł)	45199	48126	51397	56128	59008
Stopa bezrobocia według BAEL w % (przeciętne w roku)	5,6	4,6	4,4	3,6	3,1
Przeciętny miesięczny dochód rozporządzalny na 1 osobę w gospodarstwie domowym w zł	1458,23	1566,02	1620,50	1809,65	1871,83
Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto w sektorze przedsiębiorstw powyżej 9 osób (w zł)	3712,34	3925,97	4419,28	4710,55	4865,49
Wskaźnik ubóstwa relatywnego (w %)	9,3	7,2	9,7	10,0	11,8

Źródło: opracowanie własne na podstawie Urząd Statystyczny w Łodzi (2021a) i Roczników Statystycznych Województw (GUS 2017, 2018, 2019, 2020, 2021a, c)

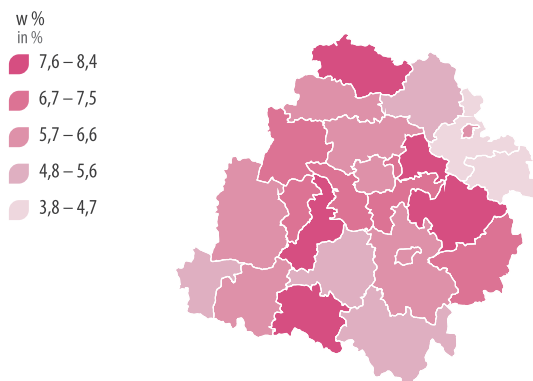
Analizując dane zawarte w tabeli 1.2 można zauważyć, że w 2020 roku utrzymał się wzrost przeciętnego miesięcznego dochodu rozporządzalnego na 1 osobę w gospodarstwie domowym w skali roku, chociaż tempo zmian było niższe niż w latach wcześniejszych (w 2020 nastąpił wzrost o 3,4% w stosunku do roku 2019, natomiast w 2019, w stosunku do roku poprzedniego o 11,7%). W 2020 roku przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto w województwie łódzkim, w podmiotach gospodarczych o liczbie pracujących powyżej 9 osób, wyniosło 4865,49 zł, co oznacza jego wzrost o 7,9% w stosunku do 2018 roku, a w odniesieniu do 2010 roku aż o 56,2%. Pomimo wzrostu płac, przeciętne wynagrodzenie w województwie łódzkim wciąż było niższe od średniej krajowej, która w 2020 roku ukształtowała się na poziomie 5226,00 zł. W 2019 roku różnica ta wyniosła – 7,6%, w 2018 – 8,1%, a w 2010 – 10,7%.

W 2020 roku zarówno stopa bezrobocia wg BAEL, jak i stopa bezrobocia rejestrowanego w województwie łódzkim były nieco niższe niż w całym kraju. Dla województwa łódzkiego wynosiły one, odpowiednio, 3,1% oraz 6,2%, a dla Polski 3,2% i 6,3%. Zauważa się jednak istotne zróżnicowanie w województwie, najmniejsze wartości stopy bezrobocia rejestrowanego odnotowano w powiatach rawskim i skierniewickim, natomiast największe w powiatach: brzezińskim, kutnowskim, łaskim, pajęczańskim i tomaszowskim (por. rys. 1.5).

STOPA BEZROBOCIA REJESTROWANEGO WEDŁUG POWIATÓW W 2020 R.

(stan w dniu 31 grudnia)

REGISTERED UNEMPLOYMENT RATE BY POWIATS IN 2020 (as of 31 December)



Rysunek 1.5. Stopa bezrobocia w województwie łódzkim

Źródło: Urząd Statystyczny w Łodzi, 2021b.

W 2020 roku w województwie łódzkim przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto w sektorze przedsiębiorstw osiągnęło poziom 4977,90 zł i było wyższe niż w roku poprzednim o 5,7% (wobec wzrostu o 67,1% w stosunku do 2010 roku).

Płace wyższe niż przeciętnie w województwie odnotowano jedynie w trzech powiatach: bełchatowskim (6695,94 zł; wyższe o 39,8%), poddębickim (5252,21 zł; wyższe o 9,6%) oraz w Łodzi (5174,84 zł; wyższe o 8,0%). Najniższe wynagrodzenia zanotowano w powiatach: wierszowskim (3727,74 zł; niższe niż przeciętnie w województwie o 22,2%), łaskim (3798,69 zł; niższe o 20,7%) oraz brzezińskim (3806,53 zł; niższe o 20,5% (por. Urząd Statystyczny w Łodzi, 2021a).

Pomimo obserwowanej poprawy sytuacji materialnej gospodarstw domowych w województwie, przeciętne wynagrodzenie w sektorze przedsiębiorstw w roku 2020 stanowiło wciąż jedynie 93,0% średniego wynagrodzenia w kraju. Z Europejskiego Badania Warunków Życia Ludności (EU-SILC) wynika, że w 2020 roku w województwie łódzkim wskaźnik zagrożenia ubóstwem po uwzględnieniu w dochodach transferów społecznych ukształtował się na poziomie 14,3%. W odniesieniu do poprzedniego roku pozostał on na niezmiennym poziomie, natomiast wobec 2010 roku zmniejszył się o 3,5 p. proc. W skali całego kraju omawiany wskaźnik wyniósł 14,8%, co oznacza spadek jego poziomu o 0,6 p. proc. w stosunku do 2019 roku oraz o 2,8 p. proc. w porównaniu do roku 2010.

W dalszej części pracy przedstawiona zostanie pogłębiona analiza rozkładów dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim, oparta na rozkładach empirycznych oraz na rozkładach teoretycznych, które pełnią rolę modeli kształtowania się płac i dochodów ludności. W badaniu wykorzystane zostaną empiryczne rozkłady dochodów otrzymane na podstawie reprezentatywnych prób pochodzących z badania budżetów gospodarstw domowych (BBGD), które stanowi najbardziej wszechstronne i wiarygodne źródło informacji na temat dochodów i wydatków ludności w Polsce. Do analizy wykorzystano metody statystyczne, które omówiono w rozdziale 2.

ROZDZIAŁ 2

Statystyczne metody analizy rozkładów dochodów

2.1. Wybrane teoretyczne rozkłady dochodów

Poszukiwanie modelu teoretycznego opisującego empiryczne rozkłady płac i dochodów jest jednym z głównych kierunków badań w zakresie rozkładów dochodów. Zastosowanie modelu teoretycznego upraszcza analizę, ponieważ różne charakterystyki rozkładu, w tym miary nierównomierności, można oszacować przy użyciu niewielkiej liczby tych samych parametrów, a dobrze dopasowany do danych empirycznych model teoretyczny można wykorzystać do prognozowania rozkładu płac i dochodów w różnych przekrojach, zarówno w czasie, jak i w przestrzeni.

Dotychczasowe badania zaowocowały dużą liczbą rozkładów teoretycznych, które z mniejszym lub większym powodzeniem mogą być wykorzystywane do analizy płac i dochodów. Do najczęściej wykorzystywanych rozkładów teoretycznych w aproksymacji rozkładów dochodów należą: rozkład log-normalny (logarytmiczno-normalny), Daguma (Burra typu III), Singha-Maddali (Burra typu XII), Pareta i Fiska (logarytmiczno-logistyczny).

W Polsce **rozkład logarytmiczno-normalny** po raz pierwszy zastosował Wiśniewski (1934) do badania płac pracowników biurowych, następnie Pawłowski (1960) i Vielrose (1960) wykazali przydatność tego rozkładu do aproksymacji płac wszystkich pracowników w gospodarce społecznej, a Kordos i Strońska (1971), badając płace

w Polsce w latach 1955–1970, wykazali, że rozkład logarytmiczno-normalny dobrze opisuje rozkłady płac w różnych przekrojach (gałęziowym, działowym), a także w podziale na pracowników fizycznych i umysłowych.

Zmienna losowa Y ma rozkład logarytmiczno-normalny $LN(\mu, \sigma)$, jeśli logarytmy tej zmiennej układają się według krzywej normalnej. Jej funkcja gęstości ma postać:

$$f(y) = \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln y - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \text{ dla } y \in (0, +\infty), \quad (2.1)$$

gdzie:

$\mu \in R$ – wartość oczekiwana logarytmów zmiennej losowej Y ,

$\sigma > 0$ – odchylenie standardowe logarytmów zmiennej losowej Y .

Momenty zwykłe rzędu r rozkładu logarytmiczno-normalnego określają wzór:

$$E(Y^r) = e^{r\mu + 0,5r^2\sigma^2}, \quad (2.2)$$

w szczególności wartość oczekiwana zmiennej losowej Y ma postać:

$$E(Y) = e^{\mu + 0,5\sigma^2}, \quad (2.3)$$

natomiast odchylenie standardowe:

$$D(Y) = \sqrt{(e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}} = E(Y)\sqrt{e^{\sigma^2} - 1}. \quad (2.4)$$

Kolejnym rozkładem, który powstał na podstawie pogłębionych obserwacji i analiz empirycznych rozkładów płac i dochodów jest **rozkład Daguma** (Dagum, 1977; Dagum, Lemmi, 1989. Funkcja gęstości rozkładu Daguma, zgodnie z często stosowaną parametryzacją Kleibera i Kotza (2003), określona jest wzorem:

$$f(y) = \begin{cases} vab^{-va} y^{-1+va} \left(1 + \left(\frac{y}{b}\right)^v\right)^{-a-1} & \text{dla } y > 0, \\ 0 & \text{dla } y \leq 0, \end{cases} \quad (2.5)$$

natomiast dystrybuanta jest postaci:

$$F(y) = \begin{cases} \left(1 + \left(\frac{y}{b}\right)^{-\nu}\right)^{-a} & \text{dla } y > 0 \\ 0 & \text{dla } y \leq 0, \end{cases} \quad (2.6)$$

gdzie: $a > 0, \nu > 0$ i $b > 0$.

Momenty zwykłe rzędu r zmiennej losowej Y o rozkładzie Daguma $D(a, \nu, b)$ określone są wzorem:

$$E(Y^r) = b^r \frac{\Gamma\left(1 - \frac{r}{\nu}\right)\Gamma\left(a + \frac{r}{\nu}\right)}{\Gamma(a)} \quad \text{dla } r < \nu \quad (2.7)$$

gdzie Γ jest funkcją gamma.

W szczególności wartość oczekiwana ma postać:

$$E(Y) = b \frac{\Gamma\left(1 - \frac{1}{\nu}\right)\Gamma\left(a + \frac{1}{\nu}\right)}{\Gamma(a)} \quad \text{dla } \nu > 1. \quad (2.8)$$

a wariancja wyraża się wzorem:

$$D^2(Y) = b^2 \frac{\Gamma\left(1 - \frac{2}{\nu}\right)\Gamma(a)\Gamma\left(a + \frac{2}{\nu}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{\nu}\right)\Gamma^2\left(a + \frac{1}{\nu}\right)}{\Gamma^2(a)} \quad \text{dla } \nu > 2. \quad (2.9)$$

W 1976 roku Singh i Maddala zaproponowali teoretyczny rozkład dochodów, zwany **rozkładem Singha-Maddali**, który pod względem zgodności z danymi empirycznymi przewyższył stosowane powszechnie modele dwu- i trójparametrowe, takie jak rozkład logarytmiczno-normalny, czy gamma (Singh, Maddala, 1976). W Polsce rozkład Singha-Maddali był wykorzystywany do badania dochodów ludności, m.in. przez Kota (1995).

Funkcja gęstości rozkładu jest postaci:

$$f(y) = \begin{cases} ab^{-a} q y^{a-1} \left(1 + \left(\frac{y}{b}\right)^a\right)^{-q-1} & \text{dla } y \geq 0, \\ 0 & \text{dla } y < 0, \end{cases} \quad (2.10)$$

natomiast dystrybuanta:

$$F(y) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{y}{b}\right)^a\right)^q} & \text{dla } y \geq 0, \\ 0 & \text{dla } y < 0, \end{cases} \quad (2.11)$$

Dla $a > 1$ rozkład jest jednomodalny, natomiast dla $a \leq 1$ funkcja gęstości jest L -kształtna.

Momenty rzędu r istnieją, gdy spełniony jest warunek $r < aq$. Przyjmują one postać:

$$E(Y^r) = \frac{b^r \Gamma\left(1 + \frac{r}{a}\right) \Gamma\left(q - \frac{r}{a}\right)}{\Gamma(q)}, \quad (2.12)$$

gdzie Γ jest funkcją gamma.

W szczególności wartość oczekiwana określona jest wzorem:

$$E(Y) = \frac{b \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right) \Gamma\left(q - \frac{1}{a}\right)}{\Gamma(q)}, \text{ gdy } aq > 1. \quad (2.13)$$

Odchylenie standardowe rozkładu Singha-Maddali jest postaci:

$$D(Y) = \frac{b}{\Gamma(q)} \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{a}\right) \Gamma\left(q - \frac{2}{a}\right) \Gamma(q) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{a}\right) \Gamma^2\left(q - \frac{1}{a}\right)}, \quad (2.14)$$

gdzie $aq > 2$.

Rozkład Pareta należy do rozkładów, które zaproponowano w wyniku obserwacji dochodów ludności uzyskanych ze statystyk podatkowych różnych krajów europejskich. Pareto stwierdził, że między wysokością dochodów (Y) a frakcją osób posiadających dochody nie mniejsze od określonej wysokości θ istnieje pewna prawidłowość, którą ujął jako krzywą Pareto pierwszego typu (Pareto, 1895; 1897).

Funkcja gęstości rozkładu Pareta określona jest wzorem:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{a\theta^a}{y^{a+1}} & \text{dla } y \geq \theta, \\ 0 & \text{dla } y < \theta, \end{cases} \quad (2.15)$$

natomiast dystrybuanta

$$F(y) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{y}{\theta}\right)^{-a} & \text{dla } y \geq \theta, \\ 0 & \text{dla } y < \theta. \end{cases} \quad (2.16)$$

gdzie:

$\theta > 0$ – minimalny dochód,

$a > 0$ – stała Pareto.

Moment zwykły rzędu r istnieje, gdy parametr skali spełnia nierówność $a > r$. Przyjmuje on postać:

$$E(Y^r) = \theta^r \frac{a}{a-r} \quad \text{dla } a > r, \quad (2.17)$$

w szczególności wartość oczekiwana

$$E(Y) = \frac{a\theta}{a-1} \quad \text{dla } a > 1. \quad (2.18)$$

Odchylenie standardowe wyraża się wzorem:

$$D(Y) = \frac{\theta}{a-1} \sqrt{\frac{a}{a-2}} \quad \text{dla } a > 2. \quad (2.19)$$

Badania wielu autorów, m.in. Mandelbrota (1963), wykazały, że rozkład Pareta bardzo dobrze dopasowuje się do danych empirycznych dla wysokich grup dochodowych.

Inne rozkłady teoretyczne stosowane do analizy płac i dochodów przedstawione są m.in. w pracy Jędrzejczak, Pekasiewicz (2020).

2.2. Miary nierównomierności rozkładu dochodów

Wśród miar służących do analiz nierównomierności rozkładów można wyróżnić takie, które największą wagę przykładają do nierówności:

- w środkowych grupach dochodowych,
- w skrajnych częściach rozkładu,
- jednakowo wrażliwe na nierówności w każdym punkcie rozkładu.

Do pierwszej z grup należy współczynnik Giniego, do drugiej współczynniki oparte na kwintylach i decylach, a do trzeciej współczynnik Zengi.

Współczynnik Giniego (Gini, 1914) jest najbardziej popularną syntetyczną miarą nierównomierności rozkładu dochodów. W ciągu swojej ponad stuletniej historii doczekał się szeregu formuł i definicji. Najbardziej znana jest definicja geometryczna, oparta na **krzywej koncentracji Lorenza**.

W przypadku zbiorowości liczącej N jednostek y_1, y_2, \dots, y_N wartości krzywej Lorenza w punktach $p_i = k / N$, dla $k \leq N$, wyznacza się z wzoru (Lorenz, 1905):

$$L\left(\frac{k}{N}\right) = \frac{\sum_{i=1}^k y_{(i)}}{\sum_{i=1}^N y_{(i)}}, \quad \text{dla } k \leq N, \quad (2.20)$$

gdzie:

i – rangi dochodów jednostek ekonomicznych,

$y_{(i)}$ – dochody uporządkowane w kolejności niemalejącej.

Współczynnik Giniego określony jest jako podwojone pole między funkcją Lorenza a linią $L(p) = p$, zwaną linią równomiernego podziału. Przyjmuje on postać:

$$G_n = \frac{2}{N-1} \sum_{k=1}^{N-1} (p_k - L(p_k)). \quad (2.21)$$

Stosunkowo prostym estymatorem współczynnika Giniego, określonym na podstawie n -elementowej próby, jest statystyka zaproponowana przez Fei, Ranis i Kuo (1978):

$$\hat{G} = \frac{2 \sum_{i=1}^n y_{(i)} i}{n \sum_{i=1}^n y_{(i)}} - 1 - \frac{1}{n}. \quad (2.22)$$

Można wykazać, że wzór 2.22 jest zgodny z zaproponowaną przez Sena (1976) formułą, która pokazuje współczynnik Giniego jako funkcję uporządkowanych dochodów $y_{(i)}$ ważonych rangami i poszczególnych jednostek ekonomicznych. Formuła ta wyjaśnia problemy związane z dekompozycją indeksu Giniego według podpopulacji (por. np. Jędrzejczak, 2014). Inną interesującą interpretację współczynnika Giniego opartą na średniej różnicy Giniego (*Gini mean difference*) przedstawił Pyatt (1976). Według niego wartość współczynnika mówi o średniej oczekiwanej korzyści wyrażonej jako udział w średnim dochodzie, jaką osiągnęłyby jednostki populacji, gdyby miały wybór między własnym dochodem a dochodem innej losowo wybranej jednostki. W przypadku pełnej koncentracji ($G=1$) korzyść ta wynosi 100% średniego dochodu, który jest w rękach tylko jednej jednostki, natomiast dla równomiernego podziału ($G=0$) wszystkie dochody są równe, więc otrzymanie dochodu innej jednostki nie dałoby żadnej korzyści.

Do estymatorów współczynnika Giniego G należy również estymator *plug-in* oparty na formule Sena (1973) i określony wzorem:

$$\hat{G} = \frac{2}{n^2 \bar{y}} \sum_{i=1}^n \left(i - \frac{1}{2} \right) y_{(i)} - 1, \quad (2.23)$$

gdzie $y_{(i)}$ jest i -tą statystyką pozycyjną wyznaczoną na podstawie n -elementowej próby, natomiast \bar{y} to średnia arytmetyczna dochodów.

Ponieważ w badaniach reprezentacyjnych dotyczących rozkładów dochodów na ogół mamy do czynienia ze złożonymi schematami losowania, więc do oszacowania współczynnika Giniego wykorzystywane są estymatory, w których wartości obserwacji y_1, y_2, \dots, y_N zastępowane się

tzw. wartościami rozszerzonymi (*expanded values*), uwzględniającymi wagi schematu losowania. Ze względu na prostotę obliczeń można do tego celu wykorzystać formułę opartą na postaci indeksu Giniego zaproponowanej przez Sena (1997), a następnie zmodyfikowanej przez Fei, Ranis, Kuo (1978):

$$\hat{G} = \frac{2 \sum_{i=1}^n \left(w_{(i)} y_{(i)} \sum_{j=1}^i w_j \right) - \sum_{i=1}^n w_i y_{(i)}}{\left(\sum_{i=1}^n w_i \right) \sum_{i=1}^n w_i y_{(i)}} - 1, \quad (2.24)$$

gdzie:

$y_{(i)}$ – dochód i -tego gospodarstwa domowego z n -elementowej próby uporządkowanej w sposób rosnący,

w_i – waga i -tej jednostki,

$\sum_{j=1}^i w_j$ – ranga i -tej jednostki.

Wzór 2.24 może być stosowany do danych pochodzących z prób losowych, jakimi są m.in. próby z badania Budżetów Gospodarstw Domych, w których dla każdej obserwacji dostępna jest informacja o wadze wynikającej z przyjętego schematu losowania. Wagi te pozwalają na uwzględnienie w procedurach estymacji nierównych prawdopodobieństw wyboru oraz wskaźników braków odpowiedzi.

Współczynnik Giniego przykładu największe wagi do nierówności w środkowych grupach dochodowych, jest więc stosunkowo mało wrażliwy na zmiany w skrajnych częściach rozkładu, które są najbardziej interesujące dla badacza z punktu widzenia nierówności, ubóstwa czy polaryzacji ekonomicznej (por. Greselin i in., 2013). Współczynnik Giniego może być interpretowany w kategoriach średniej korzyści jaką mogłyby osiągnąć gospodarstwa domowe gdyby miały wybór pomiędzy własnym dochodem, a innym losowo wybranym dochodem z badanej populacji.

Oprócz wymienionych miar, do badania nierównomierności wykorzystuje się miary wrażliwe na nierówności w ogonach rozkładu, do których należą:

- wskaźnik zróżnicowania kwintylowego,
- wskaźnik zróżnicowania decylowego,
- wskaźnik zróżnicowania skrajnych części dochodów.

Wskaźnik zróżnicowania kwintylowego ma postać:

$$W_{zr.kw.}^{(1)} = \frac{Q_{0,8}}{Q_{0,2}}, \quad (2.25)$$

gdzie $Q_{0,8}$, $Q_{0,2}$ są kwintylami, odpowiednio, czwartym i pierwszym

lub

$$W_{zr.kw.}^{(1)} = \frac{\sum_{i \in GK_5} y_i}{\sum_{i \in GK_1} y_i}, \quad (2.26)$$

gdzie GK_j jest j -tą grupą kwintylową.

Miara (2.26) określa stosunek sumy dochodów uzyskanych przez 20% osób o najwyższym poziomie dochodów (dochodów przekraczających kwintyl czwarty) do sumy dochodów uzyskanych przez 20% osób o najniższym poziomie dochodów (dochodów poniżej pierwszego kwintyla). Jej wartość wskazuje ile razy dochody osób najbogatszych są wyższe od najbiedniejszych. Rozkład dochodów zwykle obliczany jest w oparciu o dochody ekwiwalentne gospodarstw domowych.

W analogiczny sposób, wykorzystując decyle pierwszy i dziewiąty określa się **wskaźniki zróżnicowania decylowego**:

$$W_{zr.dec.}^{(1)} = \frac{Q_{0,9}}{Q_{0,1}}, \quad (2.27)$$

gdzie $Q_{0,9}$, $Q_{0,1}$ są decylami, odpowiednio, dziewiątym i pierwszym

oraz

$$W_{zr.dec.}^{(2)} = \frac{\sum_{i \in GD_{10}} y_i}{\sum_{i \in GD_1} y_i}, \quad (2.28)$$

gdzie GD_j jest j -tą grupą decylową.

Wartości powyższych miar wyznacza się albo w oparciu o kwantyle (kwintyle, decyle) znanego rozkładu dochodów, albo szacuje się wykorzystując estymatory kwantyli (por. Huang, Brill, 1999; Harrell, Davis, 1982; Zieliński, 2006).

Wykorzystując decyle rozkładu, a dokładniej sumy dochodów w grupach decylowych definiuje się **wskaźnik zróżnicowania skrajnych części rozkładu**. Określony jest on wzorem:

$$K_{1/10} = \frac{\sum_{i \in GD_1} y_i}{\sum_{i \in GD_{10}} y_i}, \quad (2.29)$$

i jest odwrotnością współczynnika zróżnicowania decylowego (2.28).

Wskaźnik zróżnicowania skrajnych części rozkładów informuje o udziale sumy dochodów gospodarstw domowych należących do pierwszej (najniższej) grupy decylowej w sumie dochodów gospodarstw domowych należących do dziesiątej (najwyższej) grupy decylowej. Jego zaletą jest łatwa interpretacja, gdyż przyjmuje wartości z przedziału (0,1). Im jego wartość jest bliższa wartości 1, tym mniejsze są nierównomierności.

Współczynniki (2.26), (2.28) i (2.29) można szacować w oparciu o próby nieproste, uwzględniając wagi schematu losowania próby. Wtedy np. estymator wskaźnika $K_{1/10}$ przyjmuje postać:

$$\hat{K}_{1/10} = \frac{\sum_{i \in GD_1} w_i y_i}{\sum_{i \in GD_{10}} w_i y_i}, \quad (2.30)$$

gdzie:

y_i – dochód i -tego gospodarstwa domowego z n -elementowej próby należącego do pierwszej (GD_1) lub dziesiątej grupy decylowej (GD_{10})

w_i – waga i -tej jednostki.

Inną miarą wykorzystywaną w analizach nierównomierności dochodów jest **wskaźnik maksymalnego wyrównania**:

$$\hat{E} = \sum_{j \in I} 100(S_j - 0,1), \quad (2.31)$$

gdzie:

$$I = \{1, 2, \dots, 10\}$$

$$S_j = \frac{\sum_{i \in GD_j} w_i y_i}{\sum_{i=1}^n w_i y_i}, \quad S_j > 0,1.$$

Wielkość S_j określa udział dochodów gospodarstw domowych należących do j -tej grupy decylowej GD_j w sumie dochodów wszystkich badanych gospodarstw domowych.

Wskaźnik ten wskazuje więc, jaki procent sumy dochodów wszystkich badanych gospodarstw domowych powinien być transferowany z grup decylowych posiadających więcej niż 10% sumy dochodów do grup decylowych, których udział w sumie dochodów jest mniejszy niż 10%, aby uzyskać całkowitą równomierność rozkładu dochodów gospodarstw domowych.

Miarą, która ze względu na swoją konstrukcję jest jednakowo wrażliwa na nierówności w każdym punkcie rozkładu jest **współczynnik Zengi** (2007), oparty na tzw. punktowej mierze koncentracji.

Do punktowych miar koncentracji, które pokazują nie tylko przeciętną koncentrację dochodów, ale także poziom nierównomierności w każdym punkcie rozkładu, od najniższych do najwyższych grup dochodowych, należą **punktowe miary koncentracji Zengi** (por. Jędrzejczak, 2011; Greselin, Jędrzejczak, 2020). Pierwsza z tych miar, zaproponowana przez Zengę przyjmuje postać:

$$Z_p = \frac{Q_p - Y_{p:n}}{Q_p}, \quad (2.32)$$

gdzie:

$Y_{p:n}$ – kwantyl dochodów rzędu p uzyskany na podstawie n -elementowej próby losowej,

Q_p – kwantyl rozkładu dochodów (por. Zenga, 1990).

Syntetyczny indeks nierówności otrzymać można jako średnią arytmetyczną punktowych miar wyrażonych wzorem 2.32. Wyznaczenie indeksu punktowego dla rozkładów empirycznych, a także dla wielu rozkładów teoretycznych, jest jednak dość skomplikowane (por. Jędrzejczak, 2015), a tym samym skomplikowane są formy jego estymatorów. Porro i Zenga (2014) zaproponowali wykorzystanie tzw. tablicy kograduacji, jednak to podejście nie zyskało popularności. W praktyce wykorzystywany jest nieparametryczny estymator współczynnika zaproponowany przez Aly, Hervas (1999).

W roku 2007 Zenga zaproponował kolejną miarę nierównomierności, opierając się na obserwacjach empirycznych dotyczących rosnących różnic między grupami poniżej i powyżej pewnych kwantyli rozkładu dochodów (por. Zenga, 2007; Zenga, Jędrzejczak, 2020).

W konstrukcji tej miary wykorzystuje się każdą wartość dochodu y_h , która dzieli populację złożoną z N jednostek ekonomicznych na dwie rozłączne grupy: grupę o niższych dochodach $\{y_i: y_i \leq y_h \text{ dla } i = 1, 2, \dots, N\}$ oraz grupę o wyższych dochodach $\{y_i: y_i > y_h \text{ dla } i = 1, 2, \dots, N\}$. Dla grup tych wyznacza się średnie, zwane odpowiednio, dolną średnią \bar{M}_h i górną średnią \bar{M}_h^+ i w oparciu o nie definiuje się empiryczną miarę punktową $I_h(Y)$ oraz syntetyczną miarę $I(Y)$.

Punktowa miara nierównomierności Zengi (punktowy indeks Zengi) wyrażona jest wzorem:

$$I_h(Y) = \frac{\bar{M}_h^+ - \bar{M}_h^-}{\bar{M}_h^+}, \quad (2.33)$$

Miara ta dla każdego h mierzy względne zróżnicowanie średniej dolnej \bar{M}_h^- względem średniej górnej \bar{M}_h^+ .

Syntetyczna miara nierównomierności Zengi $I(Y)$ (syntetyczny indeks Zengi) jest średnią arytmetyczną z indeksów punktowych $I_h(Y)$ z wagami ustalonymi jako względne częstości poszczególnych wartości dochodu w całej populacji i ma postać:

$$I(Y) = \sum_{h=1}^r I_h(Y) \cdot \frac{n_h}{N}, \quad (2.34)$$

gdzie n_h określa częstość występowania y_h w N elementowej populacji.

Estymator indeksu Zengi dla n -elementowej próby prostej zaproponowali (Greselin, Pasquazzi, 2009). Estymator ten został otrzymany przez zastąpienie dystrybuanty $F(y)$ przez jej empiryczny odpowiednik $\hat{F}(y)$.

Estymatorem \hat{I}_h **punktowej miary nierównomierności Zengi** jest statystyka:

$$\hat{I}_h = \frac{\overset{+}{M}_h - \overset{-}{M}_h}{\overset{+}{M}_h} = \frac{\frac{1}{n-h} \sum_{j=h+1}^n y_{(j)} - \frac{1}{h} \sum_{j=1}^h y_{(j)}}{\frac{1}{n-h} \sum_{j=h+1}^n y_{(j)}} \quad \text{dla } h = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2.35)$$

Dla każdej z $n-1$ obserwacji jest to względna różnica między średnią górną $\overset{+}{M}_h$ a średnią dolną $\overset{-}{M}_h$ empirycznego rozkładu dochodów:

Estymatorem **syntetycznej miary nierównomierności Zengi** jest średnia z punktowych miar koncentracji i w przypadku próby losowej prostej wyraża się wzorem:

$$\hat{I} = \frac{1}{n-1} \sum_{h=1}^{n-1} \hat{I}_h. \quad (2.36)$$

Do analizy nierównomierności rozkładów wygodnym narzędziem jest **krzywa koncentracji Zengi** $I(p)$, której rzędna określa punktową miarę koncentracji dla każdej wartości $p \in [0, 1]$. Krzywa ta, w odróżnieniu od krzywej Lorenza nie ma wymuszonego przebiegu i przybiera kształt charakterystyczny dla badanego rozkładu.

Dla danych pochodzących z n -elementowej próby losowej, która jest wynikiem złożonego schematu losowania (*complex sampling design*), estymator indeksu Zengi przyjmuje następującą postać:

$$\hat{I} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\frac{1}{\sum_{j=i+1}^n w_j} \sum_{j=i+1}^n w_j y_{(j)} - \frac{1}{\sum_{j=1}^i w_j} \sum_{j=1}^i w_j y_{(j)}}{\frac{1}{\sum_{j=i+1}^n w_j} \sum_{j=i+1}^n w_j y_{(j)}}. \quad (2.37)$$

Indeks Zengi (podobnie jak Giniego) przyjmuje wartości z przedziału $[0,1]$ przy czym wyższe wartości świadczą o większej nierówności obserwowanej w analizowanej zbiorowości. Warto zauważyć, że interpretacja wartości indeksu Giniego odnosi się zwykle do abstrakcyjnych pojęć „średniej oczekiwanej korzyści”, czy też „pełnej koncentracji”, a więc do sytuacji kiedy jedna jednostka gromadzi dochód całej rozważanej zbiorowości. Na przykład współczynnik $G = q$ może być rozumiany jako nierówność odpowiadająca $q \cdot 100\%$ maksymalnej nierówności dla której współczynnik Giniego byłby równy jedności. Indeks Zengi ma bardziej zrozumiałą interpretację, gdyż dla $I = q$ określa sytuację, kiedy dolna średnia stanowi średnio rzecz biorąc $(1 - q) \cdot 100\%$ średniej górnej badanej zbiorowości. Przypadek $I = 0$ określa więc egalitarny podział dochodu w którym dla każdego punktu rozkładu średnia dolna i górna są równe. Porównanie własności obu indeksów nierównomierności dla różnych rozkładów przedstawiono m.in. w pracy Mazurek, Ostasiewicz (2013).

2.3. Miary ubóstwa

Poziom nierównomierność rozkładu dochodów jest silnie powiązany z poziomem ubóstwa materialnego. Gospodarstwo domowe uznaje się za ubogie, jeżeli poziom jego dochodów ekwiwalentnych lub całkowitych wydatków ekwiwalentnych jest niższy od wartości przyjętej za granicę ubóstwa. Od publikacji artykułu Sena (1976) opracowano wiele wskaźników ubóstwa, ale w praktyce najczęściej wykorzystuje się miary należące do tzw. klasy FGT (Foster–Greer–Thorbecke), które obejmują trzy najważniejsze aspekty tego zjawiska: jego częstość, głębokość oraz dotkliwość (por. Panek, 2011). Do miar tych zalicza się wskaźnik zagrożenia ubóstwem, wskaźnik luki dochodowej i wskaźnik dotkliwości, nazywany również wskaźnikiem intensywności ubóstwa. Zdefiniowane są one w oparciu o przyjętą granicę ubóstwa zwaną również linią lub progiem ubóstwa.

Granice ubóstwa wyznacza się w sposób absolutny lub względny. Absolutne granice ubóstwa ustalane są najczęściej przez ekspertów okre-

ślających koszt koszyka wybranych dóbr, który zaspokaja podstawowe potrzeby życiowe lub też jest to granica ustawowa, ustalana przez organy polityki społecznej, upoważniająca do ubiegania się o przyznanie świadczenia pieniężnego. W Stanach Zjednoczonych stosuje się metodę Orshansky, według której granica ubóstwa jest ilorazem kosztu minimum biologicznego i wskaźnika Engla. W Polsce obok progu ubóstwa skrajnego określonego na podstawie „minimum egzystencji” za linię ubóstwa przyjmuje się tzw. minimum socjalne ustalone przez ekspertów w oparciu o podstawowy koszyk dóbr. Konsumpcja poniżej tego poziomu oznacza poziom życia niższy niż uznany za minimalnie wystarczający pod względem nie tylko biologicznym ale i społecznym. Poziom tzw. ustawowej granicy ubóstwa odpowiada natomiast wartościom progów dochodowych, które zgodnie z obowiązującymi przepisami (tzn. ustawą z dnia 12 marca 2004 roku o pomocy społecznej i stosownymi rozporządzeniami do niej) uprawniają do ubiegania się o świadczenie pieniężne z pomocy społecznej.

W badaniach dotyczących ubóstwa stosowane jest również podejście relatywne, które opiera się na odniesieniu poziomu zaspokojenia potrzeb badanych jednostek (osób lub gospodarstw domowych) do poziomu ich zaspokojenia przez innych członków społeczeństwa. W ramach tej koncepcji za granicę ubóstwa przyjmuje się połowę przeciętnego dochodu, połowę średnich całkowitych wydatków ekwiwalentnych lub 60% mediany dochodów ekwiwalentnych w danym kraju (ostatnie podejście stosowane jest m.in. przez Eurostat w badaniu EU-SILC). Jeszcze inne podejście do zdefiniowania progu ubóstwa wykorzystuje funkcje użyteczności dochodu. Określa się wtedy lejdejską linię ubóstwa i zmodyfikowaną lejdejską linię ubóstwa (por. Kot, 2000). Są to tzw. subiektywne granice ubóstwa.

W przeprowadzanych analizach, zgodnie z definicją Eurostatu, jako **granicę ubóstwa** przyjęto:

$$y_p^* = 0,6M_{0,5} \quad (2.38)$$

gdzie $M_{0,5}$ jest medianą rozkładu zmiennej Y określającej ekwiwalentny dochód gospodarstwa domowego.

Najbardziej popularną miarą ubóstwa jest **wskaźnik zagrożenia ubóstwem**, zwany również stopą ubóstwa. Określa on udział gospodarstw domowych, których ekwiwalentny dochód jest poniżej granicy ubóstwa:

$$W_p = \frac{n_p}{n} \quad (2.39)$$

gdzie:

n_p – liczba gospodarstw ubogich (o dochodach niższych niż granica ubóstwa),

n – liczba wszystkich gospodarstw.

Wskaźnik zagrożenia ubóstwem, określający zasięg ubóstwa szacuje się, na podstawie n -elementowej próby losowej, wykorzystując estymator postaci:

$$\hat{W}_p = \frac{\sum_{i=1}^n I_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad (2.40)$$

gdzie:

I_i – indyktor przyjmujący wartość 1, gdy i -te gospodarstwo ma dochód ekwiwalentny poniżej granicy ubóstwa oraz 0 w przeciwnym przypadku,

w_i – waga i -tego gospodarstwa domowego.

Estymator (2.40) jest estymatorem asymptotycznie nieobciążonym, tzn. $E(\hat{W}_p) \approx W_p$ dla dużych liczebności prób oraz dla dużych prób wariancja estymatora jest postaci $D^2(\hat{W}_p) \approx \frac{1}{n} W_p (1 - W_p)$.

Wskaźnik zagrożenia ubóstwem jest dość popularny, ale ma on swoje wady. Jest wrażliwy tylko na liczbę ubogich, a w obrębie grupy mogą znajdować się gospodarstwa o dochodach minimalnie niższych niż linia ubóstwa lub bardzo odległych od tej linii, dlatego w analizach ubóstwa wyznacza się również wartości innych mierników, które zostały przedstawione poniżej.

Drugi z popularnych mierników to **indeks luki dochodowej ubogich**, mierzący dystans między dochodami ekwiwalentnymi ubogich gospodarstw domowych a granicą ubóstwa, a tym samym określa, jak „bardzo ubogie” są gospodarstwa domowe należące do grupy ubogich. Mówi się, że mierzy on **głębokość ubóstwa**. Wskaźnik ten rejestruje więc średni zagregowany dochód w stosunku do granicy ubóstwa w całej populacji. Uzyskuje się go przez zsumowanie luk dochodowych wszystkich ubogich jednostek ekonomicznych i podzielenie przez wielkość populacji:

$$PG = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_p} \frac{y_p^* - y_i}{y_p^*}, \quad (2.41)$$

gdzie:

y_i – dochód ekwiwalentny i -tego gospodarstwa domowego,

y_p^* – granica ubóstwa,

N_p – liczebność podpopulacji gospodarstw ubogich,

N – liczba wszystkich gospodarstw.

Zastępując liczbę gospodarstw domowych N liczbą ubogich N_p we wzorze (2.41), otrzymujemy alternatywny wskaźnik luki dochodowej ubogich postaci:

$$PG_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \frac{y_p^* - y_i}{y_p^*}. \quad (2.42)$$

Obydwa indeksy łączy zależność: $PG = PG_p \cdot W_p$.

Przy oszacowaniu indeksów luki dochodowej na podstawie próby losowej, podobnie jak w przypadku wskaźnika zagrożenia ubóstwem, uwzględniając wagi schematu losowania posłużymy się estymatorami:

$$\widehat{PG} = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} \left(\frac{\hat{y}_p^* - y_i}{\hat{y}_p^*} \right) w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (2.43)$$

oraz

$$\widehat{PG}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} \left(\frac{\hat{y}_p^* - y_i}{\hat{y}_p^*} \right) w_i}{\sum_{i=1}^{n_p} w_i} \quad (2.44)$$

gdzie:

w_i – waga dla i -tego gospodarstwa,

n_p – liczebność podpopulacji gospodarstw ubogich w próbie n -elementowej,

\hat{y}_p^* – estymator granicy ubóstwa.

Wskaźnikiem oceniającym dotkliwość (intensywność) ubóstwa jest indeks wykorzystujący kwadraty luk dochodowych dla wszystkich ubogich gospodarstw domowych zwany **wskaźnikiem dotkliwości ubóstwa** określony wzorem:

$$PS_p = \frac{1}{n_p} \sum_{i=1}^{n_p} \left(\frac{y_p^* - y_i}{y_p^*} \right)^2. \quad (2.45)$$

Wskaźnik dotkliwości ubóstwa (kwadratu luki dochodowej ubogich) uwzględnia nie tylko dystans dzielący osoby ubogie od granicy ubóstwa, ale także nierówność wśród osób ubogich. Oznacza to, że większe wagi są przypisywane tym gospodarstwom domowym, których dochody bardziej odbiegają od granicy ubóstwa. Estymator wskaźnika (2.45) otrzymujemy analogicznie jak w przypadku wskaźnika luki dochodowej, uwzględniając kwadraty odchyłeń od progu ubóstwa:

$$\widehat{PS}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} \left(\frac{\hat{y}_p^* - y_i}{\hat{y}_p^*} \right)^2 w_i}{\sum_{i=1}^{n_p} w_i}. \quad (2.46)$$

Inne miary ubóstwa i wykluczenia społecznego prezentowane są m.in. w pracach Rusnak (2011) i Panka (2011).

Zjawisko ubóstwa obserwuje się zwykle na przestrzeni czasu i z punktu widzenia polityki społecznej istotne jest, czy gospodarstwo domowe jest

ubogie chwilowo, czy też stan ten ma charakter długotrwały. Określenie charakteru ubóstwa jest możliwe w przypadku obserwacji tych samych gospodarstw domowych we wszystkich analizowanych okresach (badania panelowe). Jednym ze sposobów oceny trwałości ubóstwa jest analiza liczby lat przebywania gospodarstwa domowego w ubóstwie. W zależności od niej określany jest panelowy status ubóstwa gospodarstwa domowego (stopień jego skłonności do ubóstwa) oraz liczone są odpowiednie indeksy dla badanej populacji gospodarstw domowych (Betti, Verma, 2004).

2.4. Miary zamożności

W analizach dochodów gospodarstw domowych oprócz grupy osób ubogich analizuje się również osoby zamożne, o dochodach przekraczających pewną ustaloną wartość zwaną **linią bogactwa** lub **granicą zamożności**.

Wartość linii bogactwa, podobnie jak linii ubóstwa, ustalana jest w różny sposób, m.in. na poziomie dwóch lub trzech median rozkładu dochodów ekwiwalentnych (por. Peichl i in., 2008; Brzeziński, 2014). Zatem estymatorami granicy zamożności są:

$$\hat{y}_r^* = 2Me, \quad (2.47)$$

lub

$$\hat{y}_r^* = 3Me, \quad (2.48)$$

gdzie Me jest medianą wyznaczoną na podstawie wartości n -elementowej próby Y_1, Y_2, \dots, Y_n .

Jedną z miar bogactwa jest **wskaźnik zamożności**, określający udział gospodarstw domowych, których ekwiwalentny dochód jest powyżej granicy zamożności \hat{y}_r^* w ogólnej liczbie gospodarstw:

$$W_r = \frac{n_r}{n} \quad (2.49)$$

gdzie:

n_r – liczba gospodarstw zamożnych,

n – liczba wszystkich gospodarstw.

Jeśli wskaźnik zamożności będzie równy 0, oznaczać to będzie, że w populacji brak jest bogatych gospodarstw domowych, gdy zaś będzie bliższy 1, populację gospodarstw domowych należy uznać za bogatą. Przy interpretacji należy pamiętać o zdefiniowanej granicy zamożności (wzory 2.47, 2.48), gdyż ona znacząco wpływa na odsetek gospodarstw zamożnych.

Do punktowego oszacowania wskaźnika zamożności w oparciu o n -elementową próbę losową wykorzystuje się estymator postaci:

$$\hat{W}_r = \frac{\sum_{i=1}^n I_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad (2.50)$$

gdzie I_i jest indykatorem przyjmującym wartość 1, gdy i -te gospodarstwo ma dochód ekwiwalentny powyżej linii bogactwa oraz 0 w przeciwnym przypadku.

Estymator (2.50) jest estymatorem asymptotycznie nieobciążonym, tzn. $E(\hat{W}_r) \approx W_r$ dla dużych prób oraz wariancja dla dużych wartości n jest postaci $D^2(\hat{W}_r) \approx \frac{1}{n} W_r(1 - W_r)$.

Stosując ideę wykorzystywaną do konstrukcji indeksu luki dochodowej można określić także miarę „głębokości” bogactwa, która oparta będzie na dystansie jaki dzieli gospodarstwa domowe, które znalazły się w grupie gospodarstw zamożnych od arbitralnie przyjętego „progu bogactwa”. Estymatorem **indeksu zamożności** RG_z jest statystyka:

$$\widehat{RG}_z = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} \left(\frac{y_i - \hat{y}_r^*}{\hat{y}_r^*} \right) w_i}{\sum_{i=1}^{n_r} w_i}, \quad (2.51)$$

gdzie:

\hat{y}_r^* – estymator granicy bogactwa,

w_i – waga dla i -tego gospodarstwa.

Inny miernik, który może być stosowany w analizach zamożności, określony jest jako iloraz sumy dochodów w górnej grupie kwantylowej przez sumę dochodów wszystkich gospodarstw domowych (Kośny, 2019):

$$IS(p) = \frac{\sum_{i=\lceil np \rceil}^n y_i}{\sum_{i=1}^n y_i}, \quad (2.52)$$

gdzie:

y_1, y_2, \dots, y_n – uporządkowane w sposób niemalejący dochody,
 $\lceil np \rceil$ – zaokrąglenie w górę liczby np .

W analizach dochodów gospodarstw domowych bada się również jak kształtują się dochody powyżej i poniżej określonego poziomu, czyli dochody w górnej grupie kwantylowej w stosunku do pozostałych grup. Jest to szczególnie ważne w przypadku analizy zamożności, ponieważ uwzględnia efekt bardzo nielicznych, ale bardzo wysokich dochodów oraz stanowi wskaźnik nierówności dochodowej dla skrajnych grup. Im iloraz dochodów poniżej i powyżej pewnego poziomu jest mniejszy tym dysproporcje między grupami są większe.

Podczas badania zmian rozkładów dochodów w czasie, a dokładniej zmian stosunku średnich dochodów biedniejszych do średnich dochodów bogatszych gospodarstw domowych można wykorzystać także następującą statystykę (Kośny, Yalonetzky, 2015):

$$RIC(y^0, y^1, p) = \frac{\bar{M}(y^1, p)}{M(y^1, p)} - \frac{\bar{M}(y^0, p)}{M(y^0, p)}, \quad (2.53)$$

gdzie:

y^0, y^1 – dochody w początkowym i końcowym okresie badania,
 p – rząd kwantyla oddzielającego biedniejszych od bogatszych, w dwóch analizowanych okresach badania,
 $\bar{M}(y, p)$ – średnia w dolnej grupie kwantylowej,
 $M(y, p)$ – średnia w górnej grupie kwantylowej.

Średnie w dolnej i górnej grupie kwantylowej zdefiniowane są następująco:

$$\bar{M}(y, p) = \frac{\sum_{i=1}^{\lfloor np \rfloor} y_i}{\lfloor np \rfloor}, \quad (2.54)$$

$${}^+M(y, p) = \frac{\sum_{i=\lfloor np \rfloor + 1}^n y_i}{n - \lfloor np \rfloor}, \quad (2.55)$$

gdzie $\lfloor np \rfloor$ oznacza zaokrąglenie w dół liczby np .

Wartość miernika RIC określonego wzorem 2.53 należy do przedziału $(-1, 1)$. Dla danego p wielkość RIC odzwierciedla zmianę udziału średniego dochodu grupy o niższych dochodach w stosunku do średniego dochodu grupy o wyższych dochodach, czyli określa jak zmieniają się dysproporcje wartości średnich dochodów dwóch grup gospodarstw domowych w czasie.

ROZDZIAŁ 3

Analiza ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim

3.1. Podstawowe informacje dotyczące badania

Badania dotyczące rozkładów dochodów w województwie łódzkim przeprowadzono w oparciu o dane pochodzące z Badania Budżetów Gospodarstw Domowych. Stanowią one podstawowe źródło informacji o dochodach, wydatkach, spożyciu oraz o innych aspektach warunków życia określonych grup ludności i pozwalają analizować wpływ różnych czynników na kształtowanie się poziomu i zróżnicowania dochodów podstawowych grup gospodarstw domowych. Badanie to prowadzone jest metodą reprezentacyjną, która daje możliwość uogólnienia, z określonym błędem, uzyskanych wyników na wszystkie gospodarstwa domowe w Polsce. Jednostką obserwacji jest gospodarstwo domowe jedno- lub wieloosobowe. Całkowita liczebność próby otrzymanej w wyniku badania budżetów gospodarstw domowych wynosi około 0,3% ogólnej liczby gospodarstw domowych w Polsce.

W BBGD w celu wylosowania próby stosowany jest schemat losowania dwustopniowego, warstwowego, z różnymi prawdopodobieństwami wyboru na I stopniu. Jednostkami losowania pierwszego stopnia (jps) były terenowe punkty badań, natomiast jednostkami losowania drugiego stopnia (jds) były mieszkania. Jps zostały powarstwowane według 6 klas miejscowości, przy czym duże miasta stanowiły odrębne warstwy. Małe miasta i tereny wiejskie zostały powarstwowane według podregionów (NTS 3). Łącznie utworzono 191 warstw, w tym 58 wiejskich. Jednostki

pierwszego stopnia losowane były oddzielnie w każdej warstwie, z wykorzystaniem doboru systematycznego po uprzednim losowym uporządkowaniu (tzw. schemat Hartleya-Rao).

Przy wyborze schematu losowania próby kierowano się założeniem, aby wylosowana próba była próbą automatycznie wyważoną. Oznacza to, że każde gospodarstwo domowe powinno mieć w przybliżeniu jednako-
we prawdopodobieństwo wyboru. W związku z tym przyjęto, że lokalizacja jps między warstwy będzie proporcjonalna do szacunkowej liczby mieszkań w warstwie. Jednocześnie jednostki pierwszego stopnia losowane były z prawdopodobieństwami proporcjonalnymi do szacunkowej liczby jds w terenowym punkcie badań, zaś z każdego terenowego punktu badań losowana jest taka sama liczba mieszkań.

Ponieważ próba pochodząca BGD nie jest próbą prostą, przy szacowaniu charakterystyk porównywanych rozkładów uwzględnione zostały wagi schematu losowania. Dla obserwacji otrzymanych w wyniku przeprowadzonego badania w pierwszym etapie wyznaczane są tzw. wagi pierwotne (odwrotności prawdopodobieństw wyboru do próby poszczególnych mieszkań), a następnie szacowane są tzw. współczynniki realizacji, czyli współczynniki korygujące ze względu na fakt, że struktura próby zbadanej ze względu na cechy społeczno-demograficzne gospodarstw różni się od struktury próby wylosowanej na skutek niemożności zbadania wszystkich mieszkań kwalifikujących się do badania. Wyniki badania przeważone zostały danymi o strukturze gospodarstw domowych według liczby osób w gospodarstwie oraz w podziale na miasto i wieś, pochodzącymi z Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2011 roku. W wyniku korekty wag pierwotnych otrzymywane są tzw. wagi finalne. Szczegółowe omówienie schematu losowania stosowanego przez GUS w badaniach budżetów można znaleźć między innymi w pracy Kordosa (2005) oraz Kordosa, Lednickiego i Żyry (2002).

BGD dostarczają informacji o dochodzie rozporządzalnym. Według definicji przyjętej przez GUS (2021b), **dochód rozporządzalny** to suma bieżących dochodów gospodarstwa domowego z poszczególnych źródeł pomniejszona o zaliczki na różnego rodzaju podatki oraz składki na ubezpieczenia społeczne i zdrowotne, którymi gospodarstwo domowe może dysponować, przeznaczając go na konsumpcję, inwestycje lub oszczędności. W skład dochodu rozporządzalnego wchodzi również

dochody niepieniężne, w tym towary i usługi konsumpcyjne pobrane na potrzeby gospodarstwa domowego z gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie bądź działalności gospodarczej na własny rachunek oraz towary i usługi otrzymane nieodpłatnie.

Podczas badania dochodów w gospodarstwie domowym ważną kwestią jest struktura demograficzna gospodarstwa domowego, która wpływa na dochód przypadający na osobę. Koszty utrzymania nie wzrastają proporcjonalnie do liczby osób zamieszkujących w gospodarstwie, zatem w celu porównywalności dochodów stosuje się dochód ekwiwalentny. **Ekwiwalentny dochód rozporządzalny** to dochód rozporządzalny gospodarstwa domowego uwzględniający wpływ na koszty utrzymania gospodarstwa domowego czynnika demograficznego. Wpływ liczby osób w gospodarstwie domowym uwzględnia się dzieląc dochód rozporządzalny przez obliczoną dla niego skalę ekwiwalentności.

Skale ekwiwalentności mają charakter relatywny, mówią ile razy należałoby zmniejszyć lub zwiększyć dochód gospodarstwa domowego, aby osiągnęło ono ten sam poziom zaspokojenia potrzeb, co gospodarstwo standardowe stanowiące punkt odniesienia porównań.

Wyróżnia się normatywne, empiryczne i subiektywne skale ekwiwalentności (Szulc, 1995; Panek i in., 1999). Do normatywnych skal ekwiwalentności należą **skale OECD** m.in. oryginalna skala OECD (OECD 70/50) i zmodyfikowana skala OECD (OECD 50/30).

Do normatywnych skal ekwiwalentnych należą również **skale LIS** (Luxemburg Income Study) wykorzystywane w pracy (Buhmann i in., 1988). Zakładają one, że wydatki konsumpcyjne gospodarstw domowych zależą wyłącznie od liczby osób w gospodarstwie domowym. Skale te nazywane są również skalami potęgowymi i wyrażają się wzorem:

$$m^{LIS} = L^\eta, \quad (3.1)$$

gdzie:

η – współczynnik elastyczności skali (wydatków konsumpcyjnych względem liczby osób w gospodarstwie domowym), $\eta \in [0, 1]$

L – liczba wszystkich osób w gospodarstwie domowym.

Dzieląc dochód gospodarstwa przez wartość skali w przypadku $\eta = 0$ otrzymujemy dochód gospodarstwa domowego, a w przypadku $\eta = 1$ – dochód na osobę.

Skale LIS, w przeciwieństwie do skal OECD, nie uwzględniają wieku członków gospodarstwa domowego. Problemem w przypadku stosowania tych skal jest dobór współczynnika elastyczności. Prosta konstrukcja skal potęgowych sprawia, że skale te wykorzystuje się również do przybliżania innych typów skal (Buhmann i in., 1988; Kot, 2000; Kot, 2008). Kot wyznaczył parametry elastyczności dla skal OECD 70/50, OECD 50/30 i skali „quasi-dokładnej” Szulca (por. Szulc, 1992). Otrzymane elastyczności są równe odpowiednio: 0,78, 0,61 i 0,72. Wyniki Buhmanna oraz Kota pokazują, że liczba osób w gospodarstwie domowym w bardzo wysokim stopniu wyjaśnia zmienność badanych skal ekwiwalentnych. Wpływ innych czynników tj. wiek dziecka, czy wiek głowy gospodarstwa domowego jest znacznie mniejszy (Łukasiewicz i in., 2006). Analiza porównawcza wpływu różnych skal ekwiwalentności na oszacowania miar nierówności i ubóstwa na podstawie badania BGD przedstawiona została w pracy Jędrzejczak, Pekasiewicz (2022).

W badaniach rozkładów dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych, których rezultaty przedstawione zostały w niniejszej pracy, wykorzystana została skala LIS ze współczynnikiem elastyczności skali 0,5 (por. Atkinson i in., 1995; Buhmann i in., 1988). Badano rozkłady ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim ogółem oraz uwzględniono podział gospodarstw na grupy społeczno-ekonomiczne.

Od 2005 roku w badaniu budżetów gospodarstw domowych klasyfikuje się gospodarstwa domowe według pięciu podstawowych grup społeczno-ekonomicznych. Są to:

- gospodarstwa pracowników,
- gospodarstwa rolników,
- gospodarstwa pracujących na własny rachunek,
- gospodarstwa emerytów i rencistów,
- gospodarstwa utrzymujące się z niezarobkowych źródeł.

Przynależność gospodarstw domowych do jednej z grup społeczno-ekonomicznych wykazuje też korelację z innymi cechami, takimi jak: wykształcenie osób należących do gospodarstwa domowego, aktywność zawodowa czy liczba posiadanych dzieci, a także z preferencjami konsumpcyjnymi wynikającymi z odmiennych środowisk funkcjonowania (Podolec i in., 2018).

Każdy z typów gospodarstw domowych określa główne źródło utrzymania oznaczające, że dochód z jego tytułu jest wyższy od dochodów uzyskiwanych ze źródeł dodatkowych.

Gospodarstwa *Pracowników* to gospodarstwa domowe, których wyłącznym lub głównym (przeważającym) źródłem utrzymania jest dochód z pracy najemnej w sektorze publicznym lub prywatnym; dodatkowym źródłem utrzymania tych gospodarstw może być emerytura, renta lub inne niezarobkowe źródło, praca na własny rachunek w indywidualnym gospodarstwie rolnym i poza indywidualnym gospodarstwem rolnym lub wykonywanie wolnego zawodu (GUS, 2021b).

Gospodarstwa *Rolników* to gospodarstwa domowe, których wyłącznym lub przeważającym źródłem utrzymania jest dochód z użytkownego gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie; dodatkowym źródłem utrzymania tych gospodarstw może być emerytura, renta lub inne źródło niezarobkowe, praca najemna, praca na własny rachunek, bądź wykonywanie wolnego zawodu. Do gospodarstw domowych rolników zalicza się (GUS, 2021b):

- gospodarstwa indywidualne, czyli gospodarstwa powyżej 1 ha użytków rolnych prowadzone na gruntach własnych i niewłasnych,
- gospodarstwa o powierzchni do 1 ha włącznie użytków rolnych (w tym działki służbowe),
- właścicieli zwierząt gospodarskich nieposiadających użytków rolnych.

Gospodarstwa *Pracujących na własny rachunek* to gospodarstwa domowe, których wyłącznym lub głównym źródłem utrzymania jest praca na własny rachunek poza gospodarstwem indywidualnym w rolnictwie lub wykonywanie wolnego zawodu; dodatkowym źródłem utrzymania może być: praca najemna, użytkowanie gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie, emerytura, renta lub inne niezarobkowe źródło.

W gospodarstwach *Emerytów i rencistów* wyłącznym lub przeważającym źródłem utrzymania jest emerytura lub renta; dodatkowym źródłem utrzymania może być: inne źródło niezarobkowe poza emeryturą lub rentą (np. dochód z własności, zasiłki rodzinne wraz z dodatkami, dary), praca najemna, praca na własny rachunek w indywidualnym gospodarstwie rolnym i poza indywidualnym gospodarstwem rolnym lub wykonywanie wolnego zawodu.

Gospodarstwa utrzymujące się z niezarobkowych źródeł to gospodarstwa domowe, których wyłącznym lub głównym źródłem utrzymania są źródła niezarobkowe inne niż emerytura lub renta, np. zasiłki dla bezrobotnych, świadczenia pieniężne i niepieniężne udzielone na podstawie ustawy o pomocy społecznej, dodatki mieszkaniowe, zasiłki rodzinne wraz z dodatkami, świadczenie wychowawcze „Rodzina 500+”, alimenty, darowizny, dochody z tytułu własności i z wynajmu nieruchomości; dodatkowym źródłem utrzymania tych gospodarstw może być: praca najemna, emerytura lub renta, praca na własny rachunek, wykonywanie wolnego zawodu lub użytkowanie gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie (GUS, 2021b).

3.2. Struktura i podstawowe charakterystyki gospodarstw domowych

Sytuację dochodową gospodarstw domowych w województwie łódzkim analizowano na podstawie danych pochodzących z Badania Budżetów Gospodarstw Domowych przeprowadzanego corocznie przez GUS. Analizie poddano lata 2016–2020, które obejmują okres istotnych zmian w rozkładzie dochodów w Polsce spowodowanych m.in.:

- wprowadzeniem w 2016 roku programu Rodzina 500+, oraz później innych programów społecznych, mających na celu poprawę sytuacji najuboższych grup ludności,
- pandemią COVID-19, która spowodowała istotne zmiany na rynku pracy, które również mogły zmienić rozkład dochodów grup społeczno-ekonomicznych.

W tabeli 3.1 przedstawiono charakterystyki rozkładów empirycznych w badanych latach ogółem dla województwa łódzkiego oraz dla poszczególnych grup społeczno-ekonomicznych. Ze względu na trudności związane z realizacją próby w okresie pandemii COVID-19, w roku 2020 liczebność próby dla województwa łódzkiego była niższa niż w latach poprzednich, co mogło wpłynąć na wiarygodność otrzymanych wyników.

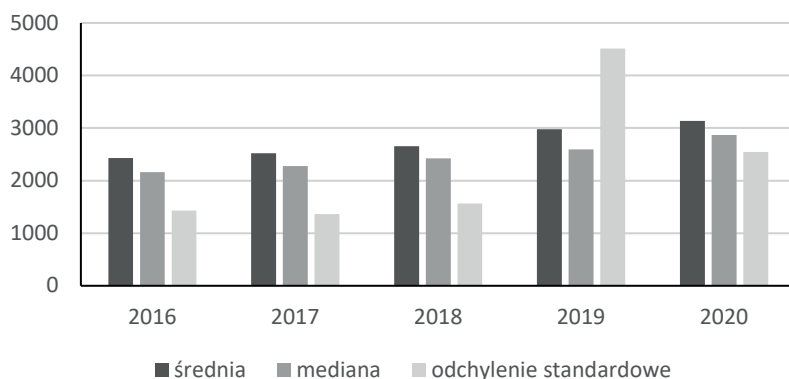
Tabela 3.1. Podstawowe charakterystyki dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych w województwie łódzkim na podstawie prób z BGD*

Rok	Grupa społeczno- -ekonomiczna	Liczeb- ność próby	Min. (w zł)	Max. (w zł)	Średnia (w zł)	Odchylenie stand. (w zł)
2016	Pracownicy	1218	75,0	11638,0	2699,8	1333,9
	Rolnicy	111	64,7	27689,6	3104,8	3661,6
	Pracujący na własny rachunek	174	425,3	9980,2	3032,4	1590,2
	Emeryci i renciści	908	486,8	6709,3	1985,2	824,6
	Niezarobkowe źródła	91	81,3	3771,0	1210,0	662,7
	Ogółem	2502	64,7	27689,6	2427,4	1430,7
2017	Pracownicy	1191	25,5	13000,0	2807,7	1297,3
	Rolnicy	94	83,1	15351,2	2956,2	2525,0
	Pracujący na własny rachunek	165	281,5	14142,1	3497,9	1866,9
	Emeryci i renciści	944	367,8	8585,0	2042,0	901,9
	Niezarobkowe źródła	80	40,0	4928,5	1328,9	782,5
	Ogółem	2474	25,5	15351,2	2519,4	1361,8
2018	Pracownicy	1173	6,4	13077,0	3033,3	1390,2
	Rolnicy	108	117,0	16859,5	2803,9	2782,7
	Pracujący na własny rachunek	127	9,5	26300,0	3790,0	1382,7
	Emeryci i renciści	971	85,1	9995,0	2112,5	939,1
	Niezarobkowe źródła	71	12,7	6873,1	1530,5	1066,5
	Ogółem	2450	6,4	26300,0	2653,9	1567,1
2019	Pracownicy	1105	29,7	196561,2	3380,8	6014,9
	Rolnicy	119	76,0	56070,7	4201,5	6430,0
	Pracujący na własny rachunek	142	641,0	23384,0	3951,3	2620,0
	Emeryci i renciści	904	124,7	11611,9	2304,4	1073,8
	Niezarobkowe źródła	84	25,0	6196,2	1633,9	945,1
	Ogółem	2354	25,0	196561,2	2981,0	4514,6
2020	Pracownicy	1040	1,4	13918,0	3466,7	1510,9
	Rolnicy	103	207,9	76426,9	4400,1	4935,1
	Pracujący na własny rachunek	135	28,3	30359,4	4219,8	3237,5
	Emeryci i renciści	729	10,6	11734,7	2401,4	1108,6
	Niezarobkowe źródła	61	7,2	5175,0	1683,9	1013,1
	Ogółem	2068	1,4	76426,9	3134,2	2547,5

* Uwzględniono tylko dochody większe od zera.

Źródło: opracowanie własne.

Porównując wielkości ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w latach 2016–2020 można zauważyć, że średnie dochody, mierzone zarówno średnią arytmetyczną, jak i medianą, wzrastały z roku na rok (por. np. rys. 3.1). Stopień zróżnicowania dochodów w ostatnich latach również wzrastał, co można zauważyć porównując zarówno wartości odchyłeń standardowych, jak i współczynników zmienności. W 2016 r. odchylenie standardowe stanowiło prawie 60% średniej, natomiast w 2020 roku wzrosło do 80% średniej. Warto zaznaczyć, że zarówno średnie arytmetyczne, jak i oparte na nich odchylenia standardowe oraz współczynniki zmienności, nie oddają właściwie ani średniego poziomu dochodów ani ich zróżnicowania. Rozkłady dochodów są bowiem skrajnie asymetryczne i mają tzw. grube ogony, co powoduje, że klasyczne miary tendencji centralnej i miary zróżnicowania są zawyżane przez skrajnie wysokie obserwacje, nawet jeśli są one nieliczne. Dlatego też w dalszej analizie wykorzystane zostaną wolne od tych ograniczeń miary koncentracji dochodów, w tym miary oparte na kwantylach.



Rysunek 3.1. Charakterystyki dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.

Kolejnym problemem interpretacyjnym, jaki możemy napotkać posługując się wynikami zamieszczonymi w tabeli 3.1, jest brak uwzględnienia wzrostu cen towarów i usług konsumpcyjnych, który miał miejsce w badanym okresie. Zestawienie dynamiki zmian średnich dochodów nominalnych i realnych (uwzględniających zmiany cen) dla ogółu gospo-

darstw domowych oraz grup społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim przedstawione zostało w tabeli 3.2.

Analizując dane zawarte w tabeli 3.2, zauważamy istotne różnice w dynamice przeciętnych dochodów rozważanych grup gospodarstw domowych, co oczywiście dotyczyło dochodów zarówno w ujęciu nominalnym, jak i realnym, i przekładało się, szczególnie w ujęciu realnym, na zmiany warunków życia tych grup ludności w badanym okresie. Jednocześnie zaobserwowane zmiany spowodowały zmiany relacji dochodowych między grupami, co wynikało z różnego tempa zmian.

Tabela 3.2. Dynamika zmian średnich dochodów oraz urealnionej wartości średniej dochodów gospodarstw domowych

Grupa społeczno-ekonomiczna	Średnia dochodów nominalnych				Średnia dochodów realnych			
	$i_{17/16}$	$i_{18/17}$	$i_{19/18}$	$i_{20/19}$	$i_{17/16}$	$i_{18/17}$	$i_{19/18}$	$i_{20/19}$
Pracownicy	1,040	1,080	1,057	1,081	1,020	1,063	1,033	1,046
Rolnicy	0,952	0,948	1,342	0,982	0,933	0,934	1,311	0,950
Pracujący na własny rachunek	1,154	1,084	1,043	1,068	1,131	1,066	1,019	1,033
Emeryci i renciści	1,029	1,035	1,091	1,042	1,008	1,018	1,066	1,008
Niezarobkowe źródła	1,098	1,152	1,068	1,031	1,077	1,134	1,044	0,997
Ogółem	1,038	1,053	1,083	1,059	1,018	1,037	1,059	1,042

Źródło: obliczenia własne.

Przechodząc do szczegółów warto podkreślić, że wskaźniki dynamiki znajdujące się w tabeli 3.2 wskazują największy wzrost średnich dochodów ogółem w roku 2019, kiedy to średnie dochody nominalne wzrosły o 8,3% w stosunku do roku poprzedniego, a w ujęciu realnym o 5,9%. Podobną sytuację zaobserwowano w trzech grupach społeczno-ekonomicznych: najliczniej reprezentowanej grupie *Pracowników, Emerytów i rencistów* oraz grupie *Rolników*. Grupą o największym wzroście średnich dochodów w roku 2019 byli *Rolnicy* – średnie dochody ekwiwalentne tej grupy w województwie łódzkim wzrosły w roku 2019 w ujęciu realnym o ponad 31%, ale w tym przypadku należy być ostrożnym w formułowaniu wniosków, gdyż próby były mało liczne (niewiele ponad 100 gospodarstw domowych) i pojawienie się dużych wartości dochodów, mimo odrzucenia wartości ekstremalnie odstających, zawiżyły wartość średnią. Poza tym dla tej grupy gospodarstw domowych

przed i po roku 2019 obserwuje się spadki średnich dochodów o 5–6,5% z roku na rok. Wzrosty średnich dochodów ogółem oraz w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych związane były przede wszystkim z wysokim wzrostem PKB, obserwowanym nieprzerwanie w latach 2016–2019. W roku 2020 nastąpiło odwrócenie korzystnego trendu, spowodowane pandemią, co niewątpliwie odbiło się na średnich dochodach gospodarstw domowych w województwie oraz prawie we wszystkich grup społeczno-ekonomicznych. Dochody realne spadły w roku 2020 w porównaniu z rokiem poprzednim w grupie *Rolników* oraz pozostały właściwie na niezmienionym poziomie w grupie gospodarstw utrzymujących się z *Niezarobkowych źródeł utrzymania* (spadek o 0,3%) i grupie *Emerytów i rencistów* (wzrost o 0,8%). W okresie pandemii wzrosły dochody *Pracujących na własny rachunek* o 3,3% oraz *Pracowników* o 4,6%. Miało to zapewne związek z wprowadzeniem w marcu 2020 roku Tarczy Antykryzysowej o wartości 212 mld zł. Program ten zawierał rozwiązania dla: pracowników, mikro, małych, średnich i dużych firm, co pozwalało przedsiębiorcom np. przesunąć w czasie opłaty składek czy podatków bez dodatkowych opłat prolongacyjnych.

Warto także zauważyć, że dla gospodarstw domowych utrzymujących się z *Niezarobkowych źródeł* oraz dla *Pracujących na własny rachunek*, największy wzrost dochodów nastąpił na początku badanego okresu, co szczególnie dla pierwszej z tych grup mogło mieć związek z programami społecznymi, szczególnie z programem Rodzina 500+.

3.3. Aproksymacja rozkładów dochodów ekwiwalentnych

Rozkłady dochodów są najczęściej jednomodalne i charakteryzują się prawostronną asymetrią oraz dodatnią kurtozą (por. rozdział 2). Rozkładami teoretycznymi, które mogą dobrze modelować rozkłady dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych, w tym dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim są rozkłady:

- logarytmiczno-normalny,
- Singha-Maddali,
- Daguma.

Wybór tych trzech rozkładów wynika z pogłębionej analizy ich własności (por.: Jędrzejczak, Pekasiewicz, 2020), która wskazuje, że rozkłady Daguma i Singha-Maddali, jako szczególne przypadki uogólnionego rozkładu beta drugiego rodzaju (GB2), są przydatne do modelowania rozkładów o grubych ogonach, charakteryzujących się znacznym stopniem asymetrii. Z kolei rozkład logarytmiczno-normalny może być przydatny do modelowania rozkładów dochodów dla podpopulacji, charakteryzujących się „cienkimi ogonami”, do których mogą należeć niektóre grupy społeczno-ekonomiczne.

Wymienione rozkłady teoretyczne wykorzystane zostały w dalszych analizach, a ich parametry oszacowano metodą największej wiarygodności.

Oszacowania parametrów wybranych rozkładów teoretycznych, aproksymujących empiryczne rozkłady miesięcznych dochodów ekwiwalentnych wszystkich gospodarstw domowych w województwie łódzkim w latach 2016–2020, przedstawione zostały w tabelach 3.3–3.5.

Tabela 3.3. Oszacowania parametrów rozkładu Daguma

Rok	Parametry rozkładu Daguma		
	a	ν	b
2016	0,771	3,831	2381,697
2017	0,756	3,942	2507,126
2018	0,698	4,036	2706,327
2019	0,826	3,665	2731,576
2020	0,584	4,250	3389,560

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3.4. Oszacowania parametrów rozkładu logarytmiczno-normalnego

Rok	Parametry rozkładu logarytmiczno-normalnego	
	μ	σ
2016	7,657	0,540
2017	7,702	0,534
2018	7,744	0,574
2019	7,824	0,560
2020	7,890	0,628

Źródło: obliczenia własne.

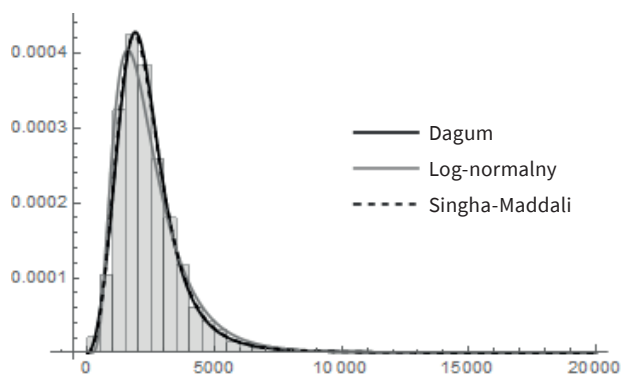
Tabela 3.5. Oszacowania parametrów rozkładu Singha-Maddali

Rok	Parametry rozkładu Singha-Maddali		
	a	b	q
2016	1,298	3,195	2405,511
2017	1,346	3,228	2554,922
2018	1,362	3,180	2691,170
2019	1,127	3,280	2656,070
2020	1,607	2,951	3421,230

Źródło: obliczenia własne.

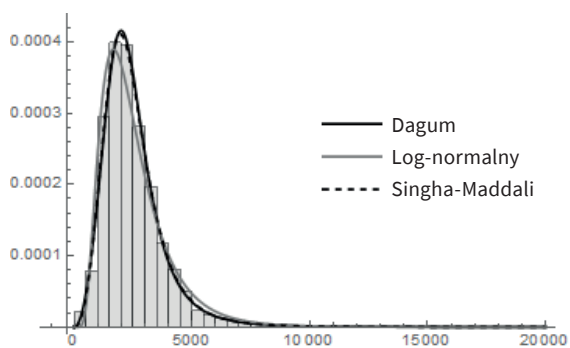
Na rysunkach 3.2–3.6 zilustrowano dopasowania rozkładów teoretycznych, z parametrami oszacowanymi w oparciu o próby losowe metodą największej wiarygodności, do empirycznych rozkładów dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w poszczególnych latach. Rozkłady Daguma i Singha-Maddali okazały się lepiej (niż rozkład logarytmiczno-normalny) dopasowane do rozkładów dochodów w każdym rozważanym roku.

W celu potwierdzenia wniosków wpływających z graficznej prezentacji rozkładów empirycznych i teoretycznych obliczono wartości miar dopasowania: współczynnika podobieństwa struktur (Kruszka, 1989) i indeksu Mortary (Zenga i in., 2010), których wartości przedstawione zostały w tabeli 3.6.



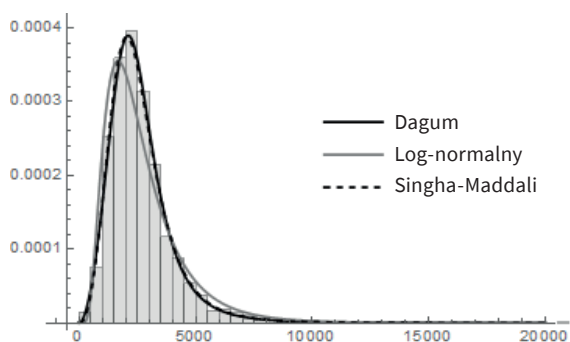
Rysunek 3.2. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2016

Źródło: opracowanie własne.



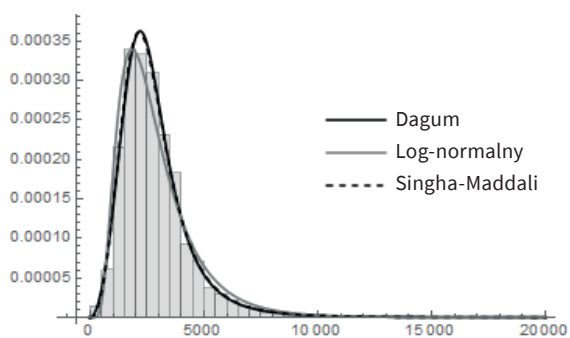
Rysunek 3.3. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2017

Źródło: opracowanie własne.



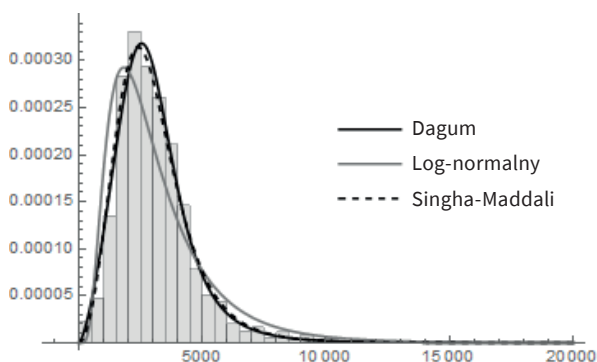
Rysunek 3.4. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2018

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.5. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2019

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.6. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.

Aby mówić o dobrym dopasowaniu, wartość współczynnika podobieństwa struktur (Wps) powinna być większa niż 0,95 i im jest ona bliższa 1, tym dopasowanie rozkładu teoretycznego jest lepsze. W przypadku indeksu Mortary (IM) wartość bliższa 0 świadczy o lepszym dopasowaniu rozkładu empirycznego do teoretycznego. Najgorszym dopasowaniem charakteryzował się rozkład logarytmiczno-normalny, gdyż współczynniki podobieństwa struktur były poniżej 0,95 (poza rokiem 2019 – współczynnik był nieznacznie powyżej 0,95) oraz indeks Mortary był większy dla tego rozkładu, nawet 4-krotnie, w porównaniu z rozkładami Daguma i Singha-Maddali.

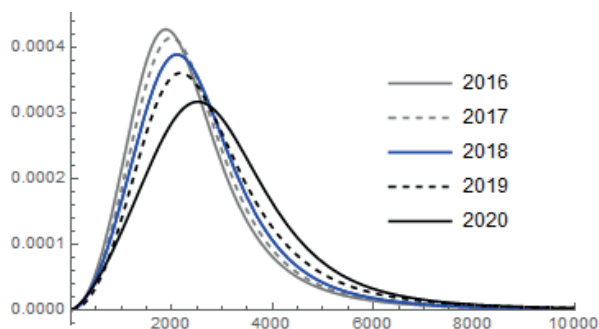
Tabela 3.6. Miary dopasowania empirycznych rozkładów do wybranych teoretycznych

Rok	Rozkład Daguma		Rozkład logarytmiczno-normalny		Rozkład Singha-Maddali	
	Wps	IM	Wps	IM	Wps	IM
2016	0,972	0,057	0,934	0,133	0,975	0,049
2017	0,954	0,091	0,927	0,146	0,959	0,082
2018	0,967	0,066	0,897	0,207	0,966	0,067
2019	0,988	0,024	0,954	0,093	0,985	0,029
2020	0,964	0,071	0,856	0,288	0,960	0,081

Źródło: obliczenia własne.

Zarówno wyznaczone miary dopasowania, jak i rysunki 3.2–3.6 świadczą o tym, że obydwie rozkłady: Daguma i Singha-Maddali bardzo dobrze i w porównywalny sposób aproksymują rozkłady ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych.

Do dalszych analiz porównawczych wybrano rozkład Daguma. Na rysunku 3.7 przedstawiono funkcje gęstości rozkładu Daguma aproksymujące rozkłady miesięcznych, ekwiwalentnych rozkładów dochodów gospodarstw domowych w latach 2016–2020. Zarówno charakterystyki liczbowe takie jak wartość średnia, mediana i odchylenie standardowe, jak i funkcje gęstości ulegały zmianom w czasie.



Rysunek 3.7. Aproksymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.

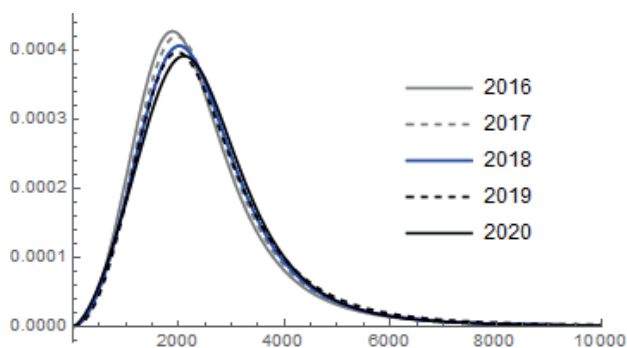
Przy porównywaniu rozkładów dochodów ludności lub gospodarstw domowych w czasie, interesujące wydaje się pogłębienie analiz poprzez rozważenie tzw. dochodów realnych, czyli dochodów otrzymanych po uwzględnieniu zmian w cenach towarów i usług konsumpcyjnych. Z tego powodu dochody realne były także przedmiotem dalszych analiz dotyczących województwa łódzkiego. Wykorzystując wskaźnik inflacji znany jako CPI (*Consumer Price Index*), urealniono dochody w stosunku do roku 2016 i otrzymano oszacowania parametrów rozkładu Daguma zawarte w tabeli 3.7.

Graficzna prezentacja rozkładów przedstawiona została na rysunku 3.8 i pokazuje, że po urealnieniu dochodów gospodarstw kształty rozkładów w latach 2016–2020 są bardzo zbliżone.

Tabela 3.7. Oszacowania parametrów rozkładu Daguma dopasowanego do dochodów realnych

Rok	Parametry rozkładu Daguma		
	a	ν	b
2016	0,771	3,831	2381,697
2017	0,756	3,942	2472,805
2018	0,698	4,036	2591,275
2019	0,826	3,665	2481,937
2020	0,600	4,309	2779,936

Źródło: obliczenia własne.



Rysunek 3.8. Aproksymacja rozkładów dochodów realnych gospodarstw domowych w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020

Źródło: obliczenia własne.

Analiza dochodów gospodarstw domowych za pomocą rozkładów teoretycznych jest możliwa także w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych; jednak pod warunkiem dostatecznej liczebności prób. Przyjmuje się, że do oszacowania parametrów rozkładu Daguma należy dysponować próbą losową o liczebności co najmniej $n=1000$ (por. Zieliński i in., 2018). Warunek ten jest spełniony jedynie w grupie *Pracowników* oraz *Emerytów i rencistów* – tylko dla tych podpopulacji liczebności prób były dostatecznie duże do efektywnej estymacji parametrów rozkładu Daguma.

Oceny parametrów trzech rozważanych rozkładów teoretycznych, otrzymane dla wymienionych grup społeczno-ekonomicznych, przedstawione zostały w tabelach 3.8–3.10.

Tabela 3.8. Oszacowania parametrów rozkładu Daguma dla wybranych grup

Rok	Pracownicy			Emeryci i renciści		
	a	v	b	a	v	b
2016	0,811	4,163	2635,760	1,236	4,061	1694,763
2017	0,787	4,487	2786,835	1,357	3,914	1665,380
2018	0,727	4,644	3088,350	1,067	4,164	1891,027
2019	0,875	4,210	3063,710	0,967	4,099	2122,317
2020	0,525	5,442	3918,375	0,968	4,198	2210,415

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3.9. Oszacowania parametrów rozkładu logarytmiczno-normalnego dla wybranych grup

Rok	Pracownicy		Emeryci i renciści	
	μ	σ	μ	σ
2016	7,791	0,495	7,514	0,402
2017	7,841	0,473	7,536	0,410
2018	7,915	0,511	7,568	0,421
2019	7,975	0,484	7,645	0,452
2020	8,043	0,579	7,688	0,463

Źródło: obliczenia własne.

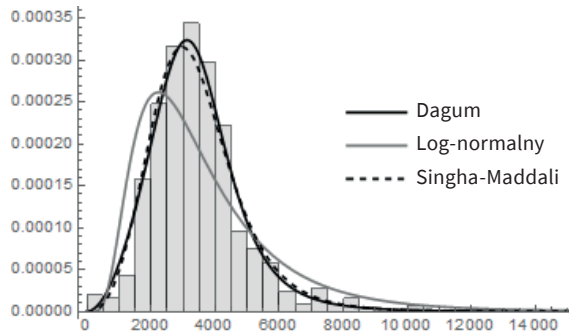
Tabela 3.10. Oszacowania parametrów rozkładu Singha-Maddali dla wybranych grup

Rok	Pracownicy			Emeryci i renciści		
	a	b	q	a	b	q
2016	1,206	3,623	2628,584	1,030	4,297	1848,959
2017	1,224	3,840	2766,817	0,871	4,521	1775,909
2018	1,287	3,786	3050,152	1,086	4,139	1994,962
2019	1,047	3,948	2969,247	1,136	3,882	2201,001
2020	1,889	3,438	4111,065	1,036	4,102	2213,422

Źródło: obliczenia własne.

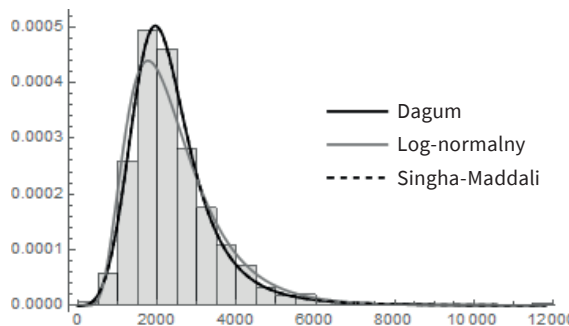
W przypadku aproksymacji rozkładu dochodów w roku 2020 dla grup *Pracowników* oraz *Emerytów i rencistów*, oszacowane współczynniki podobieństwa są odpowiednio równe 0,946 i 0,971, natomiast indeks Mortary wynosi 0,107 i 0,058. Na podstawie przytoczonych wartości wskaźników zgodności rozkładów empirycznych z teoretycznymi, oraz na podstawie

analizy graficznej opartej na zgodności histogramów i oszacowanych funkcji gęstości (rys. 3.9 i 3.10) można stwierdzić, że rozkład Daguma dobrze aproksymuje empiryczne rozkłady dochodów nie tylko w województwie łódzkim, ale także w tych dwóch grupach społeczno-ekonomicznych.



Rysunek 3.9. Rozkład empiryczny i aproksymacja rozkładu dochodów w grupie *Pracowników* w województwie łódzkim w roku 2020

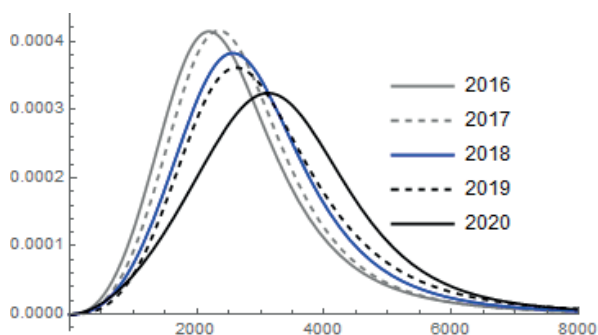
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.10. Rozkład empiryczny i aproksymacja rozkładu dochodów w grupie *Emerytów i rencistów* w województwie łódzkim w roku 2020

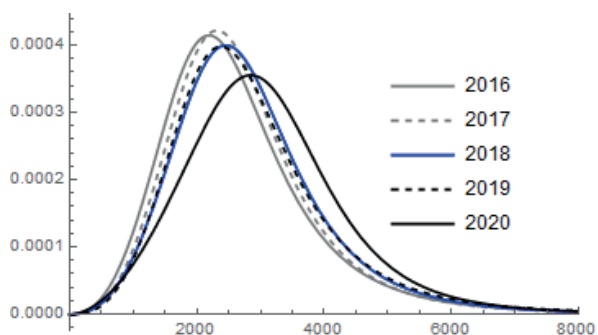
Źródło: opracowanie własne.

Dla lat wcześniejszych, 2016–2019, można sformułować podobne wnioski – rozkład Daguma bardzo dobrze aproksymuje rozkłady ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w rozważanych grupach, zarówno dochodów nominalnych, jak i urealnionych. Postaci funkcji gęstości rozkładów teoretycznych dopasowanych do rozkładów empirycznych dla grup *Pracowników* oraz *Emerytów i rencistów* w obydwu ujęciach przedstawione zostały na rysunkach 3.11–3.14.



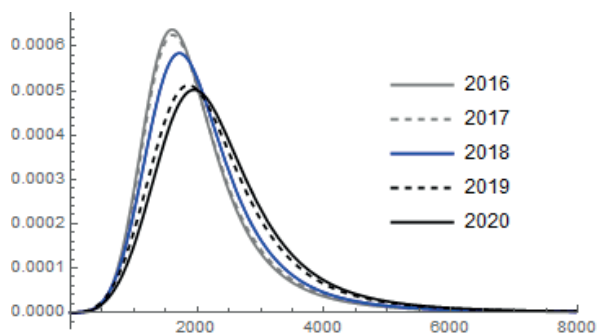
Rysunek 3.11. Aproksymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych w grupie Pracowników w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.



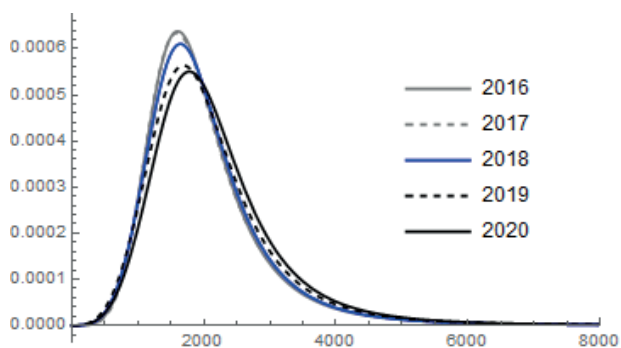
Rysunek 3.12. Aproksymacja rozkładów dochodów realnych gospodarstw domowych w grupie Pracowników w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.13. Aproksymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych w grupie Emerytów i rencistów w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.

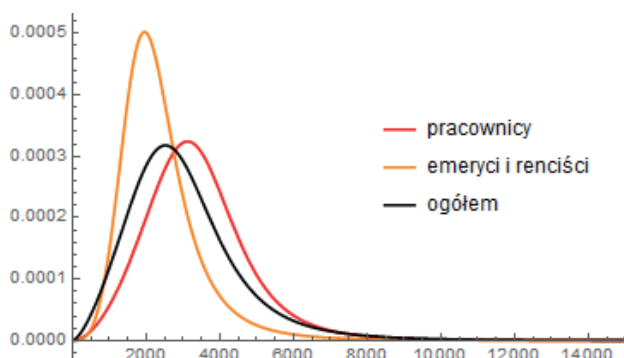


Rysunek 3.14. Aproksymacja rozkładów dochodów realnych gospodarstw domowych w grupie *Emerytów i rencistów* w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.

Analizując powyższe rysunki można zauważyć, że zmiany dochodów realnych, zaobserwowane w grupie *Emerytów i rencistów* były niewielkie w porównaniu z grupą *Pracowników*.

Porównując rozkłady dochodów w grupach *Pracowników*, *Emerytów i rencistów* oraz ogółem zauważyć należy istotne różnice między rozkładami. Dla roku 2020 funkcje gęstości rozkładów dla rozważanych grup i wszystkich gospodarstw domowych województwa łódzkiego przedstawione zostały na jednym rysunku (rys. 3.15), który odzwierciedla te różnice.



Rysunek 3.15. Aproksymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych *Pracowników*, *Emerytów i rencistów* oraz ogółem w województwie łódzkim w 2020 roku za pomocą rozkładu Daguma

Źródło: opracowanie własne.

Przed wszystkim zauważyć można różnice w dyspersji i asymetrii porównywanych rozkładów – grupa *Pracowników* wykazuje podobny poziom zróżnicowania do rozkładu dochodów ogółem (stanowi około 50% wszystkich gospodarstw), jednak cechuje ją mniejszy poziom asymetrii. Rozkład dochodów *Emerytów i rencistów* wykazuje z kolei mniejsze zróżnicowanie, jest jednak bardziej asymetryczny (por. rys. 3.15). Rozkład Daguma pozwala na porównanie kształtu rozkładów nawet wtedy, gdy dane empiryczne są niekompletne i posiadają wartości odstające.

3.4. Analiza nierównomierności rozkładów

Do analizy nierównomierności rozkładów ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych wykorzystano trzy miary nierówności dochodowych – współczynniki Giniego i Zengi oraz wskaźnik zróżnicowania skrajnych części rozkładu (wzory 2.24, 2.37 i 2.29). Miary te oszacowano dla całego województwa oraz w podziale na grupy społeczno-ekonomiczne i przedstawiono w tabeli 3.11. Ze względu na małą próbę nie oszacowano wskaźnika zróżnicowania skrajnych części rozkładu dla grupy gospodarstw domowych utrzymujących się z *Niezarobkowych źródeł*.

Tabela 3.11. Oszacowania miar nierównomierności rozkładów dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim według grup społeczno-ekonomicznych

Rok	Grupa społeczno-ekonomiczna	Miary nierównomierności		
		\hat{G}	\hat{I}	\hat{K}
2016	Pracownicy	0,251	0,563	0,193
	Rolnicy	0,471	0,799	0,036
	Pracujący na własny rachunek	0,285	0,602	0,160
	Emeryci i renciści	0,224	0,514	0,247
	Niezarobkowe źródła	0,310	0,649	.
	Ogółem	0,278	0,603	0,159
2017	Pracownicy	0,232	0,537	0,213
	Rolnicy	0,449	0,789	0,030
	Pracujący na własny rachunek	0,272	0,589	0,168
	Emeryci i renciści	0,231	0,524	0,234
	Niezarobkowe źródła	0,306	0,635	.
	Ogółem	0,269	0,592	0,171

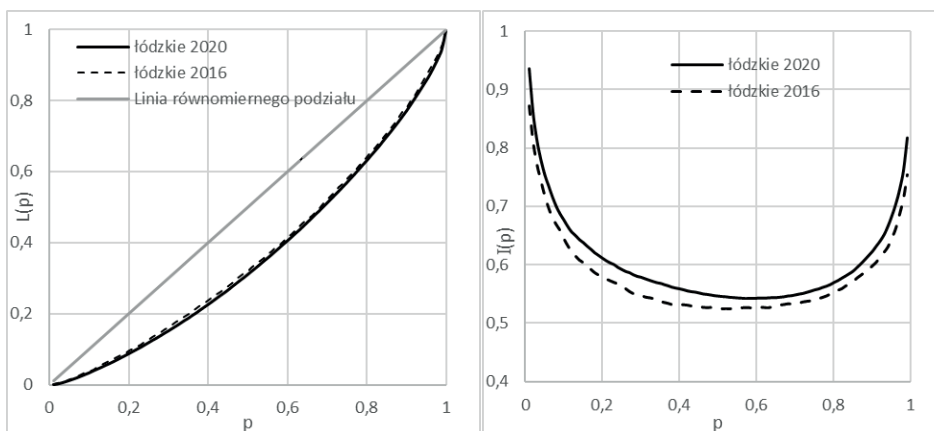
Tabela 3.11 (cd.)

Rok	Grupa społeczno-ekonomiczna	Miary nierówności		
		\hat{G}	\hat{I}	\hat{K}
2018	Pracownicy	0,233	0,537	0,213
	Rolnicy	0,437	0,765	0,053
	Pracujący na własny rachunek	0,325	0,655	0,106
	Emeryci i renciści	0,230	0,524	0,235
	Niezarobkowe źródła	0,318	0,663	.
	Ogółem	0,272	0,596	0,168
2019	Pracownicy	0,286	0,602	0,162
	Rolnicy	0,506	0,819	0,027
	Pracujący na własny rachunek	0,292	0,615	0,135
	Emeryci i renciści	0,238	0,540	0,220
	Niezarobkowe źródła	0,305	0,646	.
	Ogółem	0,307	0,637	0,135
2020	Pracownicy	0,224	0,529	0,211
	Rolnicy	0,549	0,832	0,029
	Pracujący na własny rachunek	0,336	0,665	0,110
	Emeryci i renciści	0,236	0,533	0,219
	Niezarobkowe źródła	0,315	0,661	.
	Ogółem	0,282	0,613	0,150

Źródło: obliczenia własne.

W latach 2019 i 2020 w województwie łódzkim zaobserwowano większe nierówności dochodowe ogółem, niż na początku analizowanego okresu, czyli w roku 2016 (por. tab. 3.11; rys. 3.16). Informują o tym zarówno syntetyczne wskaźniki nierówności, które wzrosły w badanym okresie ($G_{2016}=0,278$, $G_{2019}=0,307$, $G_{2020}=0,282$; $I_{2016}=0,603$, $I_{2019}=0,637$, $I_{2020}=0,613$), jak i krzywe koncentracji Lorenza i Zengi, które pokazują zmiany nierówności w różnych częściach rozkładu. Zmiany te są szczególnie widoczne dla bardziej wrażliwego indeksu Zengi, dla którego krzywa koncentracji w roku 2020 leży w całości powyżej krzywej dla roku 2016 (rys. 3.16, panel prawy). Największy wzrost nierówności zaobserwowano w drugim, trzecim i czwartym decylnym rozkładu. Przebieg krzywych koncentracji Lorenza (rys. 3.16, panel lewy) nie pokazuje większych różnic, co jest związane z charakterystyką tej miary i jej wymuszonym przebiegiem.

Na podstawie analizy dochodów ekwiwalentnych w skrajnych częściach rozkładu, odpowiadających pierwszej i dziewiątej grupie decylowej, zauważamy, że począwszy od roku 2017 w województwie łódzkim następował wzrost dysproporcji między najbogatszymi i najbiedniejszymi (tab. 3.11). Największe dysproporcje zaobserwowano w roku 2019, zaś najmniejsze w roku 2017. Wskaźnik ten dla ostatniego roku analizy wynosi $K_{2020} = 0,15$; można więc powiedzieć, że udział dochodów gospodarstw domowych należących do pierwszej (najniższej) grupy decylowej to jedynie 15% sumy dochodów gospodarstw domowych należących do dziesiątej (najwyższej) grupy decylowej.



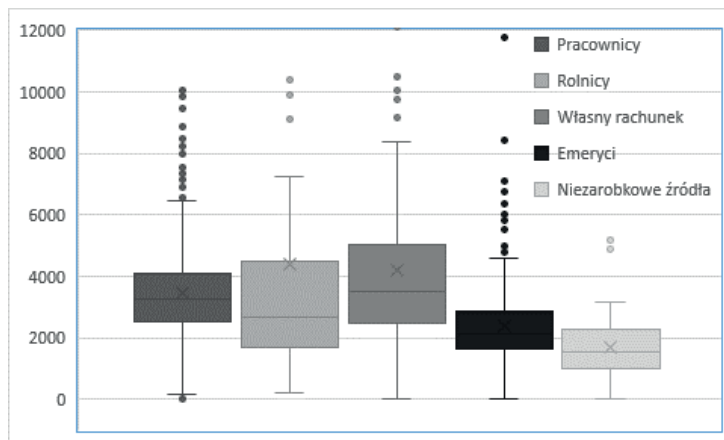
Rysunek 3.16. Krzywe koncentracji Lorenza i Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim w 2016 i 2020 roku

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 3.17 przedstawia różnice w empirycznych rozkładach dochodów dla pięciu grup społeczno-ekonomicznych, jakie zaobserwowano w roku 2020 na podstawie BGD.

Analizując wykresy pudełkowe można zauważyć, że porównywane grupy gospodarstw domowych bardzo się różnią z punktu widzenia średniego poziomu dochodów, a także dyspersji i asymetrii rozkładu. Najbogatsze grupy gospodarstw domowych, czyli gospodarstwa *Rolników i Pracujących na własny rachunek*, wykazują jednocześnie najwyższą dyspersję oraz asymetrię o kierunku dodatnim. Z kolei rozkład największej grupy, czyli *Pracowników* jest prawie symetryczny, co widać także na rysunku 3.15,

przedstawiającym aproksymację rozkładów dochodów dwóch największych grup społeczno-ekonomicznych oraz dochodów ogółem za pomocą modelu Daguma. Rozkłady dochodów ekwiwalentnych najbiedniejszych grup, wyodrębnionych z populacji gospodarstw domowych województwa łódzkiego, czyli *Emerytów i Rencistów* oraz *Niezarobkowych źródeł utrzymania*, cechuje niewielka dyspersja, jednak w przypadku *Emerytów i Rencistów* widoczne są obserwacje odstające, znacznie przekraczające typowy obszar zmienności.

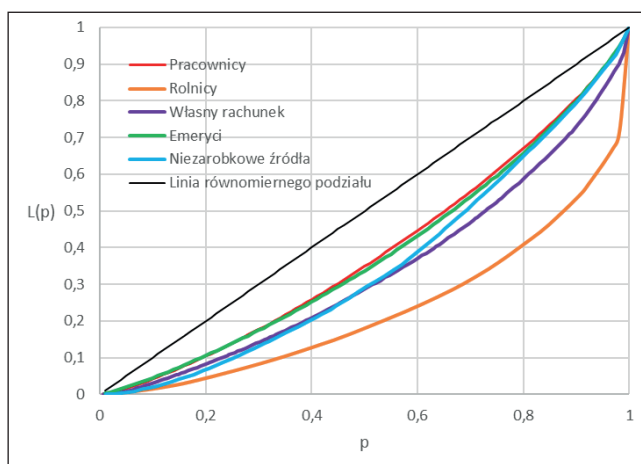


Rysunek 3.17. Rozkłady dochodów ekwiwalentnych dla grup społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.

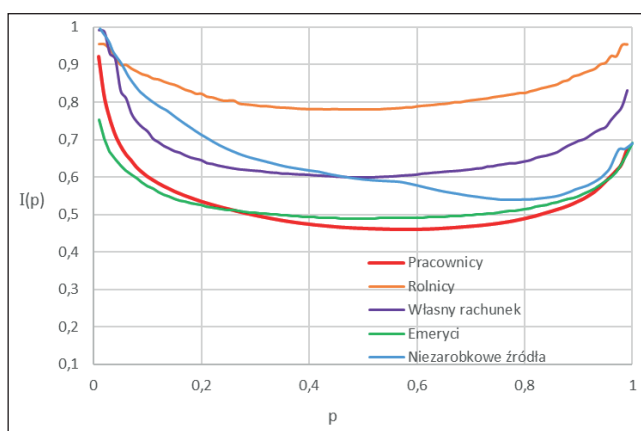
Więcej informacji na temat nierównomierności rozkładów dochodów w porównywanych populacjach gospodarstw domowych uzyskano na podstawie rysunków 3.18 i 3.19, prezentujących przebiegi krzywych Lorenza i Zengi dla grup społeczno-ekonomicznych dla roku 2020. Wykresy krzywych Lorenza i Zengi pokazują poziom koncentracji dochodów dla różnych kwantyli rzędu $p \in [0; 1]$. Analizując te wykresy można zauważyć znaczne rozbieżności między poziomami nierównomierności rozkładów.

Największe nierównomierności obserwuje się w grupie *Rolników*, a najmniejsze w grupach *Pracowników* oraz *Emerytów i rencistów*. Podobnie przedstawiają się wykresy krzywych Lorenza i Zengi dla innych rozpatrywanych lat. Można zauważyć, że w przypadku grup *Pracujący na własny rachunek* oraz *Niezarobkowe źródła utrzymania* krzywe koncentracji Zengi przecinają się w 47 percentylu rozkładu, czyli dla dochodów $y_{0,47}$.



Rysunek 3.18. Krzywe koncentracji Lorenza dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.19. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.

Można więc stwierdzić, że mimo zbliżonego poziomu mierników syntetycznych – np. indeksy Zengi dla tych grup wynoszą odpowiednio 0,665 i 0,661, nierównomierność rozkładu dochodów *Niezarobkowych źródeł utrzymania* jest wyższa dla dochodów $y < y_{0,47}$, natomiast dla $y > y_{0,47}$ większą nierówność obserwujemy dla dochodów *Pracujących na własny rachunek*. Można to wyjaśnić specyfiką tej grupy dochodowej, która charakteryzuje się

tw. grubym ogonem ze względu na występowanie szczególnie wysokich dochodów dla niektórych przedsiębiorców zawierających tzw. kontrakty menedżerskie oraz przedstawicieli tzw. wolnych zawodów. Z kolei utrzymujący się z zasiłków i innych świadczeń społecznych są bardziej zróżnicowani w niższych grupach, głównie ze względu na pobieranie lub niepobieranie świadczeń społecznych, takich jak Rodzina 500+.

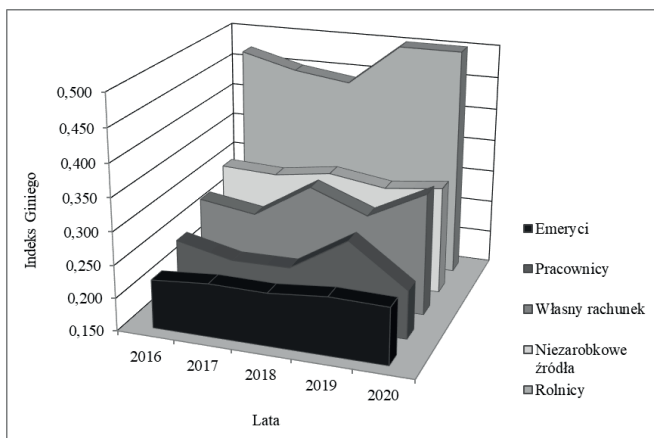
Ciekawy przebieg krzywych Zengi obserwuje się także w grupach gospodarstw domowych *Pracowników* oraz *Emerytów i rencistów*. Nierówność grupy *Emerytów i rencistów* jest większa dla $y < y_{0,25}$, natomiast w kolejnych grupach kwartylowych *Pracownicy* są bardziej zróżnicowani. Zjawisko to można wyjaśnić znaczną różnorodnością zawodów powodujących dywersyfikację dochodów osobistych w grupie pracowników ale także większym zróżnicowaniem składu gospodarstwa domowego.

Krzywe Lorenza (rys. 3.18) znacznie mniej się różnią – wyraźnie odseparowaną grupę stanowią jedynie *Rolnicy*. Potwierdza to zauważoną małą wrażliwość tej funkcji na zmiany nierówności, związaną z jej wymuszonym przebiegiem.

Na rysunkach 3.20–3.22 przedstawiono oszacowane miary nierówności dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim – syntetyczne indeksy Giniego i Zengi oraz wskaźnik zróżnicowania skrajnych części rozkładu dla różnych grup społeczno-ekonomicznych, w analizowanym okresie, czyli latach 2016–2020. Można zauważyć, że poza grupą *Pracowników*, nierówności w roku 2020 były wyższe niż na początku analizy. Nierówności w grupie *Pracowników*, po wzroście w roku 2019, znacząco spadły w okresie pandemii, podczas gdy w tym samym czasie dla *Pracujących na własny rachunek* zauważono odwrotną tendencję, co mogłoby świadczyć, że tarcza antykryzysowa spowodowała w tej grupie znaczną dywersyfikację dochodów. Najbardziej stabilna była nierównomierność rozkładu dochodów *Niezarobkowych źródeł utrzymania*.

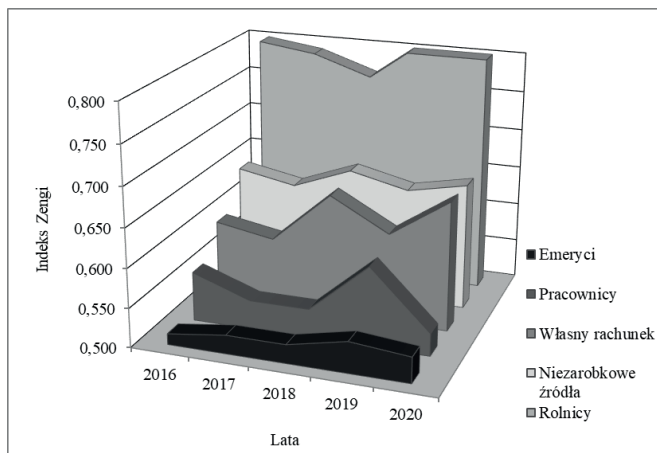
Ponadto, zmiany nierówności w grupach społeczno-ekonomicznych w roku 2020 (por. wartości indeksów Giniego i Zengi – tab. 3.11, rys. 3.20, 3.21) doprowadziły do zmiany uporządkowania grup pod względem nierówności dochodowych. Dochody *Pracowników* stały się mniej zróżnicowane niż *Emerytów i rencistów*, a dochody utrzymujących się z *Niezarobkowych źródeł* wykazały mniejszą nierówność niż dochody *Pracujących na własny rachunek*. Jednocześnie grupy społeczno-ekonomiczne *Pracow-*

ników i Emerytów i rencistów stały się do siebie bardziej podobne, podobnie jak grupy Pracujących na własny rachunek i Niezarobkowych źródeł utrzymania. Grupą wyraźnie odseparowaną pod względem poziomu nierówności pozostali Rolnicy. Można zauważyć, że mimo różnic w pomiarze nierówności, oba podejścia – Giniego i Zengi, pokazują podobne relacje nierówności rozkładów dochodu dla badanych podpopulacji.



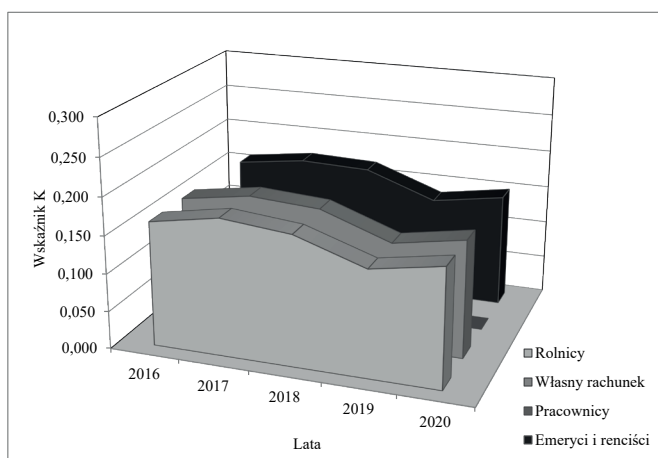
Rysunek 3.20. Indeks Giniego dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.21. Indeks Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.22. Wskaźnik zróżnicowania skrajnych części rozkładu dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w latach 2016–2020

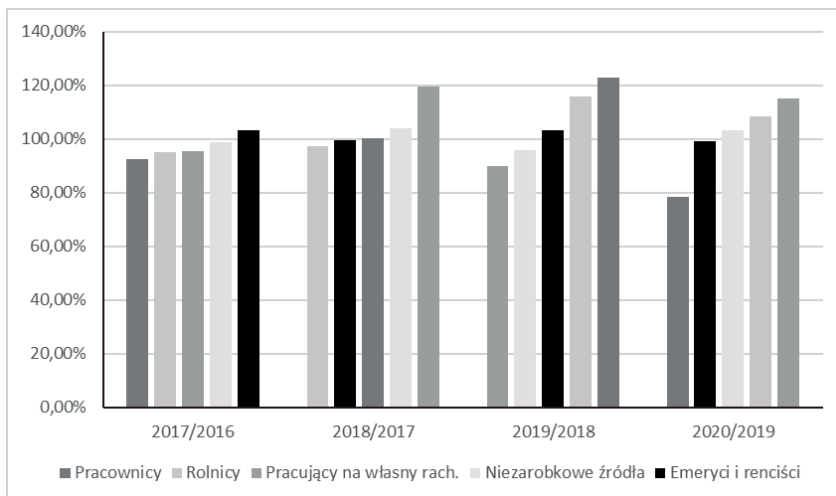
Źródło: opracowanie własne.

Zmiany zauważone na rysunkach 3.20 i 3.21 są także widoczne na rysunku 3.22, przedstawiającym zmiany dysproporcji między najbiedniejszymi i najbogatszymi, mierzone za pomocą wskaźnika zróżnicowania skrajnych części rozkładu K . Na rysunku 3.22 nie przedstawiono oszacowań wskaźnika K dla grupy gospodarstw domowych utrzymujących się z niezarobkowych źródeł, ze względu na małą liczebność próby dla tej podpopulacji.

We wszystkich grupach, poza najliczniejszą grupą gospodarstw domowych *Pracowników*, zaobserwowano spadek wartości wskaźnika K , co oznacza, że w grupach tych dysproporcje między najbogatszymi a najbiedniejszymi wzrosły. Warto także podkreślić, że najmniejsza nierówność między skrajnymi dochodami występuje w grupie *Emerytów i rencistów*, zaś największa w grupie *Rolników*, w której w 2020 roku dochody najbiedniejszych 10% gospodarstw stanowiły jedynie 2,9% dochodów 10% najbogatszych gospodarstw domowych.

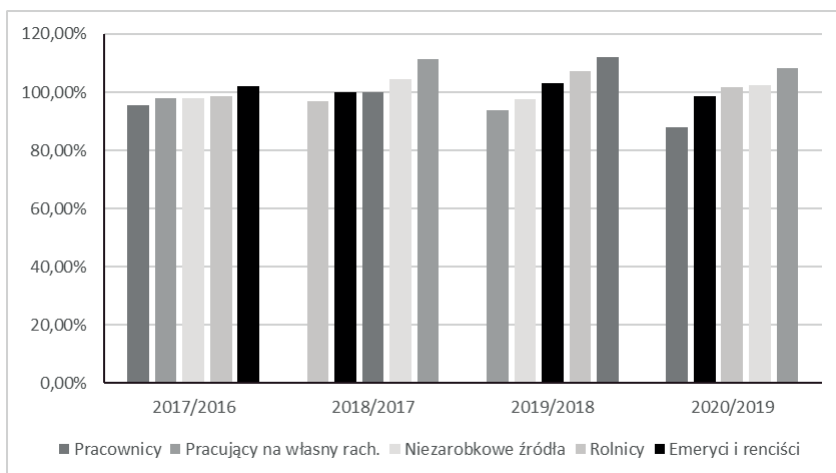
W celu dokładniejszej analizy zmian indeksów Giniego i Zengi w badanym okresie wyznaczono indeksy łańcuchowe, a ich wartości zilustrowano na rysunkach 3.23–3.24. W roku 2017 w porównaniu z rokiem 2016, we wszystkich grupach społeczno-ekonomicznych, poza grupą *Emerytów i rencistów*, zanotowano kilkuprocentowe spadki nierówności ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych. W kolejnych latach liczba

grup, w których nierówności wzrastały w stosunku do roku poprzedniego zwiększała się. Największe zmiany indeksów Giniego i Zengi z roku na rok widoczne są w grupach: *Pracowników i Pracujących na własny rachunek*.



Rysunek 3.23. Zmiany indeksu Giniego dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.24. Zmiany indeksu Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych

Źródło: opracowanie własne.

3.5. Ubóstwo w województwie łódzkim

Z poziomem nierównomierności rozkładu dochodów jest powiązany poziom ubóstwa materialnego, który analizowano wykorzystując wybrane wskaźniki skonstruowane w oparciu o próg ubóstwa.

Jako próg ubóstwa przyjęto, zgodnie z podejściem Eurostatu, 60% mediany dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych w Polsce. Wartości progów, oszacowane w oparciu o próby pochodzące z badań BGD, dla poszczególnych lat przedstawione zostały w tabeli 3.12. W analizowanych latach nastąpił wzrost wartości granicy ubóstwa, ze względu na wzrost mediany rozkładu dochodów. Średnie tempo zmian wielkości progu ubóstwa wyniosło 7,78%.

Tabela 3.12. Granice ubóstwa w latach 2016–2020

Granica ubóstwa	Rok				
	2016	2017	2018	2019	2020
\hat{y}_p^*	1343,09	1442,50	1530,00	1665,00	1784,01

Źródło: opracowanie własne.

Wyznaczone granice ubóstwa wykorzystano do zbadania częstotliwości, głębokości i dotkliwości ubóstwa w województwie łódzkim i poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych poprzez oszacowania wskaźnika zagrożenia ubóstwem – \hat{W}_p (wzór 2.40) indeksu luki dochodowej – $\hat{P}\hat{G}_p$ (wzór 2.44) oraz indeksu kwadratu luki dochodowej – $\hat{P}\hat{S}_p$ (wzór 2.46). Wartości obliczonych miar ubóstwa przedstawione zostały w tabeli 3.13 oraz na rysunkach 3.25–3.28.

Tabela 3.13. Oszacowania miar ubóstwa gospodarstw domowych w województwie łódzkim

Rok	Grupa społeczno-ekonomiczna	Miary ubóstwa		
		\hat{W}_p	$\hat{P}\hat{G}_p$	$\hat{P}\hat{S}_p$
2016	Pracownicy	0,073	0,248	0,114
	Rolnicy	0,284	0,413	0,219
	Pracujący na własny rachunek	0,111	0,197	0,069
	Emeryci i renciści	0,213	0,189	0,055
	Niezarobkowe źródła	0,585	0,400	0,215
	Ogółem	0,154	0,252	0,106

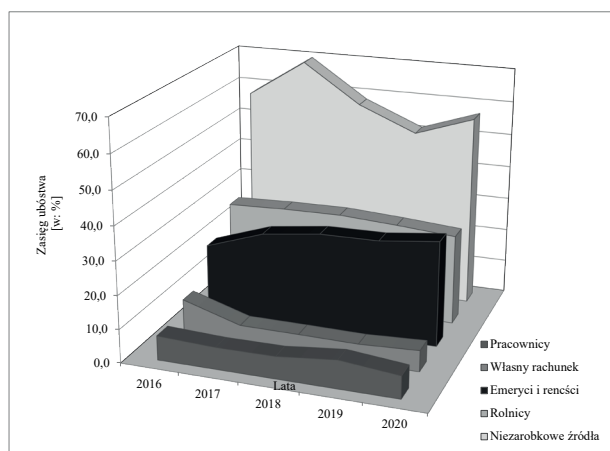
Rok	Grupa społeczno-ekonomiczna	Miary ubóstwa		
		\hat{W}_p	\hat{PG}_p	\hat{PS}_p
2017	Pracownicy	0,066	0,240	0,113
	Rolnicy	0,290	0,425	0,283
	Pracujący na własny rachunek	0,058	0,317	0,181
	Emeryci i renciści	0,271	0,182	0,053
	Niezarobkowe źródła	0,696	0,351	0,173
	Ogółem	0,168	0,233	0,097
2018	Pracownicy	0,067	0,238	0,112
	Rolnicy	0,292	0,406	0,213
	Pracujący na własny rachunek	0,057	0,383	0,259
	Emeryci i renciści	0,293	0,190	0,057
	Niezarobkowe źródła	0,582	0,356	0,190
	Ogółem	0,174	0,233	0,095
2019	Pracownicy	0,085	0,202	0,080
	Rolnicy	0,282	0,381	0,207
	Pracujący na własny rachunek	0,055	0,364	0,159
	Emeryci i renciści	0,295	0,208	0,068
	Niezarobkowe źródła	0,511	0,374	0,198
	Ogółem	0,184	0,240	0,097
2020	Pracownicy	0,068	0,269	0,149
	Rolnicy	0,269	0,340	0,186
	Pracujący na własny rachunek	0,063	0,465	0,347
	Emeryci i renciści	0,315	0,203	0,066
	Niezarobkowe źródła	0,570	0,395	0,215
	Ogółem	0,174	0,255	0,116

Źródło: obliczenia własne.

W obliczu istotnych zmian granicy ubóstwa, wynikających z poprawy sytuacji ekonomicznej w całym kraju, począwszy od roku 2017 w województwie łódzkim obserwuje się wzrost zagrożenia ubóstwem, co jest konsekwencją wzrostu nierówności dochodowych, który był najbardziej widoczny w grupach skrajnych. Wzrost ten można zinterpretować jako cenę szybszego wzrostu gospodarczego, który prowadził do nadganiań różnic w poziomie wynagrodzeń w województwie łódzkim w stosunku do całego kraju ale jednocześnie spowodował relatywne pogorszenie

sytuacji najniższych grup dochodowych w stosunku do rosnącej grupy najbogatszych. W roku 2016, w województwie łódzkim było 15,4% gospodarstw domowych o dochodach ekwiwalentnych poniżej progu ubóstwa, w roku 2019 odsetek ten wzrósł do poziomu 18,4%, podczas gdy w roku 2020 nastąpił nieznaczny spadek odsetka gospodarstw ubogich, o 1 p.p.

Zmiany zasięgu ubóstwa w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych, w latach 2016–2020 przedstawione zostały również na rysunku 3.25, natomiast procentowe zmiany z roku na rok zaprezentowane zostały na rysunku 3.26.



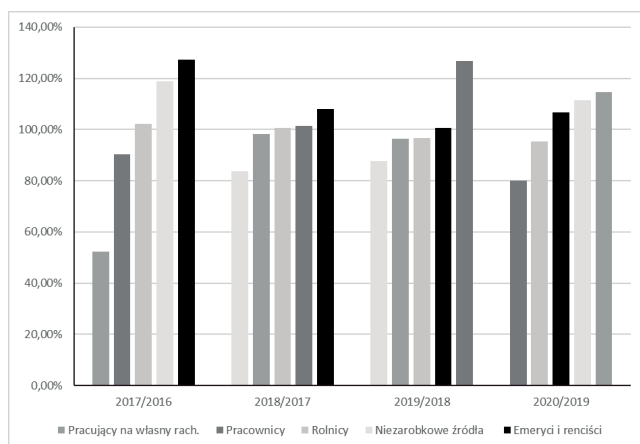
Rysunek 3.25. Zasięg ubóstwa w województwie łódzkim w latach 2016–2020 w grupach społeczno-ekonomicznych

Źródło: obliczenia własne.

Największy procent gospodarstw o dochodach poniżej progu ubóstwa zaobserwowano w grupie utrzymujących się z niezarobkowych źródeł. W 2017 roku wskaźnik ten był bliski 70% i spadał co roku, osiągając wartość najmniejszą 51,1% w 2019 roku, ale w ostatnim analizowanym roku ponownie wzrósł do 57%. W grupie *Emerytów i rencistów* odsetek gospodarstw ubogich nieznacznie wzrastał, natomiast w grupie *Pracujących na własny rachunek* wahania były niewielkie i w kolejnych latach wartości wskaźnika były niższe niż w roku 2016.

W roku 2020 w porównaniu z 2019 zasięg ubóstwa w województwie łódzkim zmalał o 5,4%, przy czym w grupie *Pracowników*, aż o 20%, a w grupie *Rolników* o 4,6% (rys. 3.26). W pozostałych grupach społecz-

no-ekonomicznych zaobserwowano wzrost odsetka gospodarstw domowych o dochodach ekwiwalentnych poniżej 60% mediany. Największe wahania z roku na rok obserwuje się w grupach *Pracowników* oraz *Pracujących na własny rachunek*. Grupa *Emerytów i rencistów* jest jedyną grupą, w której zasięg ubóstwa w analizowanym okresie wzrastał z roku na rok. Zmiany te były czasem niewielkie – 0,7% w roku 2019 w porównaniu z 2018, ale w roku 2017 w porównaniu z 2016 wzrost był aż o 27,3%.

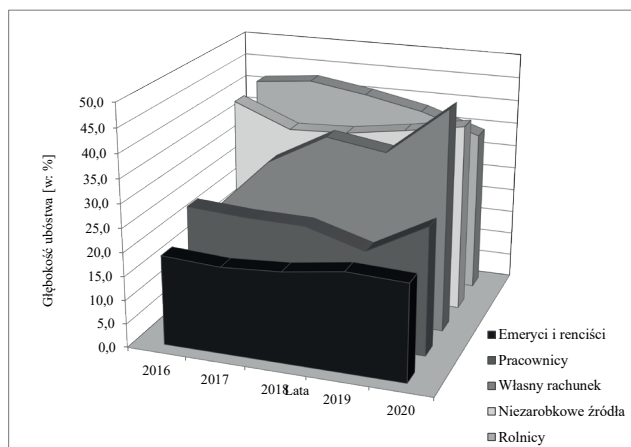


Rysunek 3.26. Indeksy łańcuchowe, określające zmiany zasięgu ubóstwa z roku na rok w województwie łódzkim i w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych

Źródło: obliczenia własne.

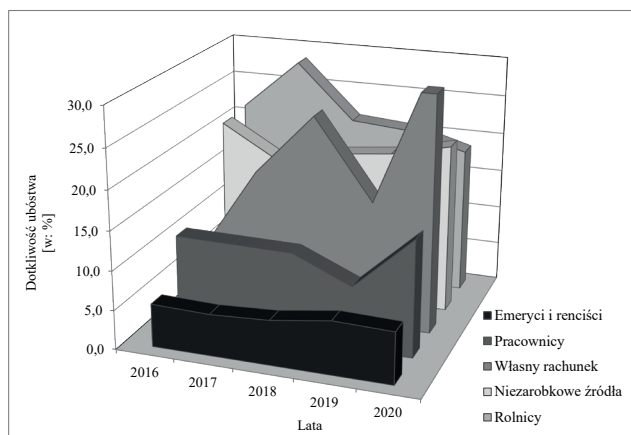
Niekorzystnemu wzrostowi wskaźnika zagrożenia ubóstwem towarzyszyły zmiany pozostałych wymiarów ubóstwa, czyli jego głębokości i dotkliwości (rys. 3.27, 3.28). Wskaźnik \widehat{PG}_p , mierzący głębokość ubóstwa w kategoriach dystansu między dochodami ekwiwalentnymi ubogich gospodarstw domowych a granicą ubóstwa, nie ulegał znaczącym zmianom z roku na rok. Interpretując jego wartość pomnożoną przez przyjętą granicę ubóstwa jako minimalną kwotę, która musiałaby być przekazana ubogim, aby zjawisko ubóstwa było zlikwidowane należy stwierdzić, że najtrudniej byłoby zlikwidować ubóstwo w 2020 roku w grupie *Niezarobkowych źródeł* i *Rolników*. W grupach tych dochody ubogich gospodarstw domowych były, odpowiednio, o prawie 40% i 34% niższe niż 60%

mediany, przy czym dla ogółu gospodarstw wskaźnik ten wynosił 25%. W analizowanych latach dotkliwość ubóstwa była najmniejsza i względnie stabilna w grupie *Emerytów i rencistów*; w pozostałych grupach ulegała większym wahaniom – szczególnie dużym wzrostem wskaźnika dotkliwości ubóstwa w ostatnim roku analizy charakteryzowała się grupa *Pracujących na własny rachunek*.



Rysunek 3.27. Głębokość ubóstwa w grupach społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.28. Dotkliwość ubóstwa w grupach społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim

Źródło: opracowanie własne.

3.6. Zamożność w województwie łódzkim

W badaniach rozkładów ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim rozważano również zamożne gospodarstwa domowe, czyli osiągające miesięczne dochody ekwiwalentne powyżej granicy zamożności. Jako granice zamożności przyjęto wartość dwukrotności ($\hat{y}_r^{*(1)} = 2Me$) oraz trzykrotności mediany ($\hat{y}_r^{*(2)} = 3Me$) ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w całej Polsce, przy czym czasem przyjmuje się, że dochody powyżej dwukrotności mediany dotyczą także gospodarstw zaliczanych do tzw. klasy średniej. Wielkości granic zamożności dla analizowanych lat przedstawione zostały w tabeli 3.14, natomiast wielkości wybranych miar bogactwa dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim w tabelach 3.15 i 3.16.

Tabela 3.14. Granice bogactwa w latach 2016–2020

Granica bogactwa	Rok				
	2016	2017	2018	2019	2020
$\hat{y}_r^{*(1)}$	4476,970	4808,326	5100,000	5550,000	5946,708
$\hat{y}_r^{*(2)}$	6715,460	7212,489	7650,000	8325,000	8920,062

Źródło: opracowanie własne.

Odsetek zamożnych gospodarstw domowych w województwie łódzkim ulegał wahaniom, ale raczej z tendencją spadkową, szczególnie w przypadku granicy ustalonej na poziomie dwóch median. W roku 2016 gospodarstwa domowe o dochodach ekwiwalentnych przekraczających dwie mediany stanowiły 6,6%, a w 2020 4,9% ogółu gospodarstw województwa łódzkiego. Spadek ten jest zjawiskiem niepokojącym.

Gospodarstwa domowe o dochodach powyżej trzech median stanowiły niewielki odsetek, czyli 1,0%–1,4% ogółu gospodarstw i ich udział był raczej stabilny w każdym z analizowanych okresów. Największy procent zamożnych obserwuje się w grupach *Pracujących na własny rachunek* i *Rolników*, natomiast najmniejszy w grupach gospodarstw o *Niezabrowkowych źródłach utrzymania* oraz *Emerytów i rencistów*.

Tabela 3.15. Oszacowania miar bogactwa gospodarstw domowych w województwie łódzkim, przy $\hat{y}_r^{(1)}$

Rok	Grupa społeczno-ekonomiczna	Miary bogactwa	
		\hat{W}_r	$\hat{R}G_z$
2016	Pracownicy	0,091	0,295
	Rolnicy	0,173	0,885
	Pracujący na własny rachunek	0,148	0,353
	Emeryci i renciści	0,010	0
	Niezarobkowe źródła	0	0
	Ogółem	0,066	0,360
2017	Pracownicy	0,061	0,298
	Rolnicy	0,155	0,725
	Pracujący na własny rachunek	0,172	0,367
	Emeryci i renciści	0,014	0,196
	Niezarobkowe źródła	0,014	0,025
	Ogółem	0,053	0,341
2018	Pracownicy	0,080	0,258
	Rolnicy	0,092	1,018
	Pracujący na własny rachunek	0,141	0,671
	Emeryci i renciści	0,014	0,204
	Niezarobkowe źródła	0,007	0,348
	Ogółem	0,057	0,355
2019	Pracownicy	0,065	0,903
	Rolnicy	0,187	1,091
	Pracujący na własny rachunek	0,156	0,409
	Emeryci i renciści	0,012	0,301
	Niezarobkowe źródła	0,011	0,116
	Ogółem	0,056	0,784
2020	Pracownicy	0,056	0,306
	Rolnicy	0,149	1,742
	Pracujący na własny rachunek	0,159	0,635
	Emeryci i renciści	0,009	0,203
	Niezarobkowe źródła	0	0
	Ogółem	0,049	0,541

Źródło: obliczenia własne.

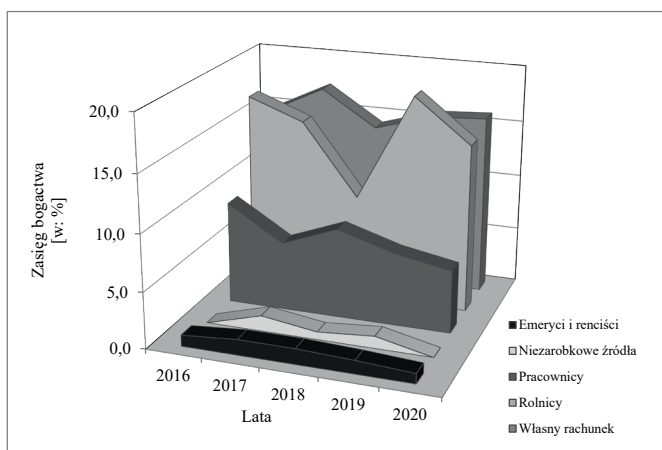
Tabela 3.16. Oszacowania miar bogactwa gospodarstw domowych w województwie łódzkim, przy $\hat{y}_r^{(2)}$

Rok	Grupa społeczno-ekonomiczna	Miary bogactwa	
		\hat{W}_r	\widehat{RG}_z
2016	Pracownicy	0,017	0,258
	Rolnicy	0,071	0,899
	Pracujący na własny rachunek	0,036	0,243
	Emeryci i renciści	0	0
	Niezarobkowe źródła	0	0
	Ogółem	0,014	0,386
2017	Pracownicy	0,011	0,203
	Rolnicy	0,070	0,527
	Pracujący na własny rachunek	0,035	0,417
	Emeryci i renciści	0,001	0,190
	Niezarobkowe źródła	0	0
	Ogółem	0,011	0,319
2018	Pracownicy	0,010	0,290
	Rolnicy	0,056	0,718
	Pracujący na własny rachunek	0,032	1,011
	Emeryci i renciści	0,002	0,180
	Niezarobkowe źródła	0	0
	Ogółem	0,010	0,510
2019	Pracownicy	0,015	1,902
	Rolnicy	0,066	1,500
	Pracujący na własny rachunek	0,038	0,418
	Emeryci i renciści	0,001	0
	Niezarobkowe źródła	0	0
	Ogółem	0,013	1,479
2020	Pracownicy	0,009	0,200
	Rolnicy	0,085	1,664
	Pracujący na własny rachunek	0,071	0,462
	Emeryci i renciści	0,001	0,316
	Niezarobkowe źródła	0	0
	Ogółem	0,013	0,659

Źródło: obliczenia własne.

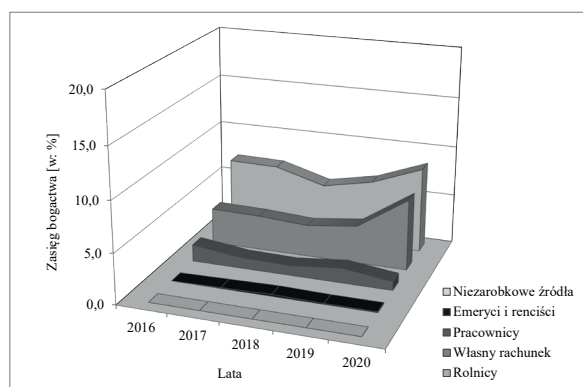
Zmiany zasięgu zamożności w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych przedstawione zostały na rysunkach 3.29 i 3.30. Do grup najbardziej stabilnych pod względem odsetka gospodarstw domowych o dochodach ekwiwalentnych przekraczających dwie mediany należeli *Emeryci i renciści* i utrzymujący się z *Niezarobkowych źródeł*. Dla tych grup odsetek zamożnych gospodarstw był jednak bardzo niewielki i oscylował około 1%, a czasem nawet był bliski 0%. W przypadku gospodarstw najbogatszych, czyli o dochodach przekraczających trzy mediany, zauważamy większą stabilność ich udziałów we wszystkich grupach społeczno-ekonomicznych. Pozytywnym zjawiskiem jest wzrost odsetka najbogatszych w 2020 roku w grupach *Rolników* i *Pracujących na własny rachunek*, ale niepokojącym jest jego spadek w grupie najliczniejszej, jaką są *Pracownicy*.

Analizę zasięgu bogactwa, analogicznie jak zasięgu ubóstwa, uzupełniono obliczeniami indeksów łańcuchowych, określających zmiany odsetka zamożnych gospodarstw domowych z roku na rok. Wartości indeksów łańcuchowych dla granicy bogactwa równej dwóm medianom dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych w całej Polsce przedstawione zostały na rysunku 3.31. Na rysunku nie uwzględniona została grupa gospodarstw domowych utrzymujących się z niezarobkowych źródeł ze względu na fakt, że liczba zamożnych gospodarstw w tej grupie bywa równa 0.



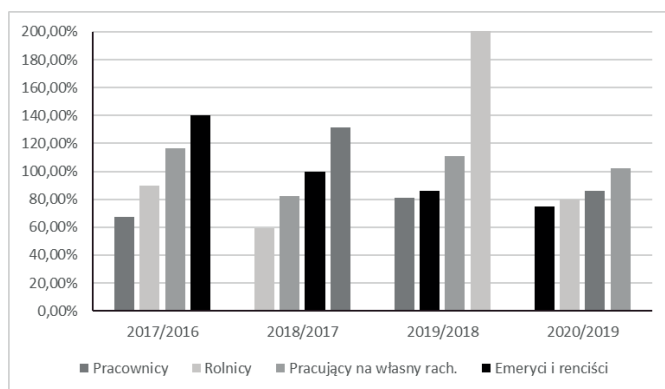
Rysunek 3.29. Zasięg bogactwa w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla granicy bogactwa $\hat{y}_r^{*(1)} = 2Me$

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.30. Zasięg bogactwa w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla granicy bogactwa $\hat{y}_r^{*(2)} = 3Me$

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3.31. Zmiany zasięgu bogactwa w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla granicy bogactwa $\hat{y}_r^{*(1)} = 2Me$

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie otrzymanych wyników można wnioskować, że w grupie *Emerytów i rencistów* z roku na rok maleje odsetek gospodarstw domowych osiągających dochody ekwiwalentne powyżej ustalonej granicy bogactwa, natomiast grupa *Rolników* charakteryzuje się największymi zmianami z roku na rok, pod względem zasięgu bogactwa.

Do analizy zamożności gospodarstw domowych w czasie wykorzystano również miernik zamożności $IS(p)$ określający udział sumy dochodów gospodarstw z górnej grupy kwantylowej (powyżej kwantyla rzędu p) w sumie dochodów wszystkich gospodarstw domowych

(wzór 2.52). Dla gospodarstw województwa łódzkiego jego wartości przedstawione zostały w tabeli 3.17.

Tabela 3.17. Wartości współczynnika $IS(p)$ dla gospodarstw domowych w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla wybranych grup kwantylowych

p	Rok				
	2016	2017	2018	2019	2020
0,90	0,273	0,265	0,268	0,307	0,275
0,95	0,167	0,156	0,168	0,200	0,171

Źródło: obliczenia własne.

Suma dochodów gospodarstw domowych z dziewiątej grupy decylowej, w analizowanym okresie, stanowiła od 26,5% do 30,7% sumy dochodów wszystkich gospodarstw domowych w województwie łódzkim, zaś suma dochodów 5% najbogatszych gospodarstw stanowiła od 15,6% do 20% sumy dochodów wszystkich gospodarstw domowych. Najwyższymi wskaźnikami charakteryzował się rok 2019, w którym 10% najbogatszych gospodarstw osiągnęło w sumie prawie 1/3 dochodów wszystkich gospodarstw, a 5% najbogatszych – 1/5 sumy dochodów.

W tabeli 3.18 podane zostały wartości miernika RIC (wzór 2.53) określające jak zmieniały się w czasie średnie dochody 90% gospodarstw „biedniejszych” w stosunku do średnich dochodów 10% najbogatszych.

Ujemne wartości wskaźnika świadczą w wzroście dysproporcji między średnimi dochodami 90% gospodarstw domowych o niższych dochodach w stosunku do 10% gospodarstw o najwyższych dochodach. Taka sytuacja miała miejsce w roku 2018 i 2019.

Tabela 3.18. Wartości współczynnika RIC dla gospodarstw domowych w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla $p=0,9$

Charakterystyki	Rok				
	2016	2017	2018	2019	2020
$\bar{M}(y, p)$	3234,971	3332,309	3498,438	3823,136	4230,865
$\bar{M}(y, p)$	10911,108	10825,61	11529,18	15249,250	14469,020
$\frac{\bar{M}(y, p)}{\bar{M}(y, p)}$	0,296	0,308	0,303	0,251	0,292
RIC	-	0,012	-0,005	-0,052	0,041

Źródło: obliczenia własne.

ROZDZIAŁ 4

Dochody gospodarstw domowych w województwie łódzkim na tle Polski

4.1. Analiza porównawcza charakterystyk liczbowych i funkcyjnych rozkładów dochodów

Pogłębiona interpretacja zmian dotyczących sytuacji dochodowej gospodarstw domowych w województwie łódzkim wiąże się z porównaniem charakterystyk liczbowych i funkcyjnych oraz miar nierówności, ubóstwa i bogactwa dla województwa łódzkiego z odpowiednimi wartościami uzyskanymi dla całego kraju. Zestawienie oszacowań podstawowych charakterystyk liczbowych dla województwa i całego kraju z podziałem na grupy społeczno-ekonomiczne, które otrzymano w oparciu o próby pochodzące z badania Budżetów Gospodarstw Domowych dla roku 2020 zawiera tabela 4.1.

Tabela 4.1. Podstawowe charakterystyki dochodów ekwiwalentnych dla grup gospodarstw domowych w Polsce i województwie łódzkim na podstawie prób z BGD* w 2020 roku

Grupa społeczno-ekonomiczna	Liczebność próby	Min. (w zł)	Max. (w zł)	Średnia (w zł)	Odchylenie stand. (w zł)	
Pracownicy	Ł	1040	1,4	13918,0	3466,7	1510,9
	P	15974	1,4	75526,3	3659,8	1993,0
Rolnicy	Ł	103	207,9	76426,9	4400,1	8701,5
	P	1217	11,3	334273,0	4524,3	11357,2
Pracujący na rachunek własny	Ł	135	28,3	30359,4	4219,8	3237,5
	P	2481	26,5	91923,9	4392,5	3785,7

Tabela 4.1 (cd.)

Grupa społeczno- -ekonomiczna		Liczebność próby	Min. (w zł)	Max. (w zł)	Średnia (w zł)	Odchylenie stand. (w zł)
Emeryci i renciści	Ł	729	10,6	11734,7	2401,4	1108,6
	P	12184	2,7	17554,2	2573,5	1199,0
Niezarobkowe źródła	Ł	61	7,2	5175,0	1683,9	1013,1
	P	928	7,2	15733,1	1896,0	1302,7
Ogółem	Ł	2068	1,4	76426,9	3134,2	2547,5
	P	32784	1,4	334273,0	3293,7	2974,4

* Uwzględniono tylko dochody większe od zera.

Źródło: opracowanie własne.

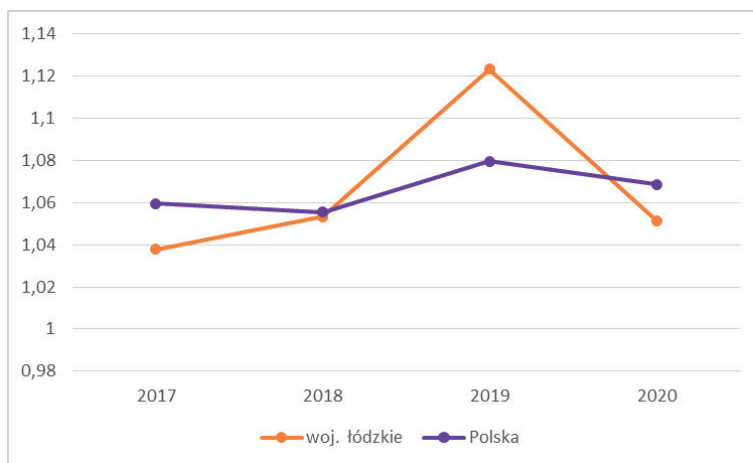
Wartości średnie miesięcznych dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych ogółem oraz w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych są niższe w województwie łódzkim niż w całej Polsce. W roku 2020 średni dochód ekwiwalentny gospodarstwa domowego w województwie łódzkim był o prawie 5% niższy niż w kraju. W latach wcześniejszych (2017, 2018), różnice te były większe, o 7% średni dochód w województwie był niższy niż w kraju (ale w 2019 roku tylko o 3,3%).

Na rysunku 4.1 przedstawiono zmiany przeciętnego miesięcznego dochodu ekwiwalentnego gospodarstw domowych w Polsce i w województwie łódzkim z roku na rok. Szczególnie istotny wzrost średniego dochodu zaobserwowano w 2019 roku w porównaniu z 2018. Polepszyło to sytuację gospodarstw domowych w województwie, zmniejszając różnice średnich dochodów w stosunku do średnich dochodów wszystkich gospodarstw w kraju.

Zróźnicowanie dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych w województwie i w Polsce jest bardzo duże, ale wartości względne są niższe w województwie łódzkim. W 2020 roku dla województwa łódzkiego odchylenie standardowe stanowiło 81% średniej arytmetycznej, a dla Polski 90% średniej.

Analizując, na przykładzie roku 2020, różnice w średnich dochodach w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych w województwie i kraju należy zauważyć, że najmniejsze różnice zaobserwowano w grupach *Rolników* i *Pracujących na własny rachunek*, natomiast największe

w grupie gospodarstw domowych utrzymujących się z *Niezarobkowych źródeł*. Zróżnicowanie dochodów mierzone współczynnikiem zmienności opartym na odchyleniu standardowym w niektórych grupach jest niemal identyczne w województwie i w Polsce, na przykład w grupie *Emerytów i rencistów*, ale w grupie *Rolników* istnieją znaczące różnice ze względu na występowanie dużych dochodów.



Rysunek 4.1. Zmiany przeciętnego miesięcznego dochodu ekwiwalentnego gospodarstw domowych w Polsce i w województwie łódzkim (rok poprzedni = 100)

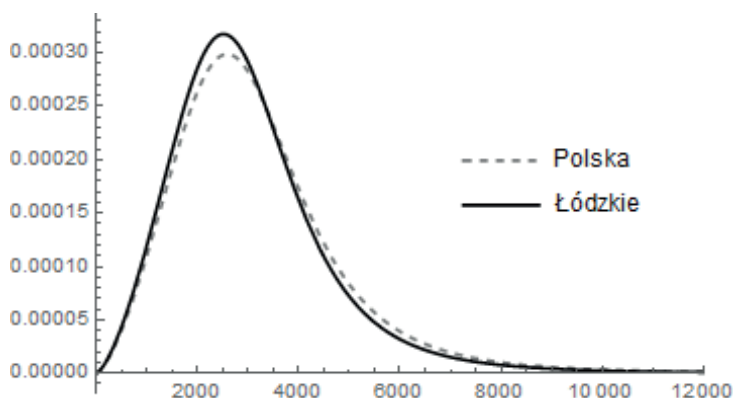
Źródło: opracowanie własne.

Analizy porównawcze uzupełniono aproksymacją rozkładów dochodów w Polsce i województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma, co pozwoliło na porównanie oszacowanych funkcji gęstości. Parametry rozkładów teoretycznych przedstawione zostały w tabeli 4.2, a wykres funkcji gęstości na rysunku 4.2.

Tabela 4.2. Oszacowania parametrów rozkładu Daguma dla Polski i województwa łódzkiego w 2020 roku

Gospodarstwa domowe	Parametry rozkładu		
	a	v	b
Polska	0,609	4,066	3508,050
Województwo łódzkie	0,584	4,250	3389,560

Źródło: obliczenia własne.



Rysunek 4.2. Funkcje gęstości rozkładów Daguma aproksymujących ekwiwalentne dochody gospodarstw domowych w Polsce i województwie łódzkim w 2020 roku

Źródło: opracowanie własne.

4.2. Porównanie nierówności rozkładów dochodów

W celu porównania nierówności dochodowych w województwie łódzkim i w Polsce oszacowano współczynniki Giniego i Zengi, wykorzystując dane BGD za lata 2016–2020. Wyniki otrzymane dla roku 2020 przedstawione zostały w tabeli 4.3. W zestawieniu uwzględniony został podział gospodarstw na grupy społeczno-ekonomiczne.

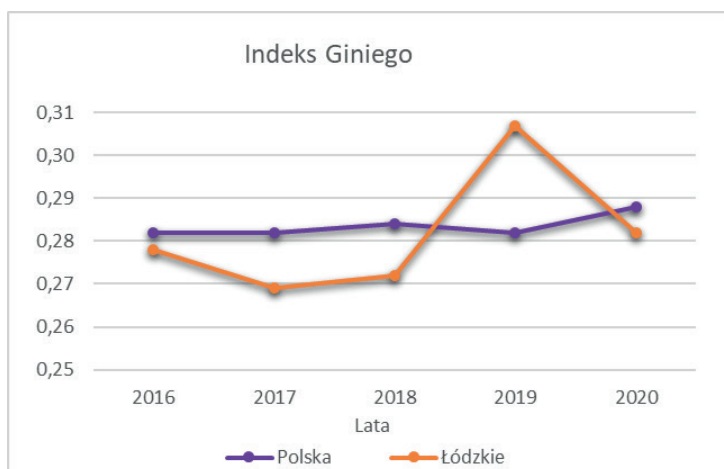
Tabela 4.3. Oszacowania miar nierówności rozkładów dochodów gospodarstw domowych według grup społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020

Grupa społeczno-ekonomiczna		Miary nierówności	
		\hat{G}	\hat{I}
Pracownicy	Ł	0,224	0,529
	P	0,248	0,572
Rolnicy	Ł	0,549	0,832
	P	0,513	0,829

Grupa społeczno-ekonomiczna		Miary nierówności	
		\hat{G}	\hat{I}
Pracujący na własny rachunek	Ł	0,336	0,665
	P	0,321	0,662
Emeryci i renciści	Ł	0,236	0,533
	P	0,240	0,547
Niezarobkowe źródła	Ł	0,311	0,663
	P	0,315	0,661
Ogółem	Ł	0,282	0,613
	P	0,288	0,624

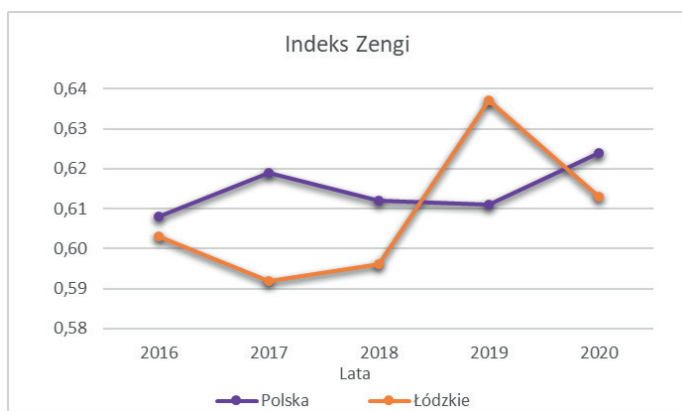
Źródło: opracowanie własne.

Na rysunkach 4.3 i 4.4 przedstawiono oszacowane wartości charakterystyk określających nierównomierność rozkładów w województwie łódzkim i w całym kraju na przestrzeni lat 2016–2020 w celu zobrazowania zmian indeksów Giniego i Zengi w analizowanym okresie. Okazuje się, że poziom nierówności dochodowych, względnie stabilny w całym kraju (szczególnie gdy był mierzony za pomocą indeksu Giniego), w województwie łódzkim podlegał znacznym wahaniom.



Rysunek 4.3. Współczynniki nierówności Giniego w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.

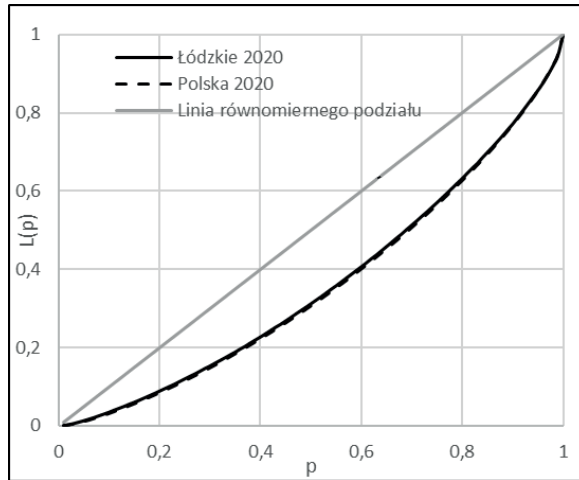


Rysunek 4.4. Współczynniki nierówności Zengi w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.

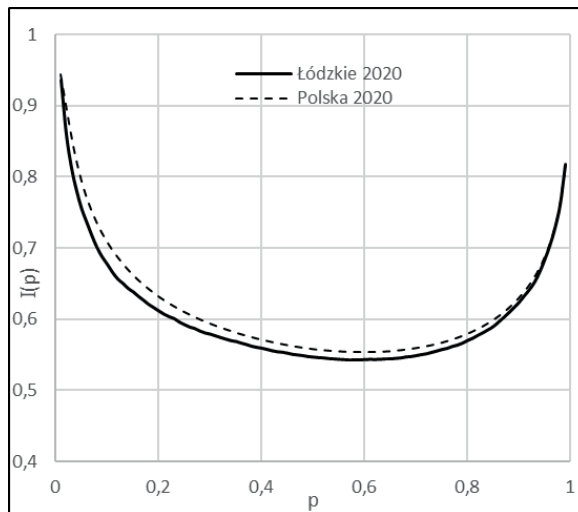
Zwiększenie się nierówności dochodowych obserwowane po 2019 roku można powiązać z kilkoma czynnikami. Po pierwsze od 2019 roku zaczęły wygasać zmniejszające rozwarstwienie efekty polityki społecznej państwa, w tym efekty programu „Rodzina 500+”, związane m.in. z rozszerzeniem świadczenia wychowawczego na pierwsze dziecko. Kolejnym czynnikiem był spadek przeciętnego wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw w województwie łódzkim, pogłębiony następnie pandemią COVID-19, przy jednoczesnym rozwarstwianiu się dochodów z działalności gospodarczej, spowodowanym z jednej strony bankructwem lub zawieszeniem działalności w niektórych branżach, w tym bardzo istotnej dla regionu gastronomii, z drugiej zaś wzrostem dochodów w innych.

Dalszym etapem analizy nierównomierności rozkładu dochodów w grupach gospodarstw domowych w województwie łódzkim i w Polsce było wyznaczenie krzywych Lorenza oraz krzywych Zengi, które mogą być wykorzystane do oceny poziomu nierówności dla różnych kwantyli dochodów. Krzywe Zengi ze względu na swoje własności mogą być traktowane jako punktowe miary nierówności i wykorzystane m.in. do oceny zmian nierównomierności w różnych częściach rozkładu w badanym okresie. Otrzymane rezultaty dla roku 2020 przedstawione zostały na rysunkach 4.5 i 4.6. Krzywe Lorenza dla gospodarstw domowych w województwie łódzkim i w Polsce pokrywają się, co potwierdza małą zmianę opartych na krzywych Lorenza indeksów Giniego.



Rysunek 4.5. Krzywe koncentracji Lorena dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.



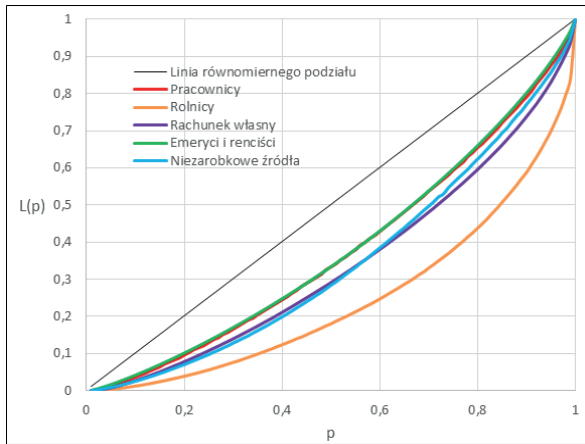
Rysunek 4.6. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.

Krzywe Zengi są wrażliwe nie tylko na zmiany w środkowych grupach decylnych, ale również w skrajnych częściach rozkładu i analizując ich kształt wnioskować można, że istnieją różnice w nierównościach

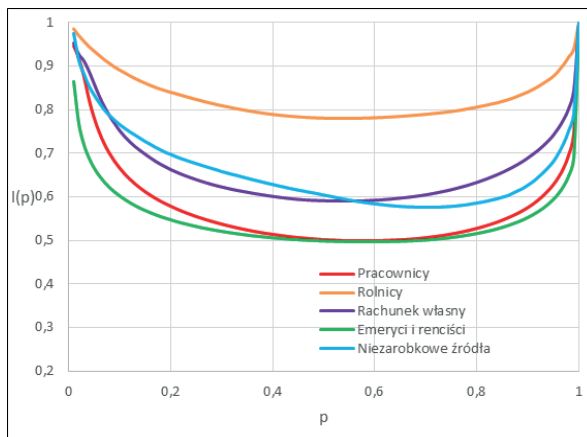
dochodowych oraz, że w województwie łódzkim, w 2020 roku nierówności dochodowe były mniejsze niż w Polsce. Największe różnice w dochodach obserwuje się dla gospodarstw domowych najbardziej ubogich.

Na rysunkach 4.7 i 4.8 przedstawione zostały krzywe Lorentza oraz krzywe Zengi dla dochodów gospodarstw domowych różnych grup społeczno-ekonomicznych w Polsce w roku 2020.



Rysunek 4.7. Krzywe koncentracji Lorentza dla dochodów ekwiwalentnych w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.

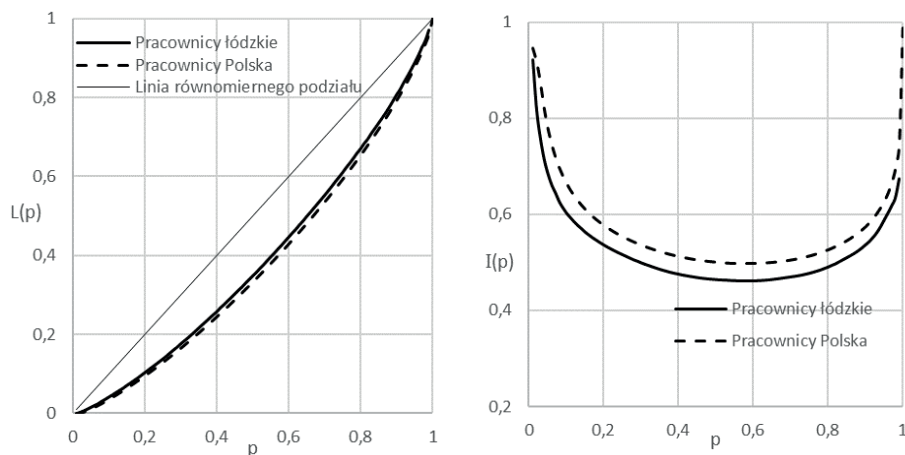


Rysunek 4.8. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.

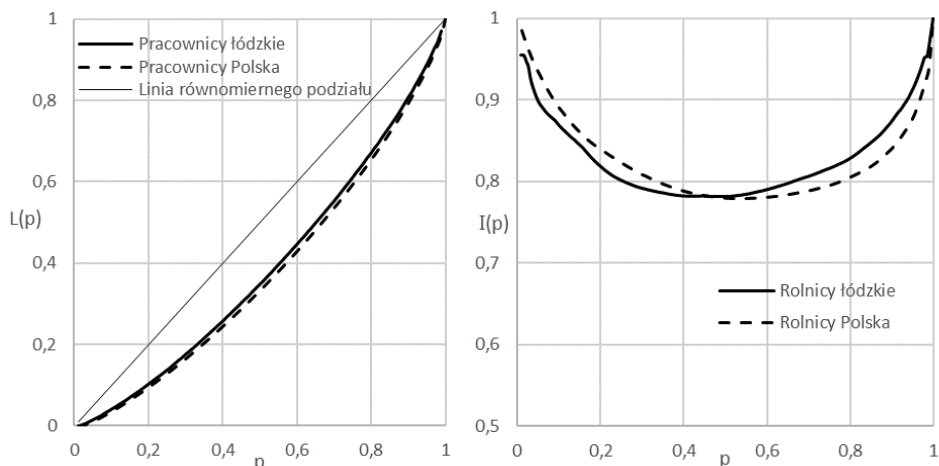
Z rysunków 4.7 i 4.8 wynika, że największe nierówności wystąpiły w grupie *Rolników*, a kolejnymi grupami z dużymi nierównościami dochodowymi byli *Pracujący na własny rachunek* i utrzymujący się z *Niezarobkowych źródeł*, analogicznie jak dla gospodarstw województwa łódzkiego (rys. 3.17, 3.18). W przypadku gospodarstw domowych w całym kraju, podobnie jak w przypadku województwa łódzkiego można zauważyć, że dla grup *Pracujący na własny rachunek* oraz *Niezarobkowe źródła utrzymania* krzywe koncentracji przecinają się (dla województwa łódzkiego w 47 percentylu, a dla Polski w 56 percentylu rozkładu), co świadczy o tym, że nierównomierność rozkładu dochodów *Niezarobkowych źródeł utrzymania* jest wyższa w stosunku do *Pracujących na własny rachunek* dla dochodów poniżej 56 percentyla, natomiast dla dochodów powyżej 56 percentyla obserwuje się większą nierówność dla *Pracujących na własny rachunek*.

Na rysunkach 4.9 oraz 4.10 przedstawiono krzywe koncentracji Lorenza i Zengi dla dwóch grup: *Pracowników* i *Rolników* w województwie łódzkim i w Polsce. Grupę *Pracownicy* wybrano ze względu na fakt, że jest ona najliczniejsza, a *Rolników* ponieważ zaobserwowano w tej grupie największe nierówności dochodowe. Po raz kolejny możemy zauważyć niewielką wrażliwość krzywych Lorenza na wykrywanie nierówności dochodowych między porównywanymi rozkładami oraz zmian nierówności w czasie, co wynika z ich wymuszonego przebiegu.



Rysunek 4.9. Krzywe koncentracji Lorenza i Zengi dla dochodów ekwiwalentnych *Pracowników* w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 4.10. Krzywe koncentracji Lorenza i Zengi dla dochodów ekwiwalentnych *Rolników* w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020

Źródło: opracowanie własne.

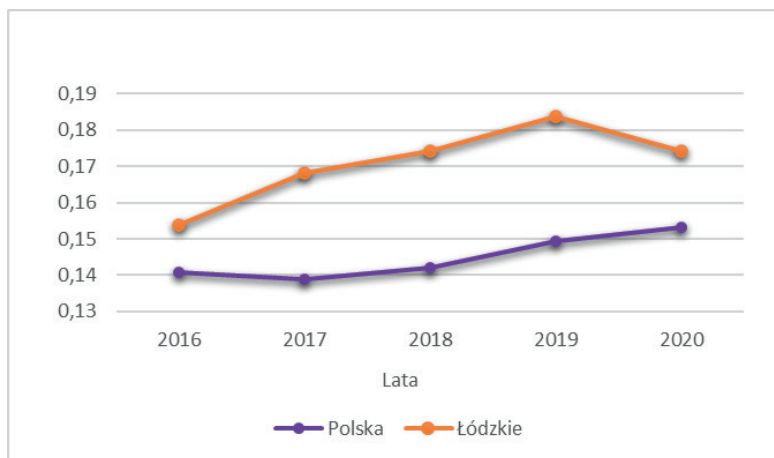
W przypadku grupy *Pracownicy* większymi nierównościami dochodowymi charakteryzują się pracujący w całym kraju, a mniejszymi w województwie łódzkim, natomiast dla *Rolników* o dochodach poniżej mediany nierówności są mniejsze dla gospodarstw domowych w województwie łódzkim w porównaniu z gospodarstwami z całego kraju, natomiast dla grupy *Rolników* o wyższych dochodach – nierówności w województwie łódzkim są wyższe.

4.3. Analiza porównawcza ubóstwa i zamożności

Analizy porównawcze województwa łódzkiego i Polski dotyczące charakterystyk liczbowych rozkładu dochodów, takich jak mediana, średni dochód ekwiwalentny, czy zróżnicowanie dochodu oraz postaci funkcyjnych i miar nierównomierności rozkładów, stanowiących przedmiot analiz w podrozdziałach 4.1 i 4.2, uzupełnione zostały porównaniem wybranych mierników ubóstwa i bogactwa. Zasięgi ubóstwa oraz bogactwa dla gospodarstw domowych w województwie łódz-

kim i w Polsce na przestrzeni lat 2016–2020 przedstawione zostały na rysunkach 4.11, 4.12.

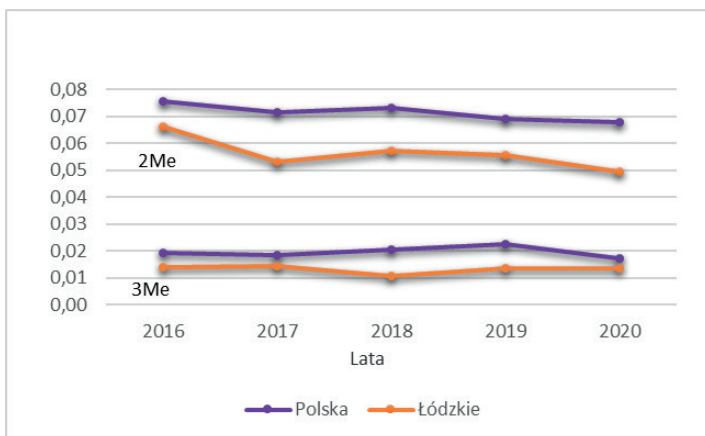
Zauważmy, że poziom ubóstwa w Polsce był w badanym okresie względnie stabilny z niewielką tendencją wzrostową, natomiast w województwie łódzkim ulegał wahaniom – w roku 2016 wzrósł z poziomu 15,4% do 18,4% w roku 2019; natomiast w roku 2020 zaobserwowano spadek udziału gospodarstw ubogich o 1 p.p. w stosunku do roku poprzedniego. Co jednak najistotniejsze, w całym badanym okresie wskaźnik ten był w województwie łódzkim wyższy niż w całym kraju, i mimo pewnej poprawy, która miała miejsce w roku 2020, udział gospodarstw domowych osiągających dochody poniżej 60% mediany pozostał w województwie łódzkim o 2 p.p. wyższy niż wskaźnik obliczony dla całej Polski.



Rysunek 4.11. Zasięg ubóstwa w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.

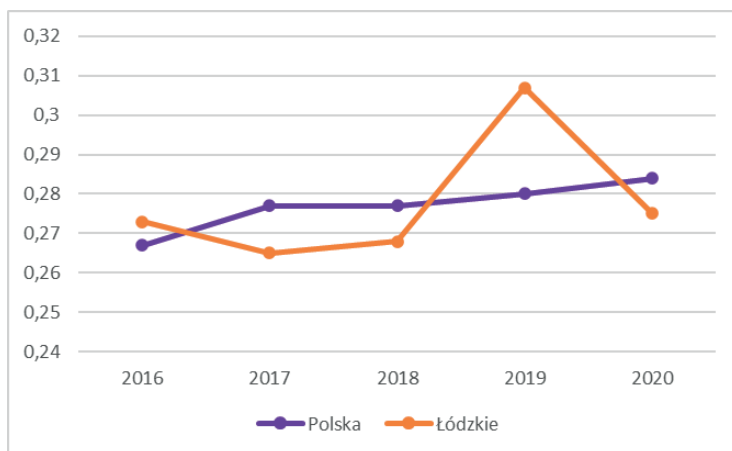
Wzrostowi ubóstwa w całym kraju i w województwie łódzkim w latach 2016–2019, towarzyszył spadek udziału gospodarstw domowych o dochodach ekwiwalentnych przekraczających dwukrotność mediany, przy jednoczesnej stabilizacji, a nawet powolnemu zwiększaniu się grupy najbogatszej. W województwie łódzkim obserwuje się jednak niższy niż w całym kraju odsetek zamożnych gospodarstw domowych zarówno dla granicy bogactwa odpowiadającej dwukrotności, jak i trzykrotności mediany (rys. 4.12).



Rysunek 4.12. Zasięg bogactwa w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020

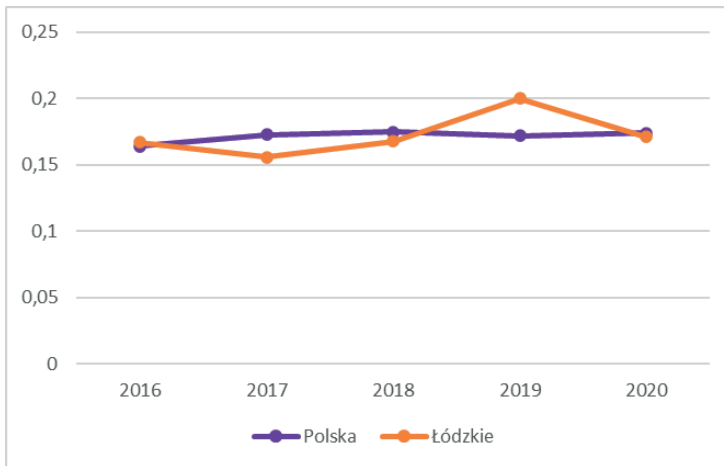
Źródło: opracowanie własne.

Do porównania zamożności gospodarstw domowych w województwie łódzkim i w Polsce wykorzystano również współczynnik $IS(p)$, określający udział sumy dochodów w górnej grupie kwantylowej w sumie dochodów wszystkich gospodarstw domowych. Na rysunkach 4.13 i 4.14 przedstawiono wartości współczynnika IS , odpowiednio, dla $p=0,9$ i dla $p=0,95$.



Rysunek 4.13. Współczynnik IS dla $p=0,9$ w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 4.14. Współczynnik *IS* dla $p=0,95$ w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020

Źródło: opracowanie własne.

Przyjmując jako granicę zamożności wartość dwóch lub trzech median odsetek zamożnych gospodarstw domowych w Polsce był w każdym z analizowanych lat wyższy (rys. 4.12), ale rozważając współczynnik *IS* okazało się, że w województwie łódzkim udział sumy dochodów gospodarstw domowych z dziewiątej grupy decylowej (10% najbogatszych) w sumie dochodów wszystkich gospodarstw domowych był wyższy w 2016 i 2019 roku (rys. 4.13). Analogiczne rezultaty otrzymano obliczając udział sumy dochodów 5% najbogatszych (rys. 4.14).

Zakończenie

Analiza sytuacji ekonomicznej województwa łódzkiego, szczególnie w zakresie tak istotnych zjawisk społeczno-ekonomicznych jak nierówności dochodowe i ubóstwo, jest zagadnieniem ważnym i interesującym. Obszar obecnego województwa łódzkiego na przestrzeni lat ulegał licznym przekształceniom, od gwałtownego rozwoju gospodarczego, który doprowadził do powstania na jego obszarze Łódzkiego Okręgu Przemysłowego, stanowiącego od połowy XIX wieku największe skupisko przemysłu włókienniczego w Polsce i jedno z największych na świecie, aż po transformację ustrojową zapoczątkowaną w 1989 roku oraz upadek przemysłu włókienniczego ze wszystkimi tego konsekwencjami. Zarówno województwo łódzkie, jak i sama Łódź pełne są więc kontrastów – obok obszarów szybko rozwijających się istnieją tu wciąż obszary wykluczenia i biedy.

W pracy przedstawiono wyniki badań dotyczących rozkładów dochodów gospodarstw domowych na terenie województwa łódzkiego w latach 2016–2020, zwłaszcza problemów nierówności, ubóstwa i bogactwa. Okres analizy był szczególnie interesujący ze względu na zmiany w rozkładzie dochodów spowodowane szybkim wzrostem gospodarczym, wprowadzeniem w tym czasie programów społecznych oraz wpływem pandemii COVID-19.

Do analiz wykorzystano dane pochodzące z Badań Budżetów Gospodarstw Domowych, na podstawie których wyznaczono wielkości miesięcznych dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych w województwie łódzkim i w Polsce. Ze względu na fakt, że koszty utrzymania stanowią w krajach wysoko rozwiniętych coraz mniejszą część wydatków gospodarstw jako skalę ekwiwalentności zastosowano skalę potęgową ze współczynnikiem ekwiwalentności 0,5.

W ostatnich latach, czyli w roku 2019 i 2020, obserwuje się wzrost nierówności dochodowych, wzrost odsetka ubogich gospodarstw domowych i spadek udziału gospodarstw zamożnych w ogóle gospodarstw, pomimo poprawy ogólnej sytuacji ekonomicznej przejawiającej się wzrostem PKB

per capita oraz wzrostem średnich dochodów. Największy wzrost nierówności zaobserwowano w drugim, trzecim i czwartym decylnym rozkładzie, czyli dla stosunkowo najuboższych grup ludności. Wzrostowi wskaźnika zagrożenia ubóstwem towarzyszyły niekorzystne zjawiska dotyczące pozostałych wymiarów ubóstwa, czyli jego głębokości i dotkliwości. Jednocześnie począwszy od roku 2017 w województwie łódzkim następował wzrost dysproporcji między najbogatszymi i najbiedniejszymi. Sytuacja województwa łódzkiego na tle kraju nie polepszyła się. W całym analizowanym okresie w województwie łódzkim poziom ubóstwa był wyższy niż w całym kraju, zaś poziom bogactwa był niższy, zarówno dla granicy bogactwa odpowiadającej dwukrotności, jak i trzykrotności mediany.

Zmiany, jakie zaszły w rozkładach dochodów w badanym okresie spowodowały przesunięcia dochodów nie tylko w całym rozkładzie ale również w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych gospodarstw domowych, a także między nimi. Dotyczyło to dochodów zarówno w ujęciu nominalnym, jak i realnym, i przekładało się, szczególnie w ujęciu realnym, na zmiany warunków życia tych grup ludności w badanym okresie. Zmiany te doprowadziły do zmiany uporządkowania grup pod względem nierówności dochodowych – dochody *Pracowników* stały się mniej zróżnicowane niż *Emerytów i rencistów* a dochody utrzymujących się z *Niezarobkowych źródeł* wykazały mniejszą nierówność niż dochody *Pracujących na własny rachunek*. Jednocześnie grupy społeczno-ekonomiczne *Pracowników* i *Emerytów i rencistów* stały się do siebie bardziej podobne, podobnie jak grupy *Pracujących na własny rachunek* i *Niezarobkowych źródeł utrzymania*. Grupą wyraźnie odseparowaną pod względem poziomu nierówności pozostali *Rolnicy*, którzy wciąż charakteryzują się najwyższym poziomem nierówności dochodowych.

Warto także zauważyć, że nierówności w grupie *Pracowników*, po wzroście w roku 2019, spadły w okresie pandemii, podczas gdy w tym samym czasie dla *Pracujących na własny rachunek* zauważono odwrotną tendencję, co mogłoby świadczyć, że tarcza antykryzysowa spowodowała w tej grupie znaczną dywersyfikację dochodów. Najbardziej stabilna była nierównomierność rozkładu dochodów *Niezarobkowych źródeł utrzymania*.

Mimo wzrostu dysproporcji między grupami społeczno-ekonomicznymi pod względem nierówności dochodowych, poziom ubóstwa uległ pewnemu wyrównaniu. W najuboższej grupie gospodarstw domowych

utrzymujących się z *Niezarobkowych źródeł* nastąpiła poprawa, natomiast w grupie *Emerytów i rencistów* zasięg ubóstwa zwiększył się. Bardzo niekorzystnym zjawiskiem był wzrost głębokości i dotkliwości ubóstwa w najbardziej aktywnych grupach *Pracowników* i *Pracujących na własny rachunek*, który nastąpił w roku 2019 i jego skutki były nadal odczuwalne w roku 2020.

Pogłębiona analiza rozkładów dochodów w województwie łódzkim, oparta na porównaniach zarówno w czasie, jak i w podziale na grupy gospodarstw domowych, była możliwa dzięki zastosowaniu metod statystycznych opartych na rozkładach empirycznych oraz teoretycznych. Zastosowanie podejścia opartego na modelach pozwala bowiem na porównanie kształtu rozkładów nawet wtedy, gdy dane empiryczne są niekompletne i posiadają wartości odstające, co ma często miejsce w przypadku rozkładów płac i dochodów w różnych przekrojach. Jednocześnie zastosowane zostały krzywe nierównomierności, które określają poziom nierówności dla wszystkich kwantyli rozkładu. W analizach oparto się więc na obserwacjach całego rozkładu dochodów, wychodząc poza standardowe metody oparte tylko na miarach średnich i innych charakterystykach opisowych.

Literatura

- Aly E.-E.A.A., Hervas M.O. (1999), *Nonparametric Inference for Zenga's Measure of Income Inequality*, „Metron”, LVII, s. 69–84.
- Atkinson A.B., Rainwater L., Smeeding T.M. (1995), *Income Distribution in OECD Countries: Evidence from the Luxembourg Income Study*, „Social Policy Studies”, 18, OECD, Paris.
- Betti G., Verma V.K. (1999), *Measuring the Degree of Poverty in a Dynamic and Comparative Context: A Multidimensional Approach Using Fuzzy Set Theory*, „Proceedings”, 11, s. 27–31.
- Brzeziński M. (2014), *Statistical Inference for Richness Measures*, „Applied Economics”, 46 (14), s. 1599–1608.
- Buhmann B., Rainwater L., Schmaus G., Smeeding T.M. (1988), *Equivalence Scales, Well-Being, Inequality, and Poverty: Sensitivity Estimates across Ten Countries Using the Luxembourg Income Study (LIS) Database*, „The Review of Income and Wealth”, 34 (2), 115–142.
- Dagum C. (1977), *A New Model of Personal Income Distribution: Specification and Estimation*, „Économie appliquée”, 30, s. 413–437.
- Dagum C., Lemmi A. (1989), *A Contribution to the Analysis of Income Distribution and Income Inequality and a Case Study: Italy*, „Research on Economic Inequality”, 1, s. 123–157.
- Fei J.C.H., Ranis G., Kuo S.W.Y. (1978), *Growth and the Family Distribution of Income by Factor Components*, „The Quarterly Journal of Economics”, 92 (1), s. 17–53.
- Gini C. (1914), *Sulla Misura della Concentrazione e della Variabilità dei Caratteri*, Atti del R. Istituto Veneto di SS.LL.AA., 73, 1203–1248.
- Greselin F., Jędrzejczak A. (2020), *Analyzing the Gender Gap in Poland and Italy, and by Regions*, „International Advances in Economic Research”, 26 (4), s. 433–447.
- Greselin F., Pasquazzi L. (2009), *Asymptotic Confidence Intervals for a New Inequality Measure*, „Communications in Statistics – Simulation and Computation”, 38 (8), s. 1742–1756.
- Greselin F., Pasquazzi L., Zitikis R. (2013), *Contrasting the Gini and Zenga Indices of Economic Inequality*, „Journal of Applied Statistics”, 40 (2), s. 282–297.
- GUS (2017), *Rocznik Statystyczny Województw 2017*, data publikacji: 19.01.2018, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/roczniki-statystyczne/roczniki-statystyczne/rocznik-statystyczny-wojewodztw-2017,4,12.html> [dostęp: 21.03.2023].

- GUS (2018), Rocznik Statystyczny Województw 2018, data publikacji: 18.01.2019, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/roczniki-statystyczne/roczniki-statystyczne/rocznik-statystyczny-wojewodztw-2018,4,13.html> [dostęp: 21.03.2023].
- GUS (2019), Rocznik Statystyczny Województw 2019, data publikacji: 22.01.2020, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/roczniki-statystyczne/roczniki-statystyczne/rocznik-statystyczny-wojewodztw-2019,4,14.html> [dostęp: 21.03.2023].
- GUS (2020), Rocznik Statystyczny Województw 2020, data publikacji: 21.01.2021, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/roczniki-statystyczne/roczniki-statystyczne/rocznik-statystyczny-wojewodztw-2020,4,15.html> [dostęp: 21.03.2023].
- GUS (2021a), Rocznik Statystyczny Województw 2021, data publikacji: 31.12.2021, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/roczniki-statystyczne/roczniki-statystyczne/rocznik-statystyczny-wojewodztw-2021,4,16.html> [dostęp: 21.03.2023].
- GUS (2021b), *Budżety gospodarstw domowych w 2020 roku*, data publikacji: 30.09.2021, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/warunki-zycia/dochody-wydatki-i-warunki-zycia-ludnosci/budzety-gospodarstw-domowych-w-2020-roku,9,15.html> [dostęp: 21.03.2023].
- GUS (2021c), *Ubóstwo w Polsce w latach 2019 i 2020*, GUS Warszawa, https://stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5487/1/10/1/ubostwo_w_polsce_w_latach_2019_i_2020_2.pdf [dostęp: 21.03.2023].
- Harrell F.E., Davis C.E. (1982), *A New Distribution-Free Quantile Estimator*, „*Biometrika*” 69 (3), s. 635–640.
- Huang M.L., Brill P.H. (1999), *A Level Crossing Quantile Estimation Method*, „*Statistics & Probability Letters*”, 45 (2), s. 111–119.
- Jędrzejczak A. (2011), *Metody analizy rozkładów dochodów i ich koncentracji*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Jędrzejczak A. (2014), *Income Inequality and Income Stratification in Poland*, „*Statistics in Transition*”, 15 (2), s. 269–283.
- Jędrzejczak A. (2015), *Regional Income Inequalities in Poland and Italy*, „*Comparative Economic Research*”, 18 (4), s. 27–45.
- Jędrzejczak A., Pekasiewicz D. (2020), *Teoretyczne rozkłady dochodów gospodarstw domowych i ich estymacja*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Jędrzejczak A., Pekasiewicz D. (2022), *Nierównomierność ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim*, „*Wiadomości Statystyczne*”, 67 (6), s. 29–51.
- Kleiber C., Kotz S. (2003), *Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences*, Wiley, Hoboken.

- Kordos J. (2005), *Household Surveys in Transition Countries*. Chapter XXV, [w:] *Household Sample Surveys in Developing and Transition Countries*, United Nations, New York, http://unstats.un.org/unsd/hhsurveys/part2_new.htm [dostęp: 21.03.2023].
- Kordos J., Lednicki B., Żyra M. (2002), *The Household Sample Surveys in Poland*, „Statistics in Transition”, 5 (4), s. 555–589
- Kordos J., Strońska Z. (1971), *Statystyczne metody analizy rozkładu płac i dochodów ludności*, seria: Z Prac Zakładu Badań Statystyczno-Ekonomicznych, 62, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa.
- Kośny M. (2019), *Upper Tail of the Income Distribution in Tax Records and Survey Data. Evidence from Poland*, „Argumenta Oeconomica”, 1 (42), s. 55–80.
- Kośny M., Yalonetzky G. (2015), *Relative Income Change and Pro-Poor Growth*, „Journal of Analytical and Institutional Economics”, 32 (3), s. 311–327.
- Kot S.M. (1995), *A Probabilistic Model of Size Distribution of Income with Covariates*, „Przegląd Statystyczny”, 42 (2), s. 155–180.
- Kot S.M. (2000), *Ekonometryczne modele dobrobytu*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kot S.M. (2008), *Polaryzacja ekonomiczna. Teoria i zastosowanie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kruszka K. (1989), *Miary podobieństwa struktury obiektów społeczno-ekonomicznych (studium porównawcze)*, „Zeszyty Naukowe. Seria I”, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, 159, s. 48–65.
- Lorenz M.O. (1905), *Methods of Measuring the Concentration of Wealth*, „Publications of the American Statistical Association”, 9 (70), s. 209–219.
- Łukasiewicz P., Koszela G., Orłowski A. (2006), *Wpływ wyboru skali ekwiwalencji na wyniki w zakresie pomiaru ubóstwa i koncentracji dochodów*, „Zeszyty Naukowe SGGW – Ekonomia i Organizacja Gospodarki Żywnościowej”, 60, s. 207–217.
- Mandelbrot B. (1963), *New Methods in Statistical Economics*, „The Journal of Political Economy”, 71 (5), s. 79–106.
- Mazurek E., Ostasiewicz K. (2013), *Comparison of the Gini and Zenga Indexes Using Some Theoretical Income Distributions Abstract*, „Operations Research and Decisions”, 23 (1), s. 37–62.
- Missalowa G. (1964, 1967), *Studia nad powstaniem łódzkiego okręgu przemysłowego. 1815–1870*, t. 1–2, Wydawnictwo Łódzkie, Łódź.
- Panek T. (2011), *Ubóstwo, wykluczenie społeczne i nierówność. Teoria i praktyka pomiaru*, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
- Panek T., Podgórski J., Szulc A. (1999), *Ubóstwo: teoria i praktyka pomiaru*, seria: Monografie i Opracowania, 453, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
- Pareto V. (1895), *La legge della domanda*, „Giornale Degli Economisti”, 10, s. 59–68.

- Pareto V. (1897), *Cours d'économie politique*, Rouge, Lausanne.
- Pawłowski Z. (1960), *Badania elastyczności popytu a rozkład dochodów*, „Przeegląd Statystyczny”, 7 (4), s. 445–465.
- Peichl A., Schaefer T., Scheicher Ch. (2008), *Measuring Richness and Poverty: A Micro Data Application to Europe and Germany*, „IZA Discussion Paper”, 3790, <https://www.iza.org/publications/dp/3790/measuring-richness-and-poverty-a-micro-data-application-to-europe-and-germany> [dostęp: 21.03.2023].
- Podolec B., Ulman P., Wałęga A. (2008), *Aktywność ekonomiczna a sytuacja materialna gospodarstw domowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Porro F., Zenga M.M. (2014), *The Decomposition by Subgroups of the Inequality Curve Z(p) and the Inequality Index ζ* , [w:] S. Cabras, T. Di Battista, W. Racugno (eds.), *Proceeding of the 47th Scientific Meeting of the Italian Statistical Society*, Cagliari.
- Pyatt G. (1976), *On the Interpretation and Disaggregation of Gini Coefficients*, „The Economic Journal”, 86 (342), s. 243–255.
- Puś W. (1987), *Dzieje Łodzi przemysłowej*, Wydawnictwo Muzeum Historii Miasta Łodzi, Łódź.
- Rusnak Z. (2011), *Pomiar ubóstwa i wykluczenia społecznego – problemy metodologiczne*, „Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu”, 20, s. 387–408.
- Sen A. (1973), *On Economic Inequality*, Clarendon Press, Oxford.
- Sen A. (1976), *Poverty: An Ordinal Approach to Measurement*, „Econometrica”, 44 (2), s. 219–231.
- Sen A.K. (1997), *From Income Inequality to Economic Inequality*, „Southern Economic Journal”, 64 (2), s. 384–401.
- Singh S.K., Maddala G.S. (1976), *A Function for Size Distribution of Incomes*, „Econometrica”, 44 (5), s. 963–970.
- Strategia rozwoju województwa łódzkiego 2020* (2020), Biuro Planowania Przestrzennego Województwa Łódzkiego, http://strategia.lodzkie.pl/wp-content/uploads/2019/10/SRWL_2020.pdf [dostęp: 21.03.2023].
- Szulc A. (1992), *Quasi-exact Equivalence Scales Estimation*, „Przeegląd Statystyczny”, 3/4, s. 302–307.
- Szulc A. (1995), *Skale ekwiwalentności w pomiarze dobrobytu gospodarstw domowych*, „Polityka Społeczna”, 22 (8), s. 37–42.
- Urząd Statystyczny w Łodzi (2021a), *Raport o sytuacji społeczno-gospodarczej województwa łódzkiego 2021*, data publikacji: 24.05.2021, <https://lodz.stat.gov.pl/publikacje-i-foldery/inne-opracowania/raport-o-sytuacji-spoleszno-gospodarczej-wojewodztwa-lodzkiego-2021,6,13.html> [dostęp: 21.03.2023].

- Urząd Statystyczny w Łodzi (2021b), *Województwo łódzkie w liczbach 2021*, data publikacji: 31.12.2021, <https://lodz.stat.gov.pl/publikacje-i-foldery/foldery/wojewodztwo-lodzkie-w-liczbach-2021,2,12.html> [dostęp: 21.03.2023].
- Urząd Statystyczny w Łodzi (2022), *Raport o sytuacji społeczno-gospodarczej województwa łódzkiego 2022*, data publikacji: 20.05.2022, <https://lodz.stat.gov.pl/publikacje-i-foldery/inne-opracowania/raport-o-sytuacji-spoleszno-gospodarczej-wojewodztwa-lodzkiego-2022,6,14.html> [dostęp: 21.03.2023].
- Vielrose E. (1960), *Rozkład dochodów według wielkości*, Polskie Wydawnictwa Gospodarcze, Warszawa.
- Wiśniewski J. (1934), *Rozkład dochodów według wysokości w r. 1929*, Instytut Badania Konjunktur Gospodarczych i Cen, Warszawa.
- Zenga M. (1990), *Concentration Curves and Concentration Indexes Derived from Them*, [w:] C. Dagum, M. Zenga (eds.), *Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty*, Springer-Verlag, Berlin, s. 94–110.
- Zenga M. (2007), *Inequality Curve and Inequality Index Based on the Ratios between Lower and Upper Arithmetic Means*, „*Statistica & Applicazioni*”, 5 (1), s. 3–27.
- Zenga M., Jędrzejczak A. (2020), *Decomposition of the Zenga inequality index $I(Y)$ into the contributions of macroregions and income components – an application to data from Poland and Italy*, „*Argumenta Oeconomica*”, 44 (1), s. 100–125.
- Zenga M.M., Pasquazzi L., Zenga M. (2010), *Rapporto n. 188: First applications of a new three-parameter distribution for non-negative variables*, Dipartimento di Metodi Quantitativi per le Scienze Economiche ed Aziendali, Università degli Studi di Milano Bicocca, Mediolan.
- Zieliński R. (2006), *Small-Sample Quantile Estimators in a Large Nonparametric Model*, „*Communications in Statistics – Theory and Methods*”, 35 (7), s. 1223–1241.
- Zieliński W., Jędrzejczak A., Pekasiewicz D. (2018), *Estimation of Quantile Ratios of the Dagum Distribution*, [w:] M. Papież, S. Śmiech (red.), *The 12th Professor Aleksander Zelias International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena*, Foundation of the Cracow University of Economics, Kraków, s. 603–611 <https://doi.org/10.14659/SEMF.2018.01.61>

Spis tabel

Tabela 1.1. Województwo łódzkie na tle Polski w 2020 roku – wybrane wskaźniki społeczno-ekonomiczne	15
Tabela 1.2. Zmiany sytuacji społeczno-ekonomicznej województwa łódzkiego w latach 2016–2020.	16
Tabela 3.1. Podstawowe charakterystyki dochodów ekwiwalentnych gospodarstw domowych w województwie łódzkim na podstawie prób z BGD	47
Tabela 3.2. Dynamika zmian średnich dochodów oraz urealnionej wartości średniej dochodów gospodarstw domowych	49
Tabela 3.3. Oszacowania parametrów rozkładu Daguma	51
Tabela 3.4. Oszacowania parametrów rozkładu logarytmiczno-normalnego	51
Tabela 3.5. Oszacowania parametrów rozkładu Singha-Maddali	52
Tabela 3.6. Miary dopasowania empirycznych rozkładów do wybranych teoretycznych.....	54
Tabela 3.7. Oszacowania parametrów rozkładu Daguma dopasowanego do dochodów realnych.....	56
Tabela 3.8. Oszacowania parametrów rozkładu Daguma dla wybranych grup	57
Tabela 3.9. Oszacowania parametrów rozkładu logarytmiczno-normalnego dla wybranych grup	57
Tabela 3.10. Oszacowania parametrów rozkładu Singha-Maddali dla wybranych grup	57
Tabela 3.11. Oszacowania miar nierównomierności rozkładów dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim według grup społeczno-ekonomicznych.....	61
Tabela 3.12. Granice ubóstwa w latach 2016–2020.....	70
Tabela 3.13. Oszacowania miar ubóstwa gospodarstw domowych w województwie łódzkim.....	70
Tabela 3.14. Granice bogactwa w latach 2016–2020.....	75
Tabela 3.15. Oszacowania miar bogactwa gospodarstw domowych w województwie łódzkim, przy $\hat{y}_w^{*(1)}$	76
Tabela 3.16. Oszacowania miar bogactwa gospodarstw domowych w województwie łódzkim, przy $\hat{y}_w^{*(2)}$	77
Tabela 3.17. Wartości współczynnika $IS(p)$ dla gospodarstw domowych w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla wybranych grup kwantylowych	80

Tabela 3.18. Wartości współczynnika <i>RIC</i> dla gospodarstw domowych w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla $p=0,9$	80
Tabela 4.1. Podstawowe charakterystyki dochodów ekwiwalentnych dla grup gospodarstw domowych w Polsce i województwie łódzkim na podstawie prób z BGD w 2020 roku.	81
Tabela 4.2. Oszacowania parametrów rozkładu Daguma dla Polski i województwa łódzkiego w 2020 roku	83
Tabela 4.3. Oszacowania miar nierównomierności rozkładów dochodów gospodarstw domowych według grup społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020	84

Spis rysunków


Rysunek 1.1. Struktura województwa łódzkiego.	10
Rysunek 1.2. Gęstość zaludnienia w powiatach województwa łódzkiego . .	12
Rysunek 1.3. Przyrost naturalny w powiatach województwa łódzkiego . .	13
Rysunek 1.4. Struktura ludności w województwie łódzkim	14
Rysunek 1.5. Stopa bezrobocia w województwie łódzkim.	17
Rysunek 3.1. Charakterystyki dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim w latach 2016–2020.	48
Rysunek 3.2. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2016	52
Rysunek 3.3. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2017	53
Rysunek 3.4. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2018	53
Rysunek 3.5. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2019	53
Rysunek 3.6. Rozkład empiryczny i rozkłady teoretyczne dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim w roku 2020	54
Rysunek 3.7. Aproksymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020	55
Rysunek 3.8. Aproksymacja rozkładów dochodów realnych gospodarstw domowych w województwie łódzkim w latach 2016–2020 . .	56
Rysunek 3.9. Rozkład empiryczny i aproksymacja rozkładu dochodów w grupie <i>Pracowników</i> w województwie łódzkim w roku 2020	58
Rysunek 3.10. Rozkład empiryczny i aproksymacja rozkładu dochodów w grupie <i>Emerytów i rencistów</i> w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w roku 2020	58
Rysunek 3.11. Aproksymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych w grupie <i>Pracowników</i> w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020	59
Rysunek 3.12. Aproksymacja rozkładów dochodów realnych gospodarstw domowych w grupie <i>Pracowników</i> w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020	59
Rysunek 3.13. Aproksymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych w grupie <i>Emerytów i rencistów</i> w województwie łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020	59
Rysunek 3.14. Aproksymacja rozkładów dochodów realnych gospodarstw domowych w grupie <i>Emerytów i rencistów</i> w województwie	

łódzkim za pomocą rozkładu Daguma w latach 2016–2020	60
Rysunek 3.15. Aproksymacja rozkładów dochodów gospodarstw domowych pracowników, emerytów i rencistów oraz ogółem w województwie łódzkim w 2020 roku za pomocą rozkładu Daguma	60
Rysunek 3.16. Krzywe koncentracji Lorenza i Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim w 2016 i 2020 roku	63
Rysunek 3.17. Rozkłady dochodów ekwiwalentnych dla grup społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim w roku 2020	64
Rysunek 3.18. Krzywe koncentracji Lorenza dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020	65
Rysunek 3.19. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020	65
Rysunek 3.20. Indeks Giniego dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w latach 2016–2020	67
Rysunek 3.21. Indeks Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w latach 2016–2020	67
Rysunek 3.22. Wskaźnik różnicowania skrajnych części rozkładu dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w latach 2016–2020	68
Rysunek 3.23. Zmiany indeksu Giniego dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych	69
Rysunek 3.24. Zmiany indeksu Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim dla różnych grup społeczno-ekonomicznych	69
Rysunek 3.25. Zasięg ubóstwa w województwie łódzkim w latach 2016–2020 w grupach społeczno-ekonomicznych	72
Rysunek 3.26. Indeksy łańcuchowe, określające zmiany zasięgu ubóstwa z roku na rok w województwie łódzkim i w poszczególnych grupach społeczno-ekonomicznych	73
Rysunek 3.27. Głębokość ubóstwa w grupach społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim	74
Rysunek 3.28. Dotkliwość ubóstwa w grupach społeczno-ekonomicznych w województwie łódzkim	74
Rysunek 3.29. Zasięg bogactwa w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla granicy bogactwa $\hat{y}_r^{*(1)} = 2Me$	78
Rysunek 3.30. Zasięg bogactwa w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla granicy bogactwa $\hat{y}_r^{*(2)} = 3Me$	79
Rysunek 3.31. Zmiany zasięgu bogactwa w województwie łódzkim w latach 2016–2020 dla granicy bogactwa $\hat{y}_r^{*(1)} = 2Me$	79

Rysunek 4.1. Zmiany przeciętnego miesięcznego dochodu ekwiwalentnego gospodarstw domowych w Polsce i w województwie łódzkim (rok poprzedni = 100)	83
Rysunek 4.2. Funkcje gęstości rozkładów Daguma aproksymujących ekwiwalentne dochody gospodarstw domowych w Polsce i województwie łódzkim w 2020 roku	84
Rysunek 4.3. Współczynniki nierówności Giniego w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020	85
Rysunek 4.4. Współczynniki nierówności Zengi w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020	86
Rysunek 4.5. Krzywe koncentracji Lorenza dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020	87
Rysunek 4.6. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020	87
Rysunek 4.7. Krzywe koncentracji Lorenza dla dochodów ekwiwalentnych w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020	88
Rysunek 4.8. Krzywe koncentracji Zengi dla dochodów ekwiwalentnych w Polsce dla różnych grup społeczno-ekonomicznych w roku 2020	88
Rysunek 4.9. Krzywe koncentracji Lorenza i Zengi dla dochodów ekwiwalentnych <i>Pracowników</i> w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020	89
Rysunek 4.10. Krzywe koncentracji Lorenza i Zengi dla dochodów ekwiwalentnych <i>Rolników</i> w województwie łódzkim i w Polsce w roku 2020	90
Rysunek 4.11. Zasięg ubóstwa w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020	91
Rysunek 4.12. Zasięg bogactwa w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020	92
Rysunek 4.13. Współczynnik <i>IS</i> dla $p=0,9$ w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020	92
Rysunek 4.14. Współczynnik <i>IS</i> dla $p=0,95$ w województwie łódzkim i w Polsce w latach 2016–2020	93


Analiza sytuacji ekonomicznej na podstawie nierówności dochodowych i ubóstwa jest bardzo ważnym zagadnieniem, które wymaga ciągłego monitoringu. W publikacji analiza taka została przeprowadzona dla województwa łódzkiego, które w badanym okresie (2016–2020) było narażone z jednej strony na wpływ pandemii COVID-19, a z drugiej – na szybki wzrost gospodarczy i działanie licznych programów społecznych. W Polsce dużo uwagi poświęca się tworzeniu programów mających na celu wzrost jakości życia, natomiast brakuje systemowej oceny efektów prowadzonej polityki. Monografia idealnie wpisuje się w tę lukę, dostarczając metodyki do oceny zmiany sytuacji dochodowej badanej grupy społecznej. Nie ma w Polsce książek ukazujących tak kompleksowe podejście do analizy sytuacji ekonomicznej regionu.

Z recenzji dr hab. Edyty Mazurek

 **WYDAWNICTWO
UNIwersytetu
ŁÓDZKIEGO**

 wydawnictwo.uni.lodz.pl

 ksiegarnia@uni.lodz.pl

 (42) 665 58 63

Książka dostępna również
jako e-book

ISBN 978-83-8331-187-6

